

卫星导航系统基四选星算法

杨 蓝¹, 王祖林¹, 尚佳栋¹, 周丽娜¹, 许建忠²

(1. 北京航空航天大学, 北京 100191; 2. 河北大学物理科学与技术学院, 河北 保定 071002)

摘要: 随着卫星导航系统的发展, 可见星数大大增多, 为了减少接收机运算量, 需选择可见卫星的一个子类。本文分析了卫星导航系统中 N 个 4 星最优分布与某 4 星最优分布中的 k ($k \leq 3$) 个卫星 (共 $4N + k$ 颗卫星) 的联合分布 GDOP 值, 并以此为基础提出了一类低复杂度近似最优的基四选星算法。该算法以经典的 4 星选择算法 (最大体积法和四步选择法) 为基础, 通过多次迭代与部分执行, 实现任意多于 4 星的卫星选择。仿真结果表明该算法与准优算法相比运算复杂度和 GDOP 值都更低。

关键词: 卫星导航系统; 卫星选择; 几何精度因子

中图分类号: TN96 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)07-0061-05

A Four-Based Satellite Selection Algorithm for GNSS

YANG Lan¹, WANG Zu-lin¹, SHANG Jia-dong¹, ZHOU Li-na¹, XU Jian-zhong²

(1. Beihang University, Beijing 100191, China;

2. College of Physics Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, China)

Abstract: With the development of the Global Navigation Satellite System (GNSS), the number of visible satellites increases greatly. In order to lower the computational complexity of the receiver, a satellite selection algorithm is essential for choosing a subset of the visible satellites. This paper analyses the Global Dilution of Position (GDOP) of a joint distribution, which contains the N optimal distributions of four satellites and the k ($k \leq 3$) satellites in an optimal distribution of four satellites. According to the comparison of the GDOP between the joint distribution and the optimal distribution of $4N + k$ satellites, a four-based satellite selection algorithm is proposed, which has low computational cost and is close to the optimal. The proposed algorithm can select any number of satellites more than four through the iteration and portion of the classic satellite selection algorithm of four satellites, such as maximum-volume algorithm and four-step satellite selection method. Simulations indicate that the proposed method requires less computational cost and achieves lower GDOP than the quasi-optimal algorithm.

Key words: Global Navigation Satellite System (GNSS); satellite selection; Geometric Dilution of Precision (GDOP)

0 引言

目前, 卫星导航系统蓬勃发展, 全球多个国家和地区都在建设和发展自己的卫星导航系统, 如美国 GPS、欧洲 Galileo、俄罗斯 GLONASS 等。当它们完全建成时, 导航卫星会达到一百多颗, 可见星数大幅增加, 导

航精度和系统可用性及可靠性将大大提高^[1]。

理论上, 接收机可跟踪所有可见卫星定位解算, 但实际上接收通道、系统能量有限, 只选择性跟踪可见卫星的子类。当所选卫星数量一定时, 导航精度主要取决于所选卫星的几何精度因子。最优的选择算法为最小 GDOP 法^[2], 它遍历所有可见卫星组合的 GDOP, 选取最小 GDOP 值所对应的那个子类, 该方法需矩阵求逆, 当卫星数增多时运算量急剧增加。例如从 40 颗星中选 8 大约有 7.6×10^7 种选择, 无法满足快速实时解算的要求。

针对选星问题, 出现了大量减少计算量提高定位精度的方法。对于 4 星的选择, GDOP 与接收机到卫

收稿日期: 2014-07-02

修回日期: 2014-09-16

基金项目: 国家自然科学基金 (61071070, 61201156); 河北省高等学校科学技术研究项目 (Z2014158)

作者简介: 杨 蓝 (1984—), 男, 四川武胜人, 博士生, 研究方向为通信与信息系统。

星的单位向量所组成的四面体体积约成反比,因此可通过选择四面体体积最大的卫星子类作为次优的组合,即为最大体积法^[3]。文献[4]提出了四步选择法,该方法将选择最大体积与最小 GDOP 结合,实现了运算量与性能的权衡。以上两种经典算法都是 4 星的选择,应用范围有限,于是又出现了可应用于任意卫星数选择的准优卫星选择算法^[5]。该算法将卫星间共线的程度定义为卫星冗余度,通过从可见卫星中剔除最冗余卫星来选星。准优卫星选择算法最初设计应用于低地球轨道的 GPS 接收机,与地面用户相比可见卫星都具有较低的高度角,地面应用时性能大大降低^[6]。利用体积与 GDOP 近似反比的关系,文献[7]通过寻找可见卫星的凸壳来得到最大体积的组合,但该方法所选的卫星个数不能事先确定,并不适用于计算资源有限的接收机。还有很多方法利用统计和机器学习来得到 GDOP 的近似解,如人工神经网络^[8]、支持向量机^[9]进化算法^[10]等,它们只能减少单次 GDOP 的计算量而不能减少组合数,因此不能有效降低复杂度。

