

碰撞角约束最优导引律关键问题的研究

徐兴元^{1,2}, 廖志忠², 潘晓东³

(1. 河南科技大学, 河南 洛阳 471023; 2. 中国空空导弹研究院, 河南 洛阳 471000;

3. 中国航空工业集团公司洛阳电光设备研究所, 河南 洛阳 471000)

摘要: 导弹的初始发射角度、剩余飞行时间估计精度对制导性能有较大的影响。以具有落角约束的空地导弹最优导引律为基础,研究了对于特定的落角如何选择初始发射角度,从而避免制导指令被限幅,并给出了关于初始发射角度和终端碰撞角度的成功打击区域。另外,具有角度约束的最优导引律弹道往往非常弯曲,利用传统的剩余飞行时间估计方法会造成较大的估计误差。本文提出了两种剩余飞行时间估计方法,可以有效克服传统方法的不足。仿真结果证明了所提出方法的有效性。

关键词: 空面导弹; 最优导引律; 碰撞角约束; 初始发射角度; 剩余飞行时间; 指令饱和

中图分类号: V249.12

文献标志码: A

文章编号: 1671-637X(2015)06-0027-04

Research on Key Problems of Optimal Guidance Law with Impact Angle Constraints

XU Xing-yuan^{1,2}, LIAO Zhi-zhong², PAN Xiao-dong³

(1. Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China; 2. China Airborne Missile Academy,

Luoyang 471000, China; 3. Luoyang Institute of Electro-Optical Equipment, AVIC, Luoyang 471000, China)

Abstract: The initial heading angle of missile and the estimate accuracy of time-to-go considerably influence the missile's guidance performance. Based on angle-of-fall control optimal guidance law of air-to-surface missile, some in-depth research work was carried out. For a specified angle-of-fall, how to select initial heading angle to avoid command saturation was studied. The launch envelope of initial heading angle and terminal impact angle were given. In addition, since the optimal guidance law with angle constraint often achieves a curving ballistic trajectory, the traditional estimate method of time-to-go may bring about large error. Two new methods are proposed in this paper, which can overcome the shortcomings of traditional methods. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed methods.

Key words: air-to-surface missile; optimal guidance law; impact angle constraint; initial heading angle; time-to-go; command saturation

0 引言

现代战争中,侵彻型空地导弹、反坦克导弹、反舰导弹等制导武器为了提高战斗部对目标的毁伤能力,要求制导系统不仅具有一定的位置精度,而且对终端碰撞角度提出了要求^[1]。具有角度约束的导引律引起愈发广泛的关注,已经出现了多种设计方法^[2],其中最

优控制方法发展最快。

传统的导引律仅关注导弹和目标之间的脱靶量,因此弹道相对平直。与传统的导引律相比,具有角度约束的导引律往往导致弹道非常弯曲,这样将造成导弹需要更大的横向加速度指令。在实际应用中,由于执行机构物理约束(主要是饱和约束)的存在^[3],导引律产生的横向加速度指令可能会被限幅,从而造成脱靶。工程人员在设计导引律时,总是期望导弹在弹道初始段能充分利用大过载实现机动,同时在接近弹道末端时需用过载尽可能小,甚至接近零^[4]。因此,对于特定的碰撞角度约束,选择合适的初始指向角度可以避免指令饱和。

收稿日期:2014-12-24

修回日期:2015-01-26

基金项目:中国博士后科学基金(2013M542002);航空科学基金(20130142002)

作者简介:徐兴元(1972—),男,河南洛阳人,博士后,研究方向为导航、制导与控制。

剩余时间估计问题受到越来越多的关注^[5-8]。常用的剩余时间估计方法是由弹目相对距离除以二者的相对速度。这种方法对于比较平直的弹道是比较精确的,但对于非常弯曲的弹道将造成很大的误差。对于具有角度约束的最优导引律,精确估算剩余时间是非常重要的。不精确的剩余时间估计不但降低导引性能,包括脱靶量、捕获区域等,而且使整个弹道偏离最优轨迹^[9]。

