

基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的系统性能退化数据建模方法

陈逸成, 何华锋, 邓会选, 杨 铮, 刘佳俊
(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

摘要: 目前寿命预测的建模过程中很少考虑漂移系数变化产生的影响, 这并不合理且不符合实际情况, 为解决这个问题, 建立了基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的系统性能退化模型, 在此基础上采用 Kalman 滤波和 EM 算法实现了参数的估计和更新, 最后通过某陀螺仪的寿命预测实例验证了方法的有效性。

关键词: 寿命预测; 陀螺仪; 性能退化建模; Kalman 滤波; Wiener 过程; EM 算法

中图分类号: TP202+.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)07-0107-04

A System Degradation Modeling Method based on Kalman Filter and Wiener Process

CHEN Yi-cheng, HE Hua-feng, DENG Hui-xuan, YANG Zheng, LIU Jia-jun
(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: At present, modeling for lifetime prediction seldom takes the effect of the drift coefficient change into consideration, which is neither reasonable nor truthful. To solve the problem, a degradation model is proposed based on Kalman filter and Wiener process. Based on which, Kalman filter and EM algorithm are utilized for parameter estimation and updating. Finally, an example of remaining useful life prediction of a gyroscope verifies the effectiveness of the proposed method.

Key words: lifetime prediction; gyroscope; degradation modeling; Kalman filter; Wiener process; EM algorithm

0 引言

在 20 世纪, 故障预测与健康管理 (Prognostic and Health Management, PHM) 技术发展迅速, 为提高系统可靠性做出了巨大贡献, 尤其在工业、航天和军事等领域更为突出^[1]。PHM 包含预测和健康管理的两个主要范畴。其中, 预测是健康管理的基础, 即 PHM 的核心内容。在可靠性研究领域, 剩余寿命 (Remaining Useful Life, RUL) 是系统可靠性的一项重要指标, 但是随着制造工艺和电子技术的快速发展, 产品的可靠性较以往有了大幅提高, 因此以往的历史失效数据预测方法不再适用, 而基于性能退化数据的预测方法逐步得到了广泛应用。系统的退化过程一般被认为是随机的, 因此随机模型通常用来描述系统的退化过程, 文献[2]

针对大量设备的退化问题提出了一种随机效应 (Random Effect Regression, RER) 模型, 随后 RER 模型的研究与应用陆续开展并且取得了良好的效果; 随机过程 (Stochastic Progress) 模型也被应用于系统的退化建模^[3-5], 包括 Markov 模型、Gamma 过程、Wiener 过程等。

本文以标准 Wiener 过程为基础, 结合 Kalman 滤波方法, 提出了一种基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的系统性能退化数据建模方法, 通过某陀螺仪的寿命预测实例验证了模型的有效性。

1 问题描述

Brownian 运动描述的是微粒子做不规则的运动, 是 Wiener 过程的物理学基础, 因此用 Wiener 过程来描述隐含的、潜在的系统退化过程是可行并且有意义的。标准 Wiener 过程的表达式为

$$X(t) = \lambda t + \sigma B(t) \quad (1)$$

式中: $X(t)$ 为系统在 t 时刻的退化量并且由标准 Brownian 运动 $B(t)$ 驱动; λ 和 σ 分别为漂移系数和扩

散系数,该模型被广泛用于模型退化过程。文献[6]认为系统的退化数据是一种特殊的单调变化的性能数据,通过不同时刻的观测值结合 EM 算法计算得到了漂移系数和扩散系数的最大似然估计值,并通过仿真验证了该方法的有效性,以桥梁为对象进行了可靠性分析,并得到了其剩余寿命分布情况;文献[7]为解决一个多元随机过程系统的检查与维护策略问题,建立了一个多元 Wiener 过程模型,以 LED 灯作为研究对象,通过大量实验数据建立 RUL 分布;文献[8]针对一类 Wiener 模型描述的非线性系统,提出了一种改进 Wiener 模型,结合 Laguerre 函数解决了求控制输入时解非线性方程存在的问题,并通过仿真验证了该方法。上述方法都取得了不错的效果,但都是基于系统实时状态数据进行的建模,并未涉及系统过去的状态数据,因此并不符合实际。