4 星次优选择算法一般是从可见卫星中选出最逼近 4 星最优分布的组合,如最大体积法和四步选择法,然而为了提高导航精度与鲁棒性,选取的卫星数一般大于 4。本文也利用此原理,首先分析任意大于 4 个卫星的最优分布,然后设计选择方法,选出与该分布最逼近的组合。

任意自然数 m 都可写成 $m = 4N + k$, 其中, N 和 k 分别为 m 除以 4 的商和余,因此,任意卫星数的分布可看作 N 个 4 星和 $k(k \leq 3)$ 颗星的联合分布。本文首先分析了 N 个 4 星最优分布与某 4 星最优分布中的 k 颗星组成的联合分布的 GDOP 值,证明它与 m 个星最优 GDOP 的近似关系,同时证明了多个 4 星组合后的最优度小于组合前 4 星最优度的均值。因此, m 个卫星数的最优选择可近似为 N 个 4 星的最优选择与 k 颗星的最优选择,可大大减少选择组合数。以此为基础,本文设计了基四卫星选择算法。该算法以经典的 4 星选择算法为基础,通过 N 次迭代选出 $4N$ 颗星,以及部分执行得到 k 颗星,实现任意卫星数选取,该方法可大大减少选取组合数,满足快速实时导航定位的要求。

1 几何精度因子与最优分布

1.1 几何精度因子

卫星导航系统的定位精度由两方面决定: GDOP 与用户等效距离误差 (User Equivalent Range Error, UERE)。UERE 表示卫星伪距等效测量精度,假设所有卫星导航系统的 UERE 近似一致,只考虑 GDOP 对定位精度的影响。

G_{GDOP} 是描述卫星几何分布对测量精度影响的参数,值越小精度越高,计算式为

$$G_{\text{GDOP}} = \sqrt{\text{trace}(\mathbf{Q})} \quad (1)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_n^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中: \mathbf{Q} 为协因数矩阵, $\mathbf{Q} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$, \mathbf{G} 为测量矩阵; n 为观测卫星数; $\mathbf{e}_i (i = 1, \dots, n)$ 为接收机到观测卫星单位向量, $\mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i = 1$ 。

1.2 4N 卫星的最优分布

卫星数量一定时,使 G_{GDOP} 值最小的几何分布为最优分布。由文献[5]可知,4 颗卫星的最优几何分布对应的单位向量分别为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{\text{opt},1} = (0 \ 0 \ 1)^T \\ \mathbf{e}_{\text{opt},2} = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \ 0 \ -\frac{1}{3}\right)^T \\ \mathbf{e}_{\text{opt},3} = \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} \ \frac{\sqrt{6}}{3} \ -\frac{1}{3}\right)^T \\ \mathbf{e}_{\text{opt},4} = \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} \ -\frac{\sqrt{6}}{3} \ -\frac{1}{3}\right)^T \end{cases} \quad (3)$$

它们的协因数矩阵为

$$\mathbf{Q}_{\text{opt}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \mathbf{I}_3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中, \mathbf{I}_3 为 3×3 单位阵,因此 4 星最优分布 $G_{\text{GDOP}} = \sqrt{5/2}$ 。

接下来分析 4 星最优分布旋转任意角度后的 GDOP 值。设旋转矩阵为 \mathbf{R} , 由于 \mathbf{R} 是正交矩阵 ($\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbf{I}$), 则旋转后协因数矩阵为

$$\mathbf{Q}_{\text{opt},\mathbf{R}} = \left(\begin{pmatrix} \mathbf{R} \mathbf{e}_{\text{opt},1} & \cdots & \mathbf{R} \mathbf{e}_{\text{opt},4} \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\text{opt},1}^T \mathbf{R}^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_{\text{opt},4}^T \mathbf{R}^T & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \mathbf{R} \mathbf{R}^T & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \mathbf{I}_3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \quad (5)$$