本文对具有落角约束的空地导弹最优导引律^[10]进一步深入讨论,研究对于特定的落角如何选取导弹的初始指向角度,从而避免制导指令饱和,提出精度更高的剩余飞行时间估算方法,使其能够满足需要。

1 具有落角约束的空地导弹最优导引律

对于文献[10]提出的空地导弹最优导引律,本文将进一步讨论导弹初始指向角度的影响以及剩余飞行时间估算方法。为了节约篇幅,将文献[10]的结论简要列举出来。

图1为空地导弹两维寻的制导示意图。

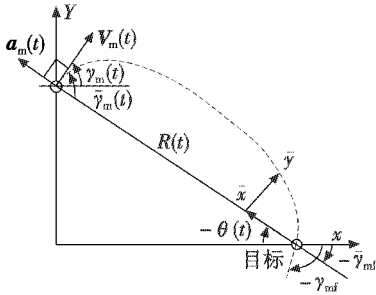


图1 两维寻的制导示意图

Fig. 1 Two-dimensional homing guidance geometry

图中: $V_m(t)$ 为导弹的速度; $\gamma_m(t)$ 为导弹的弹道倾角; γ_{mf} 为导弹的期望落角; $a_m(t)$ 为导弹的横向加速度; $R(t)$ 为导弹与目标之间的相对距离; $\theta(t)$ 为导弹与目标之间的视线角。

导弹的横坐标、纵坐标以及弹道倾角中的任意两个量可以唯一确定导弹的位置,而本文研究具有落角约束的最优导引律,因此选择导弹的纵坐标和弹道倾角为状态变量。拦截弹的运动方程表示为

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = V_m \sin \gamma_m(t) \\ \dot{\gamma}_m(t) = a_m(t)/V_m \end{cases} \quad (1)$$

对于最优制导问题,通常的处理方法为:把运动方程线性化,提出线性二次型代价函数,最后,最小化代价函数得到最优制导律。为了把式(1)线性化,假定 V_m 为常量, γ_m 为小量,则式(1)可以线性化为

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = V_m \gamma_m(t) \\ \dot{\gamma}_m(t) = a_m(t)/V_m \end{cases} \quad (2)$$

上述问题具有如下形式的状态空间表达式,即

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: \mathbf{x} 为状态变量; \mathbf{u} 为控制变量。

$$\mathbf{x} = [y \quad \gamma_m]^T \quad (4)$$

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & V_m \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = [0 \quad 1/V_m]^T \end{cases} \quad (5)$$

定义代价函数

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{e}(t_f)^T \mathbf{S} \mathbf{e}(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \mathbf{u}^T(\tau) \mathbf{R} \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (6)$$

式中, $\mathbf{e}(t_f)$ 为最终的状态偏差, $\mathbf{e}(t_f) = \mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_f$, t_f 为飞行时间, \mathbf{x}_f 为期望的终端状态。

最小化代价函数 J ,并假定 $\mathbf{a}_m(t) = \mathbf{u}(t)$,可以得到最优导引律^[10]

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^*(t) &= C t_g + D = \\ & (V_m/t_g^2) [6y(t)/V_m + 4t_g \gamma_m(t) + 2t_g \gamma_{mf}] \end{aligned} \quad (7)$$

式中, C 和 D 分别表示为

$$C = a_1 [y(t_f) - y_f] = (6V_m/t_g^3) [2y(t)/V_m + t_g \gamma_m(t) + t_g \gamma_{mf}] \quad (8)$$

$$D = a_2 [\gamma_m(t_f) - \gamma_{mf}] = -(2V_m/t_g^2) [3y(t)/V_m + t_g \gamma_m(t) + 2t_g \gamma_{mf}] \quad (9)$$

