

## 一种基于最小总风险代价函数的 RAIM 门限优化算法

杨林, 吴德伟, 戚君宜, 卢虎  
(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

**摘要:** 传统接收机自主完好性监测(Receiver Autonomous Integrity Monitoring, RAIM)算法采用完好性风险最小准则确定判决门限, 其过于保守的门限求解方式增加了航空用户的连续性风险。针对不同航空用户完好性需求的差异, 提出了一种基于最小总风险代价函数的 RAIM 门限优化算法, 以假设检验中漏检与误警概率之和作为总风险代价函数, 在兼顾导航所需性能及 RAIM 可用性的前提下, 最小化总风险代价函数, 以此确定 RAIM 优化门限, 实现完好性与连续性风险间的权衡。仿真结果表明, 经过最小总风险代价函数权衡, 可合理降低用户连续性风险, 并使其具备在伪距域中判定 RAIM 可用性的能力。

**关键词:** 接收机自主完好性监测; 代价函数; 最小总风险准则; RAIM 可用性

中图分类号: V448; TN967.1 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2015)07-0038-05

## A RAIM Threshold Optimization Algorithm Based on Minimum Total Risk Cost Function

YANG Lin, WU De-wei, QI Jun-yi, LU Hu  
(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Traditional Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM) algorithm uses integrity risk minimum criterion to determine the threshold, the threshold solving method is too conservative and may increase the risk of the continuity to aviation users. In view of the differences between the aviation users' integrity requirements, a RAIM threshold optimization algorithm based on minimum total risk cost function is proposed. Taking the sum of false alarm probability and missed detection probability in hypothesis test as the total risk cost function, on the premise of ensuring RNP and RAIM availability, the total risk cost function is minimized to determine the RAIM optimize threshold and achieve the trade-off between integrity and continuity. The simulation results show that after the minimum total risk cost function trade-off, the continuity risks of users can be reasonably reduced, and the RAIM availability can be judged in the pseudorange domain.

**Key words:** RAIM; cost function; minimum total risk criterion; RAIM availability

### 0 引言

接收机自主完好性监测(RAIM)算法因具备独立自主、快速告警等优点被广泛应用于航空领域<sup>[1-2]</sup>, 其中, 选取判决门限是实现 RAIM 故障检测与隔离的重要一环, 由于门限选取会影响漏检与误警概率, 关联着系统完好性与连续性风险, 因此研究如何选取门限, 实现各风险间的权衡就显得尤为必要。文献[2]在分析 RAIM

数学模型的基础上, 得到了可用性确定时, 无法同时降低漏检与误警概率的结论; 文献[3]阐明了卫星导航完好性概念最早起源于民航飞行安全保障, 可作为现行 RAIM 算法采用保守的 Neyman-Pearson 准则确定判决门限的合理解释; 文献[4]立足漏检与误警矛盾统一的特性, 提出从风险代价角度寻求门限平衡点的方法, 但未考虑到 RAIM 可用性判定, 因此求取的门限仅为数学意义上的“最优化”, 未必满足 RAIM 算法实际, 仍有改进空间。

基于以上分析, 本文研究了风险代价函数求取各门限的基本原理, 并将判定 RAIM 可用性与比较伪距域中门限大小关系结合起来。在考虑军航飞行注重提

收稿日期: 2014-07-18 修回日期: 2014-09-08

基金项目: 国家自然科学基金(61174194)

