

带有干扰观测器的分数阶滑模控制

王欢, 王思明

(兰州交通大学自动化与电气工程学院, 兰州 730070)

摘要: 针对一类带有匹配不确定性的系统, 结合分数阶理论设计分数阶滑模控制器, 在保证控制精度的同时, 更好地削弱系统中存在的抖振; 针对系统中存在的不确定量, 利用干扰观测器来估计; 最后对系统稳定性进行分析。通过仿真验证可以看出, 所用方法不仅能很好地估计不确定量, 而且能极大降低系统抖振。

关键词: 干扰观测器; 分数阶滑模控制; 仿真

中图分类号: TP1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)05-0089-04

Fractional-Order Sliding Mode Control Based on Disturbance Observer

WANG Huan, WANG Si-ming

(Institute of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: For a class of system with matched uncertainties, a fractional order sliding mode controller based on fractional-order theory was adopted to weaken the chattering in the system better while keeping the control precision. The disturbance observer was adopted to estimate the uncertainties in the system. Finally, the system stability was analyzed. It can be seen through simulation that the method adopted can estimate the uncertainties of system effectively and reduce the system chattering greatly.

Key words: disturbance observer; fractional order sliding mode control; simulation

0 引言

滑模变结构控制是一种特殊的非线性控制方法, 它的控制结构可以根据系统当前的状态而不断改变, 使得系统沿着滑模面滑动, 在此过程中, 系统参数的摄动及外部的干扰都不会对系统状态产生影响, 使得系统具有很强的鲁棒性, 但它本质上的不连续开关特性会使系统产生抖振^[1]。随着变结构理论研究的深入, 许多削弱抖振的方法被提出, 它们虽能减小抖振, 但算法较为复杂^[2-4]。本文结合分数阶理论, 设计出一种具有设计简单、削弱抖振效果更好的分数阶滑模控制器。

1 分数阶微积分的运算及实现

1.1 分数阶微积分运算方法

首先定义分数阶微积分运算的基本算子为 ${}_a D_t^\alpha$, 其中, a, t, α 分别为其上下限和阶次, 其运算方法为^[5]

$$D^\alpha \triangleq {}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & R(\alpha) > 0 \\ 1 & R(\alpha) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{(-\alpha)} & R(\alpha) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中, $R(\alpha)$ 为 α 的实部。

对于某个函数 $f(t)$ 的 α 阶分数阶微积分运算, 一般采用 Grunwald-Letnikov 分数阶微积分定义方法^[6-7], 即

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\Gamma(\alpha) h^\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} \frac{\Gamma(\alpha+j)}{\Gamma(j+1)} f(t-jh) \quad (2)$$

式中: $[(t-a)/h]$ 表示 $(t-a)/h$ 的整数部分;

$$\binom{\alpha}{j} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-j+1)}{j!} = \frac{\alpha!}{j!(\alpha-j)!} \quad (3)$$

1.2 分数阶微积分的实现

若已知 $f(t)$ 的表达式, 采用式(2)便可求某个函数的分数阶微积分的值, 但在具体的控制过程当中, $f(t)$ 的表达式是难以求得的, 此时可采用改进的 Oustafod 滤波方法, 对分数阶微积分算子进行逼近^[8], 进而得出最后

结果。

在拟合频段内,分数阶微积分算子 s^α 可由式(4)来近似,即

$$s^\alpha \approx \left(\frac{d\omega_2}{b}\right)^\alpha \left(\frac{ds^2 + b\omega_2 s}{d(1-\alpha)s^2 + b\omega_2 s + d\alpha}\right) \prod_{k=-N}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \omega'_k = \left(\frac{d\omega_1}{b}\right)^{\frac{\alpha-2k}{2N+1}}; \omega_k = \left(\frac{b\omega_2}{d}\right)^{\frac{\alpha+2k}{2N+1}}; b=10; d=9。$$