式中, a_1, a_2 为正常数。

如果能够得到视线角 $\theta(t)$,可以用 $\theta(t)$ 代替 $y(t)$ 。此时, $\theta(t)$ 可以近似表示为 $y(t)/V_m t_g$,式(7)~式(9)变为

$$\mathbf{u}^*(t) = (V_m/t_g) [6\theta(t) + 4\gamma_m(t) + 2\gamma_{mf}] \quad (10)$$

$$C = a_1 [y(t_f) - y_f] = (6V_m/t_g^2) [2\theta(t) + \gamma_m(t) + \gamma_{mf}] \quad (11)$$

$$D = a_2 [\gamma_m(t_f) - \gamma_{mf}] = -(2V_m/t_g) [3\theta(t) + \gamma_m(t) + 2\gamma_{mf}] \quad (12)$$

2 导弹初始指向角度的影响

根据边界条件式(13)对式(2)积分

$$\begin{cases} y(0) = y_0 \\ y(t_f) = y_f \\ \gamma_m(0) = \gamma_{m0} \\ \gamma_m(t_f) = \gamma_{mf} \end{cases} \quad (13)$$

得到闭合形式的最优弹道表达式为

$$\gamma_m(t) = (1/V_m) \left(\frac{1}{2} C t_g^2 + D t_g + V_m \gamma_{mf} \right) \quad (14)$$

$$y(t) = -\frac{1}{6} C t_g^3 - \frac{1}{2} D t_g^2 - V_m \gamma_{mf} t_g \quad (15)$$

由于系数 C 和 D 近似为常数^[10],根据边界条件式(13)得到

$$C = (6V_m/t_f^2) [\gamma_{m0} + \gamma_{mf}] \quad (16)$$

$$D = (-2V_m/t_f) [\gamma_{m0} + 2\gamma_{mf}] \quad (17)$$

式(16)~式(17)表明,最优制导指令依赖初始角度、碰撞角度和飞行时间。

理论上讲,导引律式(10)~式(12)可以实现任意的落角(见图2),但是当落角太大时,导弹的最大制导指令明显变大,有可能导致指令被限幅,从而引起脱靶。为了避免指令被限幅,对于大的落角,可以通过选择合适的初始指向角度以减小最大制导指令^[10]。通常关注两种情况:一种是达到全程能量最优;另一种是最小化制导指令的最大值,因为在实际情况下,导弹接近目标时,往往需要很大的机动加速度,使得指令被限幅,从而造成很大的脱靶量和碰撞角误差。对于这两种情况,分别讨论如何选择初始角度 γ_{m0} 。

能量函数 E 的定义为

$$E = \int_0^{t_f} \mathbf{u}^2(t) dt = \int_0^{t_f} (Ct_f + D)^2 dt = (4V_m^2/t_f) [\gamma_{m0}^2 + \gamma_{m0}\gamma_{mf} + \gamma_{mf}^2] \quad (18)$$

假定初始角度 γ_{m0} 变化时, t_f 保持为常量,通过最小化 E ,得到 γ_{m0}^* ,即

$$\frac{\partial E}{\partial \gamma_{m0}} = 0 \Rightarrow \gamma_{m0} = \gamma_{m0}^* \approx -\frac{1}{2}\gamma_{mf} \quad (19)$$

把式(19)代入式(18),对于固定的 γ_{mf} ,最小能量 E 为

$$E^* \approx 3V_m^2\gamma_{mf}^2/t_f \quad (20)$$

$\gamma_{m0} = \gamma_{m0}^*$ 时的最优控制指令为

$$\mathbf{u}^*(t) |_{\gamma_{m0}=\gamma_{m0}^*} = -(3V_m\gamma_{mf}/t_f^2)t \quad (21)$$

因为 γ_{m0}^* 是通过最小化 E 得到的,所以 E^* 就是全程最小的能量消耗。此时,最大制导指令出现在 t_f 时刻,大小为 $|-3V_m\gamma_{mf}/t_f|$ 。