分析以往的文献和研究,基于 Wiener 过程的系统性能退化数据建模方法还存在一些问题。用式(1)中的标准 Wiener 过程或者改进的非线性 Wiener 过程建立的退化模型,其漂移系数和扩散系数参数一直都是保持不变的,但是考虑实际系统,其剩余寿命会受到过去的操作、状态、环境的影响,因此,基于定参数 Wiener 过程的建模方法并不符合实际情况。

针对上述存在的问题,本文提出了一种基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的系统性能退化数据建模方法,通过 Kalman 滤波器对 Wiener 过程中的系数进行实时更新,而后将改进的模型用于系统的剩余寿命预测。

2 基于 Wiener 过程的退化建模和剩余寿命预测

根据式(1)中描述的 Wiener 过程,假设在时刻 t_i , 系统的退化量为 X_i ,则有

$$X(t) = X_i + \lambda(t - t_i) + \sigma(B(t) - B(t_i)) = X_i + \lambda(t - t_i) + \sigma B(t - t_i) \quad (2)$$

假定 $X_i < \omega$ (ω 为失效阈值),因为当 $X_i \geq \omega$ 时,系统即处于失效状态。

当标准 Wiener 过程应用于寿命预测时,一般有两种定义剩余寿命的方法。第一种方法将剩余寿命定义为 $T = \{t: X(t) \geq \omega\}$,其中, ω 为失效阈值,若采用这种方法,其概率密度函数(Probability Density Function, PDF)为^[9]

$$f_{T|X_i}(t|X_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi(t-t_i)}} \exp \frac{-(\omega - X_i - \lambda(t-t_i))^2}{2\sigma^2(t-t_i)} \quad (3)$$

其寿命分布为

$$F_{T|X_i}(t|X_i) = \Pr(X(t) \geq \omega | X_i) =$$

$$1 - \Phi\left(\frac{\omega - X_i - \lambda(t-t_i)}{\sigma\sqrt{t-t_i}}\right) \quad (4)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为累积分布函数。

另一种方法则是通过首达时间(First Hitting Time, FHT)来定义^[10],具体表述为 $T = \inf(t: X(t) \geq \omega | X_i)$,根据首达时间定义计算得到的概率密度函数和寿命分布函数分别为

$$f_{T|X_i}(t|X_i) = \frac{\omega - X_i}{\sqrt{2\pi(t-t_i)^3}\sigma^2} \exp \frac{-(\omega - X_i - \lambda(t-t_i))^2}{2\sigma^2(t-t_i)} \quad (5)$$

$$F_{T|X_i}(t|X_i) = 1 - \Phi\left(\frac{\omega - X_i - \lambda(t-t_i)}{\sigma\sqrt{t-t_i}}\right) + \exp\left(\frac{2\lambda(\omega - X_i)}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-(\omega - X_i) - \lambda(t-t_i)}{\sigma\sqrt{t-t_i}}\right) \quad (6)$$

显而易见,基于上述两种方法得到的寿命预测结果是不同的,因为在第一种方法中没有考虑到在 $(0, t)$ 时间内系统失效的情况,即低估了系统的失效概率,因此利用第二种方法所计算得到的剩余寿命比第一种方法得到的更短。如图 1 中所示,如果按照第一种方法来定义剩余寿命,则可以得到在 t_2 点系统寿命终止的结果,但如果按照第二种首达时间定义法的话,则认为在 t_1 时刻系统已经失效,显然 $t_1 < t_2$ 。