比较式(4)和式(5)可知, $\mathbf{e}_{\text{opt},1}, \mathbf{e}_{\text{opt},2}, \mathbf{e}_{\text{opt},3}, \mathbf{e}_{\text{opt},4}$ 旋转前后协因数矩阵不变,它们的 G_{GDOP} 相等,是 4 星 G_{GDOP} 的最小值,所以它们整体旋转任意角度后仍为最优分布。

设有 N 个旋转矩阵 $\mathbf{R}_i, i = 1, \dots, N$, 则 N 个 4 星最优分布组合的测量矩阵为

$$G_{4N} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{opt,1}^T \\ \vdots \\ e_{opt,4}^T \end{pmatrix} R_1^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \begin{pmatrix} e_{opt,1}^T \\ \vdots \\ e_{opt,4}^T \end{pmatrix} R_N^T & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

协因数矩阵为

$$Q_{4N} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N \left(R_i \left(\sum_{j=1}^4 e_{opt,j} e_{opt,j}^T \right) R_i^T \right) \sum_{i=1}^N \left(R_i \left(\sum_{j=1}^4 e_{opt,j} \right) \right)^T \\ \sum_{i=1}^N \left(\left(\sum_{j=1}^4 e_{opt,j}^T \right) R_i^T \right) & 4N \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4N} I_3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4N} \end{pmatrix} \quad (7)$$

由文献[11]可知,若所选卫星数为 $4N$,则任意分布的 $G_{GDOP} \geq \sqrt{\frac{5}{2N}}$,而由式(7)可知, N 个4星最优分布组合后的 $G_{GDOP} = \sqrt{\frac{5}{2N}}$,正好是 $4N$ 颗卫星GDOP值最小值,因此 $4N$ 颗星的最优分布可通过 N 个4星最优分布组合得到。

1.3 $4N+k$ 卫星的 GDOP

本小节分析在 $4N$ 颗最优分布(即 N 个4星最优分布)上添加另一4星最优分布的 $k(k \leq 3)$ 颗卫星后GDOP值变化。设 $g_i = [e_{opt,i}^T R^T \ 1], i=1, \dots, k$ 对应添加的 k 颗卫星,则有

$$g_i (G_{4N}^T G_{4N})^{-1} g_j^T = \begin{cases} \frac{1}{N} & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (8)$$

利用式(7)、式(8)和Woodbury^[12]公式可得该方法的 $4N+k$ 颗星的 G_{GDOP} 为

$$G_{4N+k} = \sqrt{\frac{5}{2N} \left(1 - \frac{k}{4(N+1)} \right)} \quad (9)$$

以及它与最优 G_{GDOP} 的比值 ζ 为

$$\zeta = \frac{G_{4N+k}}{\sqrt{\frac{5}{2N}}} = \sqrt{1 + \frac{4k-k^2}{16N(N+1)}} \quad (10)$$

表1列出了所有 k 值对应该方法得到的 G_{GDOP} 与最优 G_{GDOP} 的比值 ζ 。 ζ 表示所选卫星与最优分布的接近程度,由于 N 为自然数,所以 $\zeta \leq 1.061$ 。可见对 $4N$ 颗卫星的最优分布添加任意另一4星最优分布中的 k 颗卫星,所得 $4N+k$ 卫星组合近似最优。

表1 $4N+k$ 星的 G_{GDOP} 与最优比值

Table 1 The ratio of G_{GDOP} of $4N+k$ satellites to the optimal value

k	ζ
1	$\sqrt{1 + \frac{3}{16N(N+1)}} \leq 1.046$
2	$\sqrt{1 + \frac{1}{4N(N+1)}} \leq 1.061$
3	$\sqrt{1 + \frac{3}{16N(N+1)}} \leq 1.046$

2 N 个 4 星与 $4N$ 星的最优度关系

最优度是指卫星分布达到最优的程度,可通过卫星的协因数矩阵与最优分布的协因数矩阵之差的Frobenius范数与最优分布协因数矩阵Frobenius函数之间的比值来定义,最优度大于1,越小则分布越优。设 N 个4星分布的协因数矩阵分别为 $Q_k = (q_{ij}^k), i, j = 1, 2, 3, 4, k = 1, 2, \dots, N$,则总的 $4N$ 星协因数矩阵为 $Q = \left(\sum_k q_{ij}^k \right)$,那么,第 k 个4星最优度 D_4^k 与 $4N$ 星最优度 D_{4N}