2 系统描述

对于如下二阶系统^[9]

$$\ddot{\theta} = -b\dot{\theta} + au - d \quad (5)$$

式中: a 与 b 为已知常数,且均为正; d 为系统的干扰及不确定性扰动信号量。

3 分数阶滑模控制器的设计及分析

3.1 分数阶滑模控制器设计

以式(5)中所描述的系统为例,令目标位置为 θ_d ,于是可得其系统偏差为 $e = \theta_d - \theta$,此时将分数阶滑模函数设计为^[10-12]

$$s = k_p e + k_d D^\alpha e \quad (6)$$

式中, k_p, k_d 均满足 Hurwitz 条件,则可知

$$\dot{s} = k_p \dot{e} + k_d D^{\alpha+1} e \quad (7)$$

为改进滑模趋近阶段的动态品质,采用指数趋近律,其形式为

$$\dot{s} = -\varepsilon \text{sgn}(s) - ks \quad (8)$$

式中: $\varepsilon > 0; k > 0$ 。

由式(5)、式(7)、式(8)可以得出控制律为

$$u = \frac{1}{a} \left[\ddot{\theta}_d + b\dot{\theta} + d + \frac{1}{k_d} D^{1-\alpha} (\varepsilon \text{sgn}(s) + ks + k_p (\dot{\theta}_d - \dot{\theta})) \right] \quad (9)$$

3.2 稳定性分析

取 Lyapunov 函数为

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} s^2 \quad (10)$$

则有

$$\dot{V}_1 = ss = s(k_p \dot{e} + k_d D^{\alpha+1} e) \quad (11)$$

将式(9)代入式(11)中可得

$$\dot{V}_1 = ss = s(-\varepsilon \text{sgn}(s) - ks) \quad (12)$$

显然, $\dot{V}_1 < 0$,因此所设计的系统是稳定的。

根据分析得出了式(9)所示的控制律,但系统的干扰及扰动信号量 d 未知,因此它难以直接使用。此时,考虑采用合适的干扰观测器估计 d 。

4 干扰观测器的设计及分析

4.1 干扰观测器设计

针对式(5),设计干扰观测器为^[9]

$$\dot{\hat{d}} = k_1 (\hat{\omega} - \dot{\theta}) \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\omega}} = -\hat{d} + au - k_2 (\hat{\omega} - \dot{\theta}) - b\dot{\theta} \quad (14)$$

式中: \hat{d} 为 d 项的估计; $\hat{\omega}$ 为对 $\dot{\theta}$ 的估计; k_1 与 k_2 均为正数。

4.2 观测器稳定性分析

定义 Lyapunov 函数为

$$V_2 = \frac{1}{2k_1} \tilde{d}^2 + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^2 \quad (15)$$

式中: $\tilde{d} = d - \hat{d}; \tilde{\omega} = \dot{\theta} - \hat{\omega}$ 。

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{\tilde{d}} + \tilde{\omega} \dot{\tilde{\omega}} = \frac{1}{k_1} \tilde{d} (\dot{d} - \dot{\hat{d}}) + \tilde{\omega} (\ddot{\theta} - \dot{\hat{\omega}}) \quad (16)$$

对于干扰 d 而言,假设它的变化非常缓慢,因此其一阶导数趋近于零,当 k_1 的取值较大时,可以认为式(17)成立,即

$$\frac{1}{k_1} \dot{d} \approx 0 \quad (17)$$

将式(13)、式(14)、式(17)代入式(16)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{d} - \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{\hat{d}} + \tilde{\omega} (\ddot{\theta} - (-\hat{d} + au - k_2 (\hat{\omega} - \dot{\theta}) - \\ &b\dot{\theta})) = \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{d} - \frac{1}{k_1} \tilde{d} k_1 (\hat{\omega} - \dot{\theta}) + \tilde{\omega} (-b\dot{\theta} + au - d - \\ &(-\hat{d} + au - k_2 (\hat{\omega} - \dot{\theta}) - b\dot{\theta})) = \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{d} - \tilde{d} (\hat{\omega} - \dot{\theta}) + \\ &\tilde{\omega} (-d + \hat{d} + k_2 (\hat{\omega} - \dot{\theta})) = \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{d} + \tilde{d} \tilde{\omega} + \tilde{\omega} (-\tilde{d} - \\ &k_2 \tilde{\omega}) = \frac{1}{k_1} \tilde{d} \dot{d} - k_2 \tilde{\omega}^2 \leq 0 \quad (18) \end{aligned}$$

