

## 基于粒子群优化的导弹分数阶控制器设计

王小强, 刘忠

(中国空空导弹研究院, 河南 洛阳 471009)

**摘要:** 针对传统控制方法控制品质易受气动参数变化影响的问题, 结合分数阶微积分理论和 LQR 最优控制技术, 设计了改进的导弹分数阶控制器。首先对于导弹动力学模型进行状态重组, 应用 LQR 技术采用输出反馈, 得到基于导弹最优跟踪指标的三回路控制结构, 进而构建了广义分数阶控制器结构。为优化控制器参数选择, 提出一种综合频域和时域性能的适应值函数, 通过粒子群(PSO)算法整定控制器参数。仿真结果表明分数阶控制器具有良好的稳态、动态特性性能。

**关键词:** 导弹控制; 分数阶控制器; LQR 最优理论; 参数优化

**中图分类号:** TP273. +3      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2015)05-0054-04

## Design of a Fractional Order Controller for Missiles