作者简介: 杨林(1989—), 男, 陕西西安人, 硕士生, 研究方向为卫星导航及完好性监测技术。

高作战效能实际的前提下,选取最小总风险代价函数优化判决门限,满足了军航用户兼顾完好性与连续性风险的特殊需求。

## 1 最小二乘残差 RAIM 算法

GNSS 定位解算线性化伪距方程为

$$\mathbf{y} = \mathbf{Hx} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  为伪距观测量; $n$  为可视卫星数; $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times 4}$  为几何观测矩阵; $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$  为状态矢量; $\boldsymbol{\epsilon} \in \mathbb{R}^n$  为伪距观测噪声。伪距残差矢量: $\mathbf{w} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{S}\boldsymbol{\epsilon}$ ,  $\mathbf{S} = \mathbf{I} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T$ 。由于  $\mathbf{w}$  含有卫星伪距噪声信息,因此取伪距残差平方和为故障卫星检测依据: $E_{\text{SSE}} = \mathbf{w}^T\mathbf{w} = \boldsymbol{\epsilon}^T\mathbf{S}\boldsymbol{\epsilon}$ 。若  $\boldsymbol{\epsilon} \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 有二元假设检验:无故障  $H_0$ , 当  $E(\boldsymbol{\epsilon}) = 0$  时,  $\frac{E_{\text{SSE}}}{\sigma^2} \sim \chi^2(v, \lambda)$ ; 有故障  $H_1$ , 当  $E(\boldsymbol{\epsilon}) \neq 0$  时,

$\frac{E_{\text{SSE}}}{\sigma^2} \sim \chi^2(v, \lambda)$ , 自由度  $v = n - 4$ ,  $\lambda$  为非中心参数。假设检验以  $M$  表示漏检事件,  $F$  表示误警事件, 漏检概率与误警概率可表示为

$$P_M = \int_0^\tau g_{\chi^2(v, \lambda)}(x) dx \quad (2)$$

$$P_F = \int_\tau^\infty f_{\chi^2(v)}(x) dx \quad (3)$$

式中,  $\tau$  为归一化门限, 取  $E_{\text{SSE}}$  单位权为检验统计量  $l$ , 判决门限为  $T$ , 则有

$$l = \sqrt{\frac{E_{\text{SSE}}}{n - 4}} \quad (4)$$

$$T = \sigma \sqrt{\frac{\tau}{n - 4}} \quad (5)$$

若  $l < T$ , 信号正常; 反之, 则检测到故障, 系统应发出告警信息。

由于 RAIM 性能与卫星构型密切相关, 当可视卫星数较少或卫星构型不理想时, 空间结构引起的定位误差会掩盖卫星故障引起的定位偏差, 造成完好性监测结果不可用, 因此判定 RAIM 可用性极其关键<sup>[5-6]</sup>。用户定位误差为:  $(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \epsilon_t)^T = A\boldsymbol{\epsilon}$ ,  $A = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T$ 。设第  $i$  颗卫星出现伪距偏差  $b_i$ , 其余卫星伪距观测噪声  $\boldsymbol{\epsilon}$  为零, 则故障星水平定位误差(HPE)为

$$E_{\text{HPE}} = b_i \sqrt{(A_{1i}^2 + A_{2i}^2)} \quad (6)$$

HPE 与检验统计量  $l$  的敏感性可表示为卫星特征线斜率

$$S(i) = \sqrt{(A_{1i}^2 + A_{2i}^2)(n - 4)/S_i} \quad (7)$$

取  $S_{\max} = \max(S(i))$ , 则  $S_{\max}$  对应卫星存在伪距偏差时最难检测, 因为对于相同的 HPE, 该卫星对应的  $l$  最小。将 HPE 最大值对应水平保护门限 HPL:  $t_{\text{HPL}} =$

$S_{\max} L_{\min}$ , 其中

$$L_{\min} = \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{n - 4}} \quad (8)$$

式中,  $L_{\min}$  为满足  $P_M$  要求的最小可检测偏差。比较 HPL 与水平告警门限  $t_{\text{HAL}}$  的大小, 若  $t_{\text{HPL}} < t_{\text{HAL}}$ , 判定 RAIM 可用; 反之, 则不可用。

## 2 RAIM 门限优化算法及伪距域中实现可用性研究

RAIM 故障检测及可用性判定关系如图 1 所示, 以横轴表示伪距域统计量, 纵轴表示水平定位误差, 实线与虚线分别表示无故障  $H_0$  与有故障  $H_1$  时统计量的概率密度函数曲线, 门限  $\tau$  左侧封闭区域面积表示系统的  $P_M$ ; 右侧封闭区域面积表示系统的  $P_F$ , 它们随门限的变化此消彼长, 系统的 HPL 则可由  $L_{\min}$  经  $S_{\max}$  映射到定位域中得到。