由于 $\dot{V}_2 \leq 0$,因此,所采用的干扰观测器能对不确定项 d 进行有效观测。

此时,所设计的闭环系统的 Lyapunov 函数可设计为

$$V = V_1 + V_2 \quad (19)$$

经上述分析可知 $\dot{V} \leq 0$,则本文设计的系统是稳定的。

因此,合适的控制律为

$$u = \frac{1}{a} \left[\ddot{\theta}_d + b\dot{\theta} + \hat{d} + \frac{1}{k_d} D^{1-\alpha} (\varepsilon \text{sgn}(s) + ks + k_p (\dot{\theta}_d - \dot{\theta})) \right] \quad (20)$$

5 仿真实证

采用系统(5)作为仿真实例,即

$$\ddot{\theta} = -b\dot{\theta} + au - d \quad (21)$$

取 $a=5, b=0.15, d=150 \sin 0.1t, k_1=500, k_2=200, k_p=k_d=1, \varepsilon=0.5, k=5000$,设定阶数 $\alpha=0.45$,采用所设计的控制器及干扰观测器对系统进行仿真。整体仿真框如图1所示,仿真后的相关结果如图2~图5所示。

为了进行对比,采用普通的基于一般趋近律的滑模控制方法,对式(5)所示的系统进行仿真,干扰观测器同样采用式(13)、式(14)。整体仿真框如图6所示,相关的结果如图7~图10所示。