苛刻的脱靶量要求往往导致制导指令在接近终点时达到饱和,因此通过选择 γ_{m0} ,最小化最大制导指令非常重要。首先,通过比较制导指令最大值与指令允许最大幅值,可以判断是否出现了指令饱和;其次,通过选择 γ_{m0} ,尽量避免指令达到饱和。

因为最优制导指令表达式(7)近似为时间的线性函数,所以指令最大值出现在 $t=0$ 或者 $t=t_f$ 时刻,这也是符合实际情况的。

$$\mathbf{u}^*(0) = (2V_m/t_f)(2\gamma_{m0} + \gamma_{mf}) \quad (22)$$

$$\mathbf{u}^*(t_f) = -(2V_m/t_f)(\gamma_{m0} + 2\gamma_{mf}) \quad (23)$$

注意到 $\mathbf{u}^*(0)$ 和 $\mathbf{u}^*(t_f)$ 都是 γ_{m0} 的线性函数,只是斜率不同。因此,最小的最大制导指令出现在两条直线的交点处,即 $\mathbf{u}^*(0) = \mathbf{u}^*(t_f)$ 处。这样,可以得到最小化最大制导指令的初始角度 $\bar{\gamma}_{m0}$,表示为

$$\bar{\gamma}_{m0} = -\gamma_{mf} \quad (24)$$

$\bar{\gamma}_{m0} = -\gamma_{mf}$ 时的最优控制量为

$$\mathbf{u}_{\min} |_{\gamma_{m0}=-\gamma_{mf}} = -2V_m\gamma_{mf}/t_f \quad (25)$$

如果碰撞角为 γ_{mf} ,而指令最大值小于 \mathbf{u}_{\min} ,则不能成功打击目标;如果指令最大值大于 \mathbf{u}_{\min} 但小于 $|\mathbf{u}^*(0)|$ 或者 $|\mathbf{u}^*(t_f)|$,可以选择初始角度 $\gamma_{m0} = -\gamma_{mf}$,从而避免指令达到饱和;如果指令允许最大值大于 $|-3V_m\gamma_{mf}/t_f|$,可以选择初始角度 $\gamma_{m0} = -0.5\gamma_{mf}$,得到能量全程最优的弹道。

假定导弹速度为1000 m/s,导弹初始弹道倾角为 0° 。图2为具有各种落角的弹道;图3表示当碰撞角取为 -90° 时, $\gamma_{m0} = -\gamma_{mf}$ 和 $\gamma_{m0} = -0.5\gamma_{mf}$ 两种情况下的弹道。图4为当最大指令限定为 $5g$ 时,关于 $(\gamma_{mf}, \gamma_{m0})$ 的导弹有效打击区域。