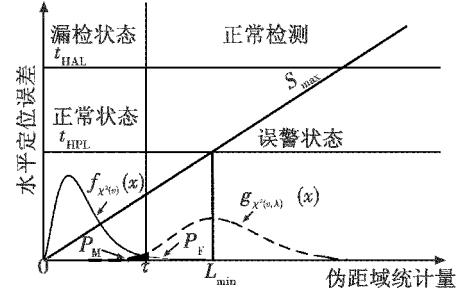


图 1 RAIM 故障检测与可用性判定及其映射关系示意图

Fig. 1 Mapping of RAIM fault detection and judgment of availability

定义代价函数  $f_c = \min(P_M)$ , 由式(2)可见, 为使  $P_M$  取值最小, 门限  $\tau$  应趋于零, 但为了避免过多的误警信息进入完好性监测系统导致频繁告警, 因此  $\tau$  不能无限制地趋于零,  $\tau$  仅能在  $P_F$  容忍限度内, 最小化  $P_M$ 。该方式与 Neyman-pearsen 检验准则相一致<sup>[7]</sup>, 将以该准则确定的门限  $\tau$  记为  $\tau_1$ , 对应的判决门限  $T_1$  为  $\sigma \sqrt{\frac{\tau_1}{n - 4}}$  被称作最小完好性风险门限或传统门限。

如图 2 所示, 考虑一种逆向处理方法, 即在飞行阶段明确时, 以已知的 HAL 作为 HPL 的上限值, 在确保 RAIM 可用性的临界条件下, 寻求判决门限的优化空间。其中, 点线表示在可用性临界条件下有故障  $H_1$  时统计量的概率密度函数曲线。

定义代价函数  $f_c = \min(P_F)$ , 由式(3)见, 为使  $P_F$  取值最小, 门限  $\tau$  应趋于  $\infty$ , 但为保证 RAIM 可用性( $t_{\text{HPL}} < t_{\text{HAL}}$ )同时兼顾完好性风险限值, 因此  $\tau$  也不能无限制地趋于  $\infty$ ,  $\tau$  仅能在  $P_M$  与 HAL 的约束下, 最小化  $P_F$ , 将以该准则确定的门限  $\tau$  记为  $\tau_2$ , 对应的判决门限  $T_2$  为

$\sigma\sqrt{\frac{\tau_2}{n-4}}$ , 被称作最小连续性风险门限。由于在利用式(6)、式(7)求解  $S_{\max}$  的过程中忽略了其余低特征线斜率卫星的伪距观测噪声, 因此引入保守因数  $f \in (0, 1)$ , 取  $t_{\text{HAL}} \times f$  作为 HPL 上限值, 以确保 RAIM 算法可用,  $t_{\text{HAL}} \times (1-f)$  记为保护裕量。分析图 2, 可得判决门限  $T_2$  求解步骤: 1) 将  $t_{\text{HAL}} \times (1-f)$  映射至伪距域得到检验统计量最大允许偏差  $L_{\max}$ :  $L_{\max} = \frac{t_{\text{HAL}} \times f}{S_{\max}}$ ; 2) 根据式(8), 可算得  $g_{x^2(v, \delta)}(x)$  非中心参数  $\delta$  为:  $\delta = \frac{L_{\max}^2 \times (n-4)}{\sigma^2}$ ; 3) 根据式(2), 利用  $\delta$  与  $P_M$ , 算得归一化门限  $\tau_2$ ; 4) 根据式(5), 将归一化门限  $\tau_2$  对应至判决门限  $T_2$ 。

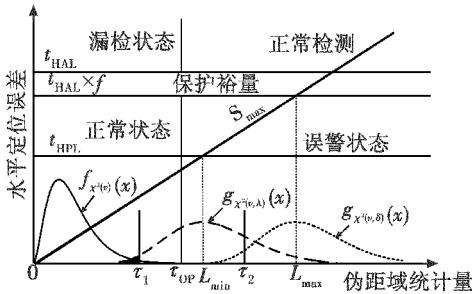


图 2 伪距域中进行 RAIM 可用性判定与门限优化示意图

Fig. 2 The diagram of pseudorange domain to judge RAIM availability and threshold optimization