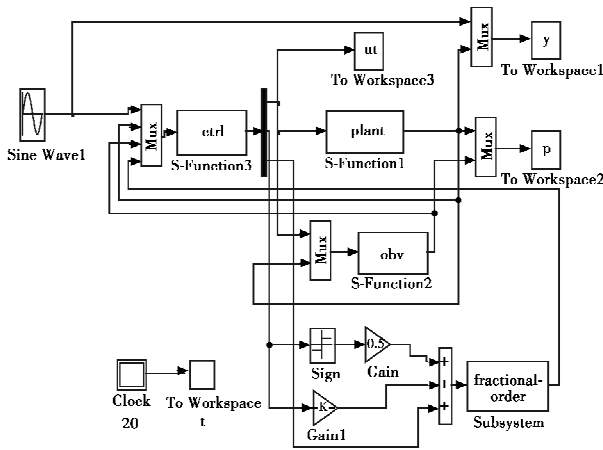


图1 仿真框图

Fig. 1 Simulation block diagram

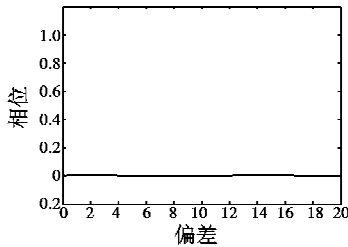


图2 相轨迹

Fig. 2 Phase locus

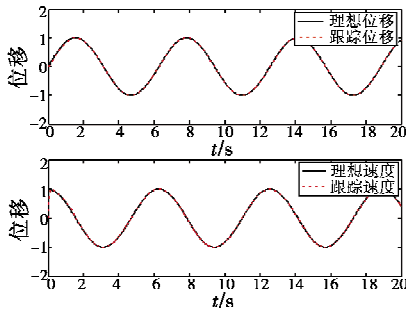


图3 位置及速度跟踪

Fig. 3 Position and velocity tracking

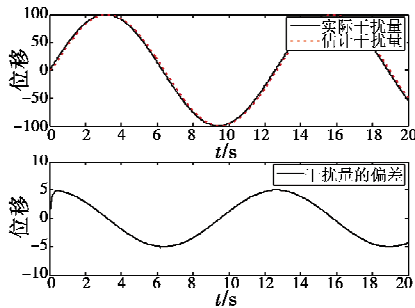


图4 干扰及其估计量与差量

Fig. 4 Interference, its estimator and error

通过采用 Matlab7.0 分别设计了仿真框图,并得到了相关量的仿真结果。图3与图8显示了采用两种控制器后,位移与速度的变化情况,从图中可以看出,两种控制器均可以达到控制目的,因此,再通过其他量对两种控制器的控制效果进行对比。

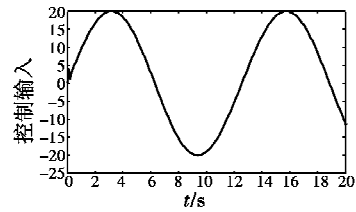


图5 控制输入

Fig. 5 Control input

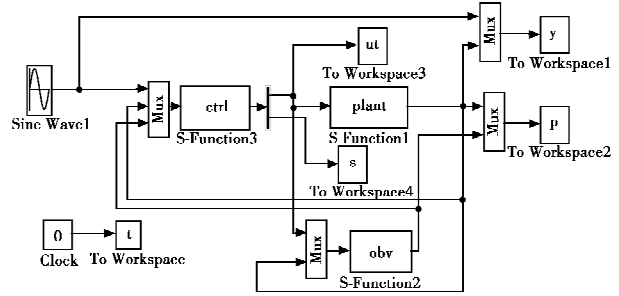


图6 仿真框图

Fig. 6 Simulation block diagram

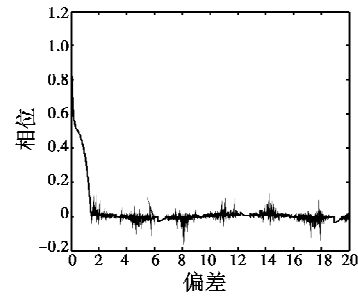


图7 相轨迹

Fig. 7 Phase locus

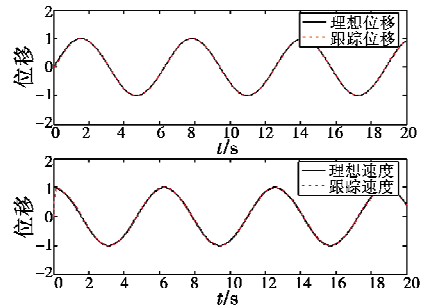


图8 位置及速度跟踪

Fig. 8 Position and velocity tracking

图5与图10体现了两种情况下控制输入的变化情况,通过对比可以看出,改进的分数阶滑模控制器的控制输入较未改进前平滑,即抖振更小,通过对比更体现出它较普通控制律具有更好的抗抖性能,进而改进的控制器的相轨迹应优于普通控制器的相轨迹,图2与图7则更好地证明了这一点。由于考虑了系统的干扰,因而在两种控制器中均加入了干扰观测器,通过图4与图9可以看出,两种情况下干扰观测器的效果是相同的,从而可以忽略干扰观测器对于结果的影响,更