可分别表示为

$$\begin{cases} D_4^k = \frac{\sqrt{\sum_{i,j} (q_{ij}^k - q_{opt,ij})^2}}{\sqrt{\sum_{i,j} q_{opt,ij}^2}} & k = 1, 2, \dots, N \\ D_{4N} = \frac{\sqrt{\sum_{i,j} \left(\sum_k q_{ij}^k - Nq_{opt,ij} \right)^2}}{\sqrt{\sum_{i,j} \left(Nq_{opt,ij} \right)^2}} \end{cases} \quad (11)$$

式中, $q_{opt,ij}$ 为4星最优分布协因数矩阵元素。

由式(11)可得

$$D_{4N} \leq \sum_{k=1}^N D_4^k / N \leq \max \{ D_4^k, k = 1, 2, \dots, N \} \quad (12)$$

即多个4星组合后分布的最优度小于4星最优度的均值,卫星组合后的分布比组合前4星最差分布更接近最优。因此在进行卫星选择时,可通过经典4星选择算法选出多个接近最优的4星,它们组合后仍是接近最优的。

3 基四卫星选择算法

3.1 算法设计

由上文可知, $4N$ 卫星的最优分布可由 N 个4星最优分布得到,而 $4N+k(0 < k < 4)$ 卫星的近似最优分布可在 $4N$ 颗星基础上添加属于另一4星最优分布中的 k 个卫星得到。即使 N 个4星的分布不是最优的,组合后的卫星分布接近最优的程度也不会变差,因此,任

意颗星的选择可通过迭代执行 N 次基本的 4 星选择算法实现,剩余的 k 颗卫星可通过执行 4 星选择算法的前 k 步得到,算法执行步骤如下:1) 确定可见卫星数 n ,选择卫星数 m ,计算得到 $N = \lfloor m/4 \rfloor$ ($\lfloor \cdot \rfloor$ 为下取整运算符), $k = m - 4N$;2) 执行 N 次 4 星选择算法选出 $4N$ 颗卫星,每次可选卫星为可见卫星除去已选卫星后的剩余卫星;3) 若 $k \neq 0$ 则执行 4 星选择算法的前 k 步,从剩余卫星中选出 k 颗卫星。

本文算法选择经典的最大体积法^[8]和四步选择法^[6]作为基本的 4 星选择算法,得到两种基四卫星选择算法,基四(最大体积)和基四(四步选择)。

3.2 计算复杂度

基四卫星选择算法从 n 中选择 m ($m < n$),需要执行不大于 $\lceil m/4 \rceil$ ($\lceil \cdot \rceil$ 为上取整运算符)次 4 星选择算法,每次可选择的卫星数比上一次少 4,基四(最大体积)和基四(四步选择)的总乘法次数分别小于 $(51n - 102\lceil m/4 \rceil - 20) \cdot \lceil m/4 \rceil$,和 $(127n - 254\lceil m/4 \rceil - 115) \cdot \lceil m/4 \rceil$,运算复杂度都为 $O(mn)$,而最大行列式法需计算矩阵行列式,乘法次数为 $240mC_n^m$ 。最小 GDOP 法需计算所有不同组合的 G_{GDOP} 值,若高斯消去求矩阵的逆,乘法数约为 $800mC_n^m$,运算量远大于本文的基四选择算法。准优卫星选择算法只需要计算所有卫星的冗余度,能满足实时快速选星的要求,只进行 $3n^2$ 次乘法,复杂度都为 $O(n^2)$ 。图 1 将两种基四算法与准优、最大行列式和最优卫星选择算法进行比较,选星数为 7,可以看出基四算法运算量与准优卫星接近,属于同一量级,远远小于最大行列式和最优选择方法。

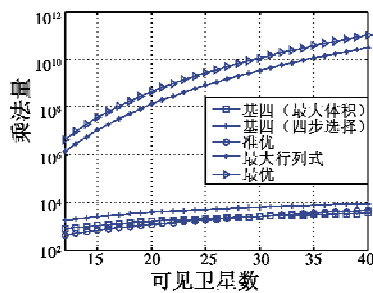


图 1 卫星选择算法运算量比较

Fig. 1 Computational cost of different satellite selection methods

4 性能评估

本文通过产生随机分布的卫星星座和模拟实际卫星导航系统多星座来评估基四算法的性能。卫星选择算法与最优算法的接近程度可通过 DOP 比值 ζ 评估,其定义为^[8]

$$\zeta_{\text{method}} = \frac{D_{\text{method}}}{D_{\text{optimal}}} \quad (13)$$