为实现完好性与连续性风险权衡, 保证系统总风险最小。构造新的代价函数

$$f_c = \min P(F \cup M) \quad (9)$$

据概率公式

$$P(F \cup M) = P_F + P_M - P_F \cdot P_M \quad (10)$$

显然  $P_F \cdot P_M = 0$ , 式(5)可重写为

$$f_c = \min(P_F + P_M) \quad (11)$$

将式(2)、式(3)代入, 可得

$$f_c = \min \left[ 1 - \int_0^\tau f_{\chi^2(v)}(x) dx + \int_0^\tau g_{\chi^2(v, \delta)}(x) dx \right] \quad (12)$$

为使  $P_F$  与  $P_M$  的和最小, 要求  $\partial f_c / \partial \tau = 0$  且  $\partial^2 f_c / \partial \tau^2 > 0$ ,  $\tau$  应满足  $f_{\chi^2(v)}(\tau) = g_{\chi^2(v, \delta)}(\tau)$ , 此时  $\tau$  为两条概率密度函数曲线交点的横坐标, 将以该准则确定的门限  $\tau$  记为  $\tau_{\text{OP}}$ , 对应的判决门限  $T_{\text{OP}}$  为  $\sigma\sqrt{\tau_{\text{OP}}/(n-4)}$ , 被称作最小总风险门限或优化门限。

$\tau_1$  与  $\tau_2$  本质上是 RAIM 门限的极值,  $\tau_1$  是满足  $P_F$  指标的下限, 而  $\tau_2$  则是兼顾  $P_M$  要求与 RAIM 可用性的上限。由图 2 观察可得, 当  $\tau_1 \geq \tau_2$  时, RAIM 不可用 ( $t_{\text{HPL}} \geq t_{\text{HAL}}$ ); 当  $\tau_1 < \tau_2$  时, RAIM 可用性得到保证 ( $t_{\text{HPL}} < t_{\text{HAL}}$ ), 此时若存在  $\tau_1 < \tau_{\text{OP}} < \tau_2$ , 则完好性风险、连续性风险、RAIM 可用性都将得到保障, 求得的优化

门限  $T_{\text{OP}}$  即可用于故障检测与隔离; 若  $\tau_{\text{OP}} \leq \tau_1 < \tau_2$ , 此时因为星间几何构型较差, 造成  $\tau_1$  与  $\tau_2$  之差迅速减小, 使得  $\tau_{\text{OP}}$  无法满足  $P_F$  指标, 所以优化方法退化为传统门限求解法, 即令  $\tau_{\text{OP}} = \tau_1$ 。由于存在数值对应关系, 可用  $T$  替换  $\tau$ , 得到门限优化方法流程图, 如图 3 所示。综合以上分析可见, 采用新门限优化方法能够将原本只能放在定位域中处理的 RAIM 可用性判定“搬移”至伪距域中进行, 通过比较各门限大小既能够为用户提供基本的可用性保障, 又可为不同需求的航空飞行提供多种门限选择, 而文献[4]中算法未涉及 RAIM 可用性判定环节, 可能会导致系统在某时刻求得的优化门限不满足 RAIM 算法实际。

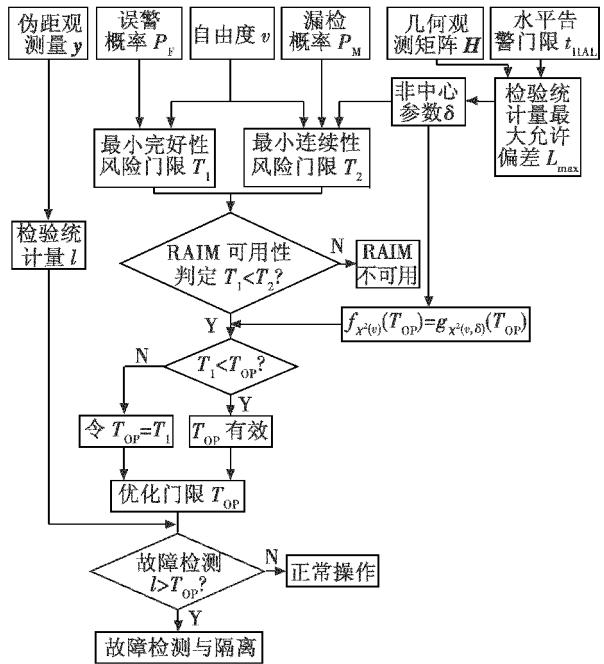


图 3 基于最小总风险优化门限  $T_{\text{OP}}$  的 RAIM 算法流程图

Fig. 3 The flow chart of RAIM algorithm based on the minimum total risk optimization threshold