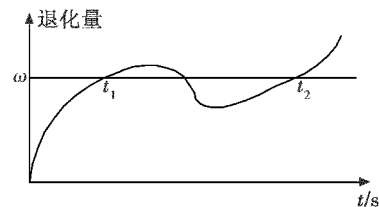


图 1 系统性能退化示意图

Fig. 1 System performance degradation figure

如果从可靠性、安全性角度去考量,对于高可靠性要求的设备,即使是短暂的系统失效也是不能允许的。以我国高铁的控制系统电路板为例,其对可靠性的要求非常高,一旦出现故障则会造成重大事故。为确保其可靠性,选取大量控制电路板进行加速寿命试验,在相同的工作环境下不停工作直至出现故障,根据寿命最短的电路板确定电路板更换时间。因此,本文选择通过首达时间定义的剩余寿命预测方法。

3 基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的退化建模

经典滤波算法主要有 Wiener 滤波和 Kalman 滤波,这两种滤波算法都是针对线性系统提出的,其中 Wiener 滤波最早被提出,在处理平稳随机过程的问题上能够起到很好的效果,但是在解决最优滤波问题中

得到的 Wiener 滤波器在物理上却是不可实现的。Kalman 滤波理论是在 Wiener 滤波的基础上提出的,突破了 Wiener 滤波的局限性,提出了时域状态空间的方法,将信号视为状态量,用空间状态方程表示线性模型。Kalman 滤波器的状态空间方程一般可以表示为

$$x_k = F_k \cdot x_{k-1} + \mu_{k-1} \quad (7)$$

$$z_k = H_k \cdot x_k + v_k \quad (8)$$

式中: F_k 为系统矩阵; H_k 为量测矩阵; μ_{k-1} 和 v_k 分别代表相互独立的过程噪声和量测噪声,并且满足 $\mu_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1}^2)$, $v_k \sim N(0, R_k^2)$ 。

为了使模型能够反映过去时刻的系统状态对系统剩余寿命的影响,同时结合当前时刻的状态,本文考虑建立漂移系数 λ 的状态方程为

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} + \mu_{i-1} \quad (9)$$

式中, μ_i 服从正态分布 $N(0, Q)$ 。根据式(2)中描述的 Wiener 过程,建立量测方程

$$X_i = X_{i-1} + \lambda_i(t_i - t_{i-1}) + \sigma v_i \quad (10)$$

即

$$\Delta X_i = \lambda_i \Delta t + \sigma v_i \quad (11)$$

式中: $\Delta t = t_i - t_{i-1}$; $\Delta X_i = X_i - X_{i-1}$ 。由于 Brownian 运动的无限小分量服从正态分布,因此令 $v_i \sim N(0, \Delta t)$,则在 (t_{i-1}, t_i) 时间内 v_i 即代表了 Brownian 运动,定义初始时刻 $t_0 = 0$ 时,退化量 $X_0 = 0$,并且假设在初始时刻漂移系数 λ_0 服从正态分布 $N(a_0, b_0)$ 。

式(9)和式(11)组成了 Kalman 滤波器的状态空间模型,观测值 ΔX_i 经过积分即可得到性能退化量 X_i 。

4 实时寿命预测与参数估计

通过首达时间的定义来预测剩余寿命,可以表达为^[11]

$$R_i = \inf \{ r_i : X(t_i + r_i) \geq \omega | X_{0:i} \} \quad (12)$$

其概率密度函数和寿命分布函数分别为

$$f_{R_i | \lambda_i, X_{0:i}}(r_i | \lambda_i, X_{0:i}) = \frac{\omega - X_i}{\sqrt{2\pi r_i^3 \sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(\omega - X_i - \lambda_i r_i)^2}{2\sigma^2 r_i}\right) \quad (13)$$

$r_i > 0$

$$F_{R_i | \lambda_i, X_{0:i}}(r_i | \lambda_i, X_{0:i}) = 1 - \Phi\left(\frac{\omega - X_i - \lambda_i r_i}{\sigma \sqrt{r_i}}\right) + \exp\left(\frac{2\lambda_i(\omega - X_i)}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-(\omega - X_i) - \lambda_i r_i}{\sigma \sqrt{r_i}}\right) \quad (14)$$