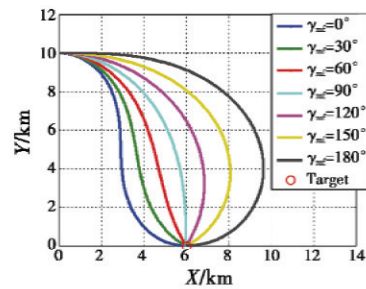


图2 具有各种落角的最优弹道

Fig. 2 Optimal trajectories for various angle-of-falls

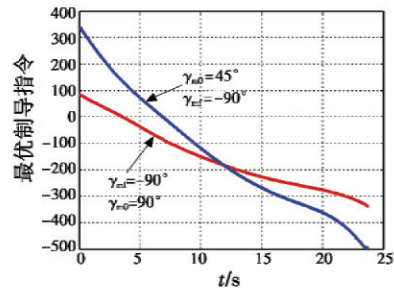


图3 $\gamma_{m0} = -\gamma_{mf}$ 和 $\gamma_{m0} = -0.5\gamma_{mf}$ 时的最优制导指令比较

Fig. 3 Optimal guidance command when

$$\gamma_{m0} = -\gamma_{mf} \text{ and } \gamma_{m0} = -0.5\gamma_{mf}$$

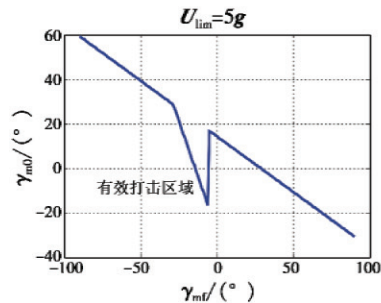


图4 最大指令限定为 $5g$ 时导弹有效打击区域

Fig. 4 The capture zone of the guidance law when $U_{lim} = 5g$

3 对飞行时间的估计

对于最优导引律式(7)和式(10),获得精确的剩余飞行时间 t_g 是非常重要的。应用最广泛的剩余飞行时间估计方法就是用导弹和目标的相对距离除以二者沿

视线的相对速度。对于相对平直的弹道,用这种传统方法估算是足够精确的。通常情况下,具有碰撞角约束的最优制导规律弹道是非常弯曲的(见图2),因此,这种简单的估计方法会造成比较大的误差。更精确的剩余飞行时间估算方法必须考虑弹道曲率的影响。

如图1所示,用 \bar{x} 和 \bar{y} 分别表示将来某一时间 t 导弹在以视线为横轴的坐标系上的坐标, $\bar{\gamma}_m(t)$ 和 $\bar{\gamma}_{mf}$ 分别为

$$\bar{\gamma}_m(t) = \gamma_m(t) + \theta(t) \quad (26)$$

$$\bar{\gamma}_{mf} = \gamma_{mf} - \theta(t) \quad (27)$$

对式(7)适当变换, $y(t)$ 可以表示为飞行时间 t_g 的三次多项式形式

$$y(t) = -\frac{1}{6}Ct_g^3 - \frac{1}{2}Dt_g^2 - V_m\gamma_{mf}t_g \quad (28)$$

因为在所有角度都很小的情况下, $t_g \approx R/V_m$,可以推断 \bar{y} 近似表达为剩余飞行距离(\bar{x})的三次多项式形式,即

$$\bar{y}(\bar{x}) = k_3\bar{x}^3 + k_2\bar{x}^2 + k_1\bar{x} + k_0 \quad (29)$$

根据式(2)得到

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_m(\bar{x}) = \dot{\bar{y}}/V_m = \dot{\bar{x}}/V_m(3k_3\bar{x}^2 + 2k_2\bar{x} + k_1) \approx \\ - (3k_3\bar{x}^2 + 2k_2\bar{x} + k_1) \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)必须满足如下边界条件:当 $\bar{x} = R$ 时, $\bar{y} = 0$, $\bar{\gamma}_m = \bar{\gamma}_m(t)$;当 $\bar{x} = 0$ 时, $\bar{y} = 0$, $\bar{\gamma}_m = \bar{\gamma}_{mf}$ 。

通过简单的计算,式(29)的系数为

$$\begin{cases} k_0 = 0 \\ k_1 = -\bar{\gamma}_{mf} \\ k_2 = [2\bar{\gamma}_m(t) + \bar{\gamma}_{mf}]/R \\ k_3 = [-\bar{\gamma}_m(t) - \bar{\gamma}_{mf}]/R^2 \end{cases} \quad (31)$$

根据以上分析,剩余飞行时间可以通过以下3种方法计算。

1) 用导弹和目标的相对距离除以二者沿视线的相对速度,即

$$t_g = \frac{R}{\dot{R}} \quad (32)$$

2) 用弹道的弧长除以速度,即

$$t_g = \frac{1}{V_m} \int_0^R \sqrt{1 + (y')^2} dx \quad (33)$$

式中

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad (34)$$

利用无穷级数展开

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + (y')^2} \approx 1 + \frac{1}{2}(y')^2 - \frac{1}{8}(y')^4 = \\ 1 + \frac{1}{2}\gamma_m^2(t) - \frac{1}{8}\gamma_m^4(t) \end{aligned} \quad (35)$$