### 3 仿真分析

利用 STK 卫星工具包分别构建北斗(BDS)区域系统(5GEO + 5IGSO + 4MEO)与北斗全球系统(5GEO + 3ICSO + 27MEO)<sup>[8]</sup>, 它们的星座构型与星下点轨迹如图 4 所示。针对本文提出的门限优化算法风险权衡效果、以及伪距域中实现 RAIM 可用性判定的能力进行仿真分析。

**仿真 1** 在 NPA 飞行阶段导航所需性能指标要求下, 选定误警概率  $P_F = 3.33 \times 10^{-7}$ , 漏检概率  $P_M = 0.001$ , 水平告警门限  $t_{\text{HAL}} = 556 \text{ m}$ <sup>[6]</sup>, 设定北斗导航系统伪距误差标准差  $\sigma = 6 \text{ m}$ , 保守因数  $f = 0.95$ , 接收机截止高度角为  $5^\circ$ 。以中国区域(北纬  $10^\circ \sim 55^\circ$ , 东经  $75^\circ \sim 135^\circ$ )内的 108 个格网点(按经纬  $5^\circ \times 5^\circ$  格网化)为对

象,取 STK 生成的频率为 1 Hz 的北斗卫星导航全球系统 24 h 星历数据,分别进行传统与优化门限 RAIM 算法仿真,其中于 7200~10 800 s 内在一颗观测卫星伪距中加入 100 m 故障偏差,统计误警、漏检次数,结果如图 5、表 1 所示。

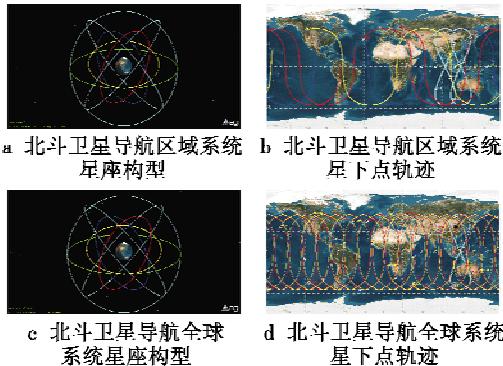


图 4 北斗卫星导航系统星座构型与星下点轨迹图  
Fig. 4 BDS navigation system constellation configuration and star point locus diagram