由于式(9)和式(10)中的参数 Q 和 σ 以及 a_0, b_0 均为未知参数,因此可以采用 EM 算法利用观测数据进行模型中隐含参数的估计。令 $\theta = (Q, \sigma, a_0, b_0)$,为了计算方便,令

$$E_i(\theta) = \lg [p(X_{0:i} | \theta)] \quad (15)$$

式中, $p(X_{0:i} | \theta)$ 为性能退化数据 $X_{0:i}$ 的联合概率密度函

数。通过极大似然估计计算 θ 的值,即

$$\hat{\theta}_i = \operatorname{argmax}_{\theta} E_i(\theta) \quad (16)$$

EM 算法一般包括 E 步和 M 步, E 步即计算极大似然估计函数的数学期望, M 步则是根据 E 步获得的数学期望求最大值从而更新参数。根据式(13)和式(14)计算实时概率密度函数和寿命分布函数,从而预测剩余寿命。

5 陀螺仪寿命预测实例分析

陀螺仪作为一种高灵敏度、高精度的惯性器件,在航空、航海等领域有着广泛应用。本文以陀螺仪为研究对象,以陀螺仪的一次漂移系数作为检测的性能数据。

实验室对某陀螺仪一次漂移系数的历史测试数据如图 2 所示。

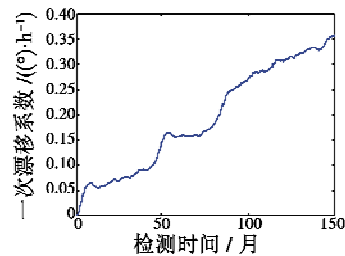


图 2 陀螺仪一次漂移系数测试数据

Fig. 2 Drift coefficient data of gyroscope

该陀螺仪的一次漂移系数应小于 $0.5 (^\circ)/h$,因此,当一次漂移系数超过这个数值时,则认为陀螺仪出现故障且寿命终止。运用本文中的参数更新和寿命预测方法,使用 Matlab 和 WinBUGS 软件进行编程和计算,得到剩余寿命概率密度函数如图 3 所示。

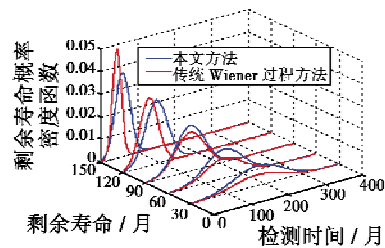


图 3 剩余寿命概率密度函数对比图

Fig. 3 Comparison of probability density function of remaining useful life

从图 3 中可以看到本文提出的方法与基于传统 Wiener 过程的方法得到的不同的寿命的预测概率密度曲线。两种方法的剩余寿命预测曲线与实际寿命曲线如图 4 所示。

从图 4 中可以发现,本文提出的方法相对于传统 Wiener 过程的方法,其寿命预测曲线能够更好地跟踪实际寿命曲线,从而验证了本文所提方法的有效性,预测效果比较良好,能够实现陀螺仪的寿命预测。

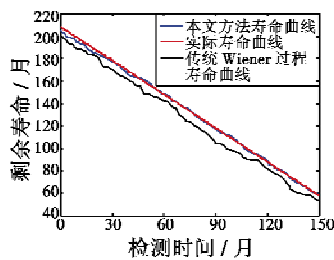


图4 剩余寿命预测曲线

Fig. 4 Prediction curve of remaining useful life

6 结束语

传统的基于 Wiener 过程的寿命预测方法不考虑漂移系数和扩散系数在退化过程中的变化,与实际情况不相符。本文建立了以漂移系数与性能退化量为状态参数和观测值的状态空间方程,通过 Kalman 滤波和 EM 算法实现了漂移系数与剩余寿命概率密度函数的实时更新。最后采用本文所提方法对某陀螺仪进行寿命预测,结果表明寿命预测曲线能够很好地跟踪实际寿命曲线,从而验证了方法的有效性。