把式(35)代入式(33),得到

$$\begin{aligned} t_g \approx \frac{R}{V_m} \left[1 + \frac{\bar{\gamma}_m^2 + \bar{\gamma}_{mf}^2}{15} - \frac{\bar{\gamma}_m \bar{\gamma}_{mf}}{30} - \frac{\bar{\gamma}_m^4 + \bar{\gamma}_{mf}^4}{140} + \right. \\ \left. \frac{\bar{\gamma}_m \bar{\gamma}_{mf} (\bar{\gamma}_m^2 + \bar{\gamma}_{mf}^2 - \bar{\gamma}_m \bar{\gamma}_{mf})}{280} \right] \quad (36) \end{aligned}$$

3) 用相对距离 R 除以速度在视线上的投影的平均值

$$t_g \approx \frac{R}{\bar{V}_m} \quad (37)$$

$$\bar{V}_m = \frac{1}{R} \int_0^R V_m \cos \bar{\gamma}_m dx \quad (38)$$

同样,利用无穷级数展开 $\cos \bar{\gamma}_m$ 并代入式(38),得到

$$\begin{aligned} \bar{V}_m \approx V_m \left[1 - \frac{\bar{\gamma}_m^2 + \bar{\gamma}_{mf}^2}{15} + \frac{\bar{\gamma}_m \bar{\gamma}_{mf}}{30} + \frac{\bar{\gamma}_m^4 + \bar{\gamma}_{mf}^4}{420} - \right. \\ \left. \frac{\bar{\gamma}_m \bar{\gamma}_{mf} (\bar{\gamma}_m^2 + \bar{\gamma}_{mf}^2 - \bar{\gamma}_m \bar{\gamma}_{mf})}{840} \right] \quad (39) \end{aligned}$$

方法2和方法3的剩余时间估算方法不仅适用于本文的导引律,也适用于其他控制碰撞角的导引律。

假定导弹飞行速度1500 m/s,导弹初始指向角度为 90° ,碰撞角度分别为 30° 和 -30° 。图5和图6分别对两种情况下3种飞行时间估计方法进行了对比。飞行时间 $t_f = t + t_g$, t_g 的3种估算方法如上文所述。

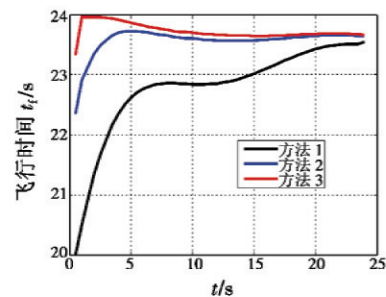


图5 $\gamma_{m0} = 90^\circ, \gamma_{mf} = 30^\circ$ 时3种飞行时间估计方法的对比
Fig. 5 Comparison of the three flight time estimate methods when $\gamma_{m0} = 90^\circ$ and $\gamma_{mf} = 30^\circ$

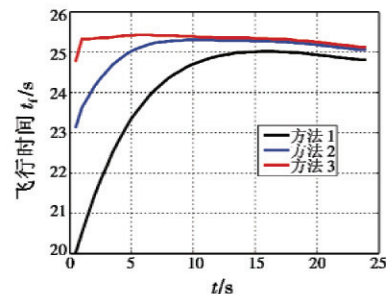


图6 $\gamma_{m0} = 90^\circ, \gamma_{mf} = -30^\circ$ 时3种飞行时间估计方法的对比
Fig. 6 Comparison of the three flight time estimate methods when $\gamma_{m0} = 90^\circ$ and $\gamma_{mf} = -30^\circ$

由图5、图6可以看出,方法3得到的飞行时间 t_f 最大,方法2次之,方法1得到的 t_f 最小,这是因为估

(下转第80页)