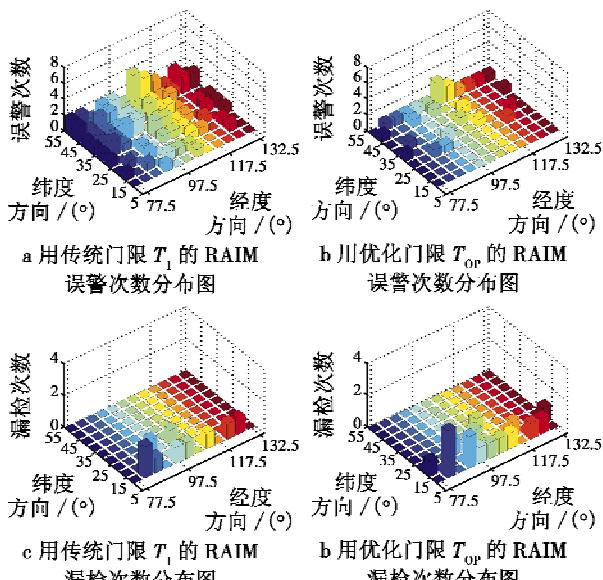


图 5 北斗卫星导航全球系统传统与优化门限 RAIM 算法仿真

Fig. 5 BDS (global) traditional and optimal threshold RAIM algorithm simulation

表 1 各门限的 RAIM 算法误警与漏检次数统计

Table 1 FA and MD number statistics of RAIM algorithm using each threshold

门限类别	误警次数	漏检次数	合计
传统门限 $T_1$	96	10	106
优化门限 $T_{\text{Op}}$	28	17	45

由图 5、表 1 可见,采用优化门限  $T_{\text{Op}}$  可明显降低系统误警次数,虽然放宽的  $T_{\text{Op}}$  引起了系统漏检次数的小幅增加,但系统的误警与漏检总数显著降低,表明新方法能够实现完好性与连续性风险间的权衡,最小化

系统的总风险。至于在中国境内 RAIM 误警次数呈现“北高南低”,漏检次数呈现“南高北低”的现象,则是由于  $P_f$  一定时,北斗全球系统中国境内低纬地区的可见卫星数较高纬地区略多,造成各类门限取值较高而引起的<sup>[2]</sup>。

**仿真 2** 研究 NPA 飞行阶段 RAIM 可用性判定能力,参照仿真 1 设定 RAIM 基本参数,以中国西安(北纬 34.17°,东经 108.57°)为观测站,取 STK 生成的以 1 min 为时间间隔的北斗系统 24 h 星历数据,仿真比较最小完好性风险门限  $T_1$ 、最小连续性风险门限  $T_2$  以及最小总风险优化门限  $T_{\text{Op}}$  之间大小关系,以此得到伪距域中实现 RAIM 可用性判定的效果,如图 6 所示。

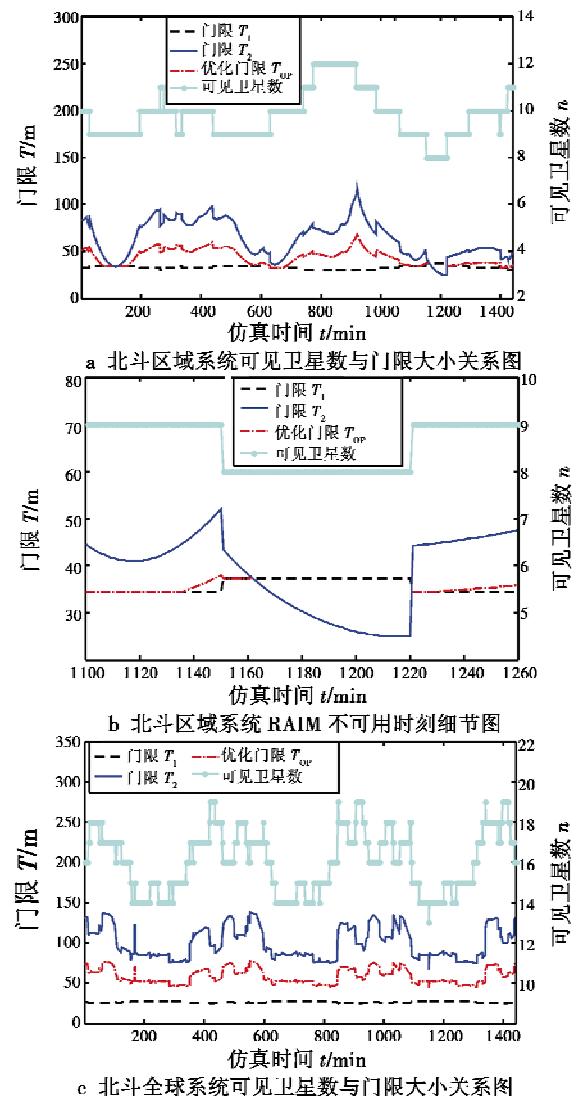


图 6 北斗系统伪距域中进行 RAIM 可用性判定仿真

Fig. 6 BDS pseudorange domain to judge

RAIM availability simulation

由图 6a、图 6b 可见,在北斗卫星导航区域系统星座下,当仿真时间落在 106~125 min,1162~1220 min 区间内时,存在  $T_1 \geq T_2$ ,显示 RAIM 在该区间内不可用,此时