参考文献

- [1] PECHT M. Prognostics and health management of electronics[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2008.
 - [2] LU J C, MEEKER W. Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution [J]. *Technometrics*, 1993, 35(2):161-174.
 - [3] BLOCH-MERCIER S. A preventive maintenance policy with sequential checking procedure for a Markov deteriorating system[J]. *European Journal of Operational Research*, 2002, 142(3):548-576.
 - [4] GEBRAEEL N, LAWLEY M, LI R, et al. Residual-life distributions from component degradation signals; a Bayesian approach[J]. *IIE Transactions*, 2005, 37(6):543-557.
 - [5] DELIA M C, RAFAEL P O. A maintenance model with failures and inspection following Markovian arrival processes and two repair modes [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 186(2):694-707.
 - [6] WANG X. Wiener processes with random effects for degradation data [J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2010, 101(2):340-351.
 - [7] BARKER C T, NEWBY M J. Optimal non-periodic inspection for a multivariate degradation model [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(1):33-43.
 - [8] 苏成利,王树青.一种基于 Wiener 模型的非线性预测控制算法[J]. *信息与控制*, 2007, 36(1):86-92. (SU C L, WANG S Q. A nonlinear prognostic control algorithm based on Wiener model [J]. *Information and Control*, 2007, 36(1):86-92.)
 - [9] 彭宝华,周经伦,孙权,等.基于退化与寿命数据融合的产品剩余寿命预测[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(5):1073-1078. (PENG B H, ZHOU J L, SUN Q, et al. Remaining useful life prediction based degradation and life data [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(5):1073-1078.)
 - [10] 王兆强,胡昌华,司小胜,等.一种基于维纳过程和贝叶斯估计的独立部件剩余寿命实时预测方法[C]//第25届中国控制与决策会议,贵阳,2013:4 808-4812. (WANG Z Q, HU C H, SI X S, et al. A new remaining useful life prediction approach for independent component based on the Wiener process and Bayesian estimating paradigm [C]//The 25th Chinese Control and Decision Conference, Guiyang, 2013:4808-4812.)
 - [11] SI X S, WANG W, HU C H, et al. A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 35(1):219-237.
- (上接第 101 页)
- [1] 计算机工程与技术, 2012, 33(10):3708-3714. (WANG S, GE H B. PN code acquisition based on apFFT [J]. *Computer Engineering and Design Electronics*, 2012, 33(10):3708-3714.)
 - [6] 张海,陈惠连,彭定之,等.天线主瓣照射圆内的多普勒分布[J]. *系统工程与电子技术*, 2001, 16(1):113-116. (ZHANG H, CHEN H L, PENG D Z, et al. Doppler spectrum from the ground circle radiated by antenna main-lobe[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2001, 16(1):113-116.)
 - [7] 田黎育,高梅国.一种二相码信号多普勒补偿方法的研究与实现[J]. *北京理工大学学报*, 2002, 22(6):757-760. (TIAN L Y, GAO M G. A Doppler compensation method for bi-phase coded signals [J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2002, 22(6):757-760.)
 - [8] 刘建新,陈惠连,向敬成,等.脉间二相编码脉冲信号的多普勒处理[J]. *信号处理*, 2003, 19(2):132-134. (LIU J X, CHEN H L, XIANG J C, et al. Doppler processing for pulse to pulse bi-phase-coded pulse [J]. *Signal Processing*, 2003, 19(2):132-134.)
 - [9] 王兆华,黄翔东,杨尉.全相位 FFT 相位测量法[J]. *世界科技研究与发展*, 2007, 29(4):28-32. (WANG Z H, HUANG X D, YANG W. The measuring phase method of all-phase FFT [J]. *World Sci-tech R & D*, 2007, 29(4):28-32.)
 - [10] 王兆华,黄翔东.基于全相位谱分析的相位测量原理及应用[J]. *数据采集与处理*, 2009, 24(6):777-782. (WANG Z H, HUANG X D. Principle of phase measurement and its application based on all-phase spectral analysis [J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2009, 24(6):777-782.)