- [5] 茅成. 综合通信导航识别系统中的多链路超短波通信的实现[J]. 电讯技术, 2009, 49(8):59-64. (MAO C. Implementation of multi-channel UHF communication in the integrated CNI system [J]. Telecommunication Engineering, 2009, 49(8):59-64.)
- [6] 陈颖,苑仁亮,曾利. 航空电子模块化综合系统集成技术[M]. 北京:国防工业出版社,2013. (CHEN Y, YUAN R L, ZENG L. The integrating technology of integrated modular avionics electronics system [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.)
- [7] 王运盛,陈颖. ASAAC 航空电子体系结构标准分析[J]. 电讯技术,2007,47(5):159-162. (WANG Y S, CHEN Y. Analysis of ASAAC avionics standards [J]. Telecommunication Engineering, 2007, 47(5):159-162.)
- [8] Texas Instruments. TMS320C6455 fixed-point digital signal processor datasheet [Z]. August, 2011.
- [9] 陈颖. 从复杂系统观点看模块级综合集成航空电子结构[J]. 电讯技术,2009,49(4):98-102. (CHEN Y. The integrated modular avionics electronic architecture from complex system views [J]. Telecommunication Engineering, 2009, 49(4):98-102.)
- [10] 钟瑜. 通用信号处理中的硬件抽象层连接设计[J]. 电讯技术,2011,51(6):46-50. (ZHONG Y. Design of hardware abstraction layer connectivity for general signal processor [J]. Telecommunication Engineering, 2011, 51(6):46-50.)

(上接第 30 页)

算时用到的路径长度都小于实际得到的长度,而方法 3 得到的弹道长度最精确。

4 结束语

特定的落角可以大大提高空地导弹的精确打击效果,本文对一种具有落角约束的空地导弹最优导引律进行了更深入的讨论。提出了对于特定的落角如何选择导弹的初始指向角度,从而避免制导指令被限幅。提出了两种更精确的剩余飞行时间估算方法,考虑了弹道曲率对估计精度的影响。仿真结果验证了所得结论的有效性。

参 考 文 献

- [1] 刘大卫,夏群利,崔莹莹,等. 具有终端位置和角度约束的广义弹道导弹成型制导律[J]. 北京理工大学学报,2011,31(12):1408-1413. (LIU D W, XIA Q L, CUI Y Y, et al. Generalized trajectory shaping guidance law with both impact position and angle constraints [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2011, 31(12):1408-1413.)
- [2] 蔡洪,胡正东,曹渊. 具有终端角度约束的导引律综述[J]. 宇航学报,2010,31(2):315-323. (CAI H, HU Z D, CAO Y. A survey of guidance law with terminal impact angle constraints [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2):315-323.)
- [3] 孟克子,周获. 过载指令约束下的导弹导引律设计[J]. 兵工学报,2014,35(9):1419-1427. (MENG K Z, ZHOU D. Design of missile guidance law subject to acceleration command constraint [J]. Acta Armamentarii, 2014, 35(9):1419-1427.)
- [4] GAMELL P. Guided weapon control system [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003:297-364.
- [5] KIM T H, LEE J I, TAHK M J. Time-to-go polynomial guidance laws with terminal impact angle/acceleration constraints [C]//Preprints of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011:3915-3919.
- [6] JEON I S, LEE J I, TAHK M J. Homing guidance law for cooperative attack of multiple missiles [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(1):275-280.
- [7] ZHANG Y A, MA G X. A biased PNG law with impact time constraint for antiship missiles [C]//Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, Beijing, China, 2012:874-878.
- [8] SHIN H S, CHO H, TSOURDOS A. Time-to-go estimation using guidance command history [C]//Preprints of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011:5531-5536.
- [9] 张友安,马国欣. 大前置角下比例导引律的剩余时间估计算法[J]. 哈尔滨工程大学学报,2013,34(11):1409-1414. (ZHANG Y A, MA G X. Time-to-go estimation algorithm for the proportional navigation guidance law with a large head angle [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2013, 34(11):1409-1414.)
- [10] 徐兴元,林青松,蔡远利. 具有落角约束的空地导弹最优导引律[J]. 计算机仿真,2015(6):61-64. (XU X Y, LIN Q S, CAI Y L. Optimal guidance law with angle-of-fall constraint for air-to-surface Missile [J]. Computer Simulation, 2015(6):61-64.)