由于 DOP 值越大性能越差,所以 DOP 值都不小于最优值, $\zeta \geq 1$ 。 ζ 越接近 1,算法性能越好;若 $\zeta = 1$,表明算法所选卫星组合就是最优的。

4.1 随机星座

通过 Matlab 产生仰角大于 5° 且均匀分布的 16 颗卫星,共 1000 个样本。基四(最大体积)和基四(四步选择)两种基四算法与准优和最大行列式选择算法的比较见表 2 和图 2。表 2 显示了 4 种算法 ζ 的均值和最大值,可以看出基四选择算法优于准优算法,如在选取 7 星的情况下均值减少 31% 以上,接近最大行列式法的性能,而运算量又远小于它。同时由于四步选择法优于最大体积法,对于以它们为基的基四算法,基四(四步选择)也优于基四(最大体积),如在选取 7 星的情况下均值减少 3.5%。图 2 为不同选择算法选择 12 颗星的 ζ 分布,其中, $1 \leq \zeta \leq 1.1$ 范围内样本数分别为 405,594,107 和 967,基四算法比准优算法提高了约 3 倍以上。

表 2 随机星座下的 ζ 均值和最大值

Table 2 Mean and maximum value of ζ for random constellation

选星数	$\zeta_{\text{基四(最大体积)}}$		$\zeta_{\text{基四(四步选择)}}$		$\zeta_{\text{准优}}$		$\zeta_{\text{最大行列式}}$	
	均值	最大值	均值	最大值	均值	最大值	均值	最大值
7	1.153	2.554	1.113	2.227	1.677	9.670	1.022	1.118
8	1.110	1.971	1.056	1.373	1.452	4.635	1.021	1.103
9	1.083	1.948	1.047	1.365	1.351	4.013	1.018	1.113
10	1.079	1.686	1.051	1.401	1.266	3.122	1.017	1.086
11	1.052	1.452	1.045	1.234	1.195	2.765	1.014	1.076
12	1.037	1.371	1.029	1.154	1.141	2.212	1.011	1.054

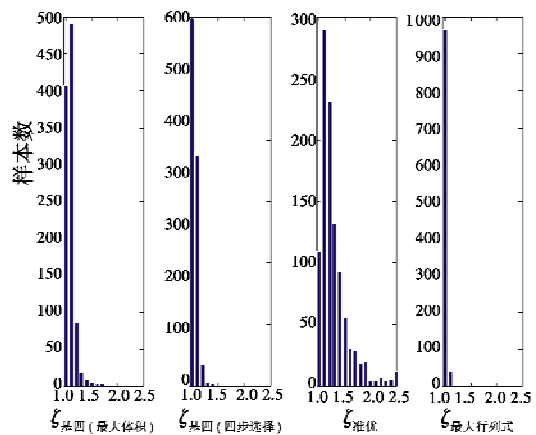


图 2 随机星座选 10 星的 ζ 分布

Fig. 2 Distribution of ζ for selecting 10 from random constellation

4.2 多卫星导航系统

利用软件 STK9 建立 GPS, Galileo 和 GLONASS 3 种卫星导航系统星座,接收机设于纬度 40° ,经度 116° ,卫星屏蔽角 5° 。以 10 min 间隔仿真,历经 72 h,共有 433 个样本,平均可见星数 32 个。表 3 显示了选取 7~12 星

时 ζ 均值和最大值,图3显示了选10星时 ζ 分布。

表3 GPS/Galileo/GLONASS 下 ζ 的均值和最大值

Table 3 Mean and maximum value of ζ for GPS/Galileo/GLONASS

选星数	$\zeta_{\text{基四(最大体积)}}$		$\zeta_{\text{基四(四步选择)}}$		$\zeta_{\text{准优}}$		$\zeta_{\text{最大行列式}}$	
	均值	最大值	均值	最大值	均值	最大值	均值	最大值
7	1.081	1.594	1.074	1.501	1.711	7.300	1.010	1.072
8	1.045	1.312	1.044	1.256	1.576	4.979	1.017	1.080
9	1.036	1.362	1.032	1.267	1.482	4.867	1.018	1.085
10	1.047	1.403	1.042	1.282	1.391	4.304	1.013	1.052
11	1.055	1.436	1.047	1.303	1.349	2.300	1.013	1.041
12	1.047	1.205	1.036	1.166	1.336	2.043	1.017	1.051