好地体现出两种控制器控制效果的优劣。

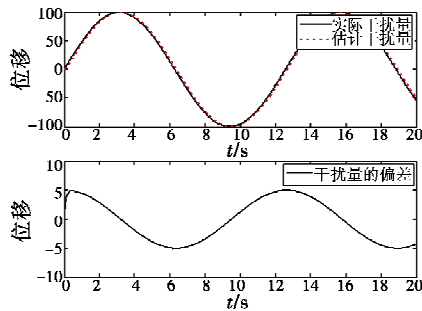


图9 干扰及其估计量与误差

Fig.9 Interference, its estimator and error

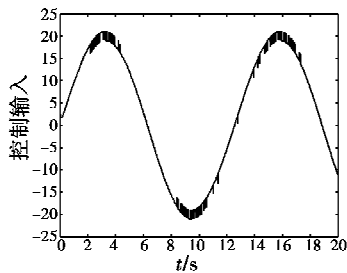


图10 控制输入

Fig.10 Control input

6 总结

本文在对分数阶微积分理论进行说明的基础上,与滑模变结构控制器的设计相结合,设计出了分数阶滑模控制器。为了解决外界干扰的影响,设计了干扰观测器,从而对系统中的干扰进行补偿。最后采用Matlab进行了软件仿真,通过与普通滑模控制器的控制效果进行对比可以看出,新设计的分数阶滑模控制器在很好地达到控制目的的同时,还具有较好的抗抖振性能,而采用的干扰观测器也能很好地对系统中的干扰进行补偿。

参考文献

- [1] 田国永. 基于滑模变结构的飞行器姿态控制研究[D]. 沈阳:东北大学,2010. (TIAN G Y. Spacecraft attitude control research based on sliding mode variable structure [D]. Shenyang:Northeastern University, 2010.)
- [2] SUN Z H, DENG Y G, WANG X Y, et al. Research on the steady precision of sliding mode control of a class of nonlinear systems[C]//The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006:1039-1043.
- [3] PANG H P, LIU C J, ZHANG W. Sliding mode fuzzy control with application to electrical servo drive [C]//Proceeding of Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Application, 2006:320-325.
- [4] 高国琴,丁琴琴,王威. 基于RBF神经网络优化切换增益的并联机器人滑模控制[C]//第三十一届中国控制会议会集,2012:975-980. (GAO G Q, DING Q Q, WANG W. Sliding mode control of parallel robot by optimizing switching gain based on RBF neural network[C]//Proceeding of 31st Chinese Control Conference, 2012:975-980.)
- [5] 薛定宇,赵春娜. 分数阶系统的分数阶PID控制器设计[J]. 控制理论与应用,2007,24(5):771-776. (XUE D Y, ZHAO C N. Fractional order PID controller design of fractional order system[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2007, 24(5):771-776.)
- [6] 李大宇,刘展,靳其兵,等. 分数阶控制器参数整定策略研究[J]. 系统仿真学报,2007,19(19):4402-4406. (LI D Z, LIU Z, JIN Q B, et al. Parameter setting strategy research of the fractional order controller [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(19):4402-4406.)
- [7] 赵春娜,李英顺,陆涛. 分数阶系统分析与设计[M]. 北京:国防工业出版社,2011. (ZHAO C N, LI Y S, LU T. Analysis and design of fractional order systems [M]. Beijing:National Defense Industry Press, 2011.)
- [8] 薛定宇,陈阳泉. 控制数学问题的Matlab求解[M]. 北京:清华大学出版社,2007. (XUE D Y, CHEN Y Q. Matlab solving of mathematical problem about control [M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2007.)
- [9] 刘金琨. 滑模变结构控制MATLAB仿真[M]. 北京:清华大学出版社,2012. (LIU J K. MATLAB simulation of sliding mode variable structure control [M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2012.)
- [10] KAMAL S, BANDYOPADHYAY B. Finite-time stabilization of fractional order uncertain chain of integrator:An ingegral sliding mode approach [J]. Proceeding of IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(6):1597-1602.
- [11] CHANG Y H, WU C I, CHEN H C, et al. Fractional-order inegral sliding-mode flux observer for sensorless vector-controlled induction motors [C]//American Control Conference, 2011:190-195.
- [12] HUANG J C, LI H S, TENG F L, et al. Fractional order sliding mode controller for the speed control of a permanent magnet synchronous motor [C]//The 24th Chinese Control and Decision Conference, 2012:1203-1208.



请扫描二维码
关注我刊