不存在优化门限  $T_{op}$ 。虽然西安测站在 24 h 内可见卫星数目可达 8~12 颗的水平,但是其中包含 5 颗长期可见的 GEO 卫星,因此卫星空间几何构型不理想<sup>[9]</sup>,升高了卫星特征线斜率最大值,此时  $T_1$  与  $T_2$  间差距减小使得门限优化空间被压缩,且导致了 RAIM 算法不可用。由图 6c 可见,在北斗卫星导航全球系统星座下,仿真时间 24 h 内,均存在  $T_1 < T_2$ ,显示 RAIM 始终可用,此时存在优化门限  $T_{op}$ ,且  $T_1 < T_{op} < T_2$ ,即 RNP 指标皆得以满足。较区域系统西安测站在 24 h 内可见卫星数目大幅提升,达到 13~19 颗,此时由于 MEO 卫星布满轨道,对卫星空间几何构型改善明显,降低了卫星特征线斜率最大值,所以  $T_1$  与  $T_2$  间差距增大进一步扩展了门限优化空间,且使得 RAIM 算法可用性大幅提升。

#### 4 结论

依据军民用航空不同需求,选择恰当的代价函数确定门限基准,可为多元化的航空用户完好性保障打下基础。结合仿真 1 与仿真 2 的分析,RAIM 门限优化算法不仅能够实现完好性与连续性风险间的权衡,而且具备在伪距域中判定 RAIM 可用性的能力。尽管求解优化门限  $T_{op}$  的过程需要  $T_1$  与  $T_2$  的参与,但是该过程同时伴随着 RAIM 可用性的伪距域判定,因此新方法并不会增加用户端的计算复杂度,拥有较好的可实现性。

#### 参考文献

- [1] OCHIENG W Y, SAUER K, WALSH D. GPS integrity and potential impact on aviation safety [J]. Journal of Navigation, 2003, 56(1):51-65.
- [2] 郭睿,韩春好,冯来平,等.接收机自主完好性监测的算法分析[J].测绘工程,2008,17(2):34-38. (GUO R, HAN C H, FENG L P, et al. Analysis of RAIM algorithm [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2008, 17(2):34-38.)
- [3] 徐肖豪,杨传森,刘瑞华. GNSS 用户端自主完好性监测研究综述[J]. 航空学报,2013,34(3):451-463. (XU X H, YANG C S, LIU R H. Review and prospect of GNSS receiver autonomous integrity monitoring [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(3):451-463.)
- [4] 周富相,张华超,陈德毅,等.卫星导航接收机 RAIM 算法研究[J].通信技术,2012,45(12):7-9. (ZHOU F X, ZHANG H C, CHEN D Y, et al. Study on autonomous integrity monitoring algorithm of satellite navigation receiver [J]. Communications Technology, 2012, 45(12):7-9.)
- [5] 任锴,杨力,冯勇.两种 RAIM 可用性分析方法的比较[J].遥测遥控,2009,30(2):13-16. (REN K, YANG L, FENG Y. Comparison of two RAIM availability analysis approaches [J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2009, 30(2):13-16.)
- [6] HEWITSON S, WANG J L. GNSS receiver autonomous integrity monitoring performance analysis [J]. GPS Solutions, 2006(10):155-170.
- [7] XIANG M, ZHAO J W. On the performance of distributed neyman pearson detection systems [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2001, 31(1):78-83.
- [8] 杨鑫春,徐必礼,胡杨.北斗卫星导航系统的星座性能分析[J].测绘科学,2013,38(2):8-11. (YANG X C, XU B L, HU Y. Performance research of constellation for COMPASS [J]. Science of Surveying and Mapping, 2013, 38(2):8-11.)
- [9] 王梦丽,孙广富,王飞雪,等.混合星座导航系统的加权几何精度因子分析[J].中国空间科学技术,2007,10(5):50-56. (WANG M L, SUN G F, WANG F X, et al. Weighted geometric dilution of precision's analysis for mixed constellation navigation system [J]. Chinese Space Science and Technology, 2007, 10(5):50-56.)

本刊国内邮发代号为 36-693 欢迎订阅



请扫描二维码  
关注我刊