可以看出,相同条件下基四(四步选择)优于基四(最大体积),基四(最大体积)优于准优选择算法,最大行列式法最优,但它的运算量太大,不具有实时性。如选9星时它们的GDOP均值分别为1.036,1.032,1.482和1.080,基四算法比准优算法降低了约30%, $1 \leq \zeta \leq 1.1$ 范围内的样本数分别为285,294,14和445,基四算法比准优提高20倍。

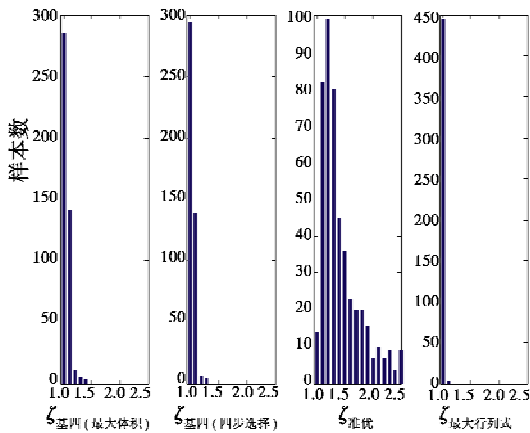


图3 GPS/Galileo/GLONASS 选10星的 ζ 分布

Fig.3 Distribution of ζ for selecting 10 from GPS/Galileo/GLONASS

5 结束语

本文计算了卫星导航系统中任意个4星最优分布与某4星最优分布中的 $k(k \leq 3)$ 个卫星的联合分布GDOP值,并以此为基础提出了一种适用于选择任意卫星数的基四选择算法。该算法以经典的次优选择算法(最大体积和四步选择)为基础,将任意卫星数分解为 $4N+k$,通过 N 次迭代选取 $4N$ 颗卫星和部分执行选取 k 颗卫星,同时分析了基4选择算法的运算复杂度与选星性能,大大优于准优选择算法。仿真结果表明,此算法以较少的运算量就能实现次优的选择效果,可满足卫星导航系统的实时选星要求。

参考文献

- [1] 陈灿辉,张晓林. 一种新的卫星导航系统快速选星方法[J]. 电子学报, 2010, 38(12): 2887-2891. (CHEN C H, ZHANG X L. A fast satellite selection approach for satellite navigation system[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(12): 2887-2891.)
- [2] MILLIKEN R J, ZOLLER C J. Principle of operation of NAVSTAR and system characteristics [J]. Navigation, 1978, 25(2): 95-106.
- [3] KIHARA M, OKADA T. A satellite selection method and accuracy for the global positioning system [J]. Navigation, Journal of the Institute of Navigation, 1984, 31: 8-20.
- [4] LI J, AWELE N, LISA W. GPS receiver satellite/antenna selection algorithm for the stanford gravity probe B relativity mission[C]//Proceeding of the ION National Technical Meeting, 1999: 541-550.
- [5] PARK C W. Precise relative navigation using augmented CDGPS[D]. Stanford: Stanford University, 2001.
- [6] ROONGPIBOONSOPIT D, KARIMI H A. A multiconstellation selection algorithm for integrated global navigation satellite systems[J]. Journal of Intelligent Transportation Systems, 2011, 13(3): 127-141.
- [7] BLANCO-DELGADO N, NUNES F D. Satellite selection method for multiconstellation GNSS using convex geometry [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(9): 4289-4297.
- [8] MOSAVI M R, SORKHI M. An efficient method for optimum selection of GPS satellites set using recurrent neural network[C]//2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2009: 245-249.
- [9] WU C H, SU W H, HO Y W. A study on GPS GDOP approximation using supportvector machines [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(1): 137-145.
- [10] MOSAVI M R, DIVBAND M. Calculation of geometric dilution of precision using adaptive filtering technique based on evolutionary algorithms [C]//International Conference on Electrical and Control Engineering, 2010: 4842-4845.
- [11] ZHAN M Y, ZHANG J. A fast satellite selection algorithm: beyond four satellites[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2009, 3(5): 740-747.
- [12] GOLUB G H, VAN LOAN C F. Matrix computations [M]. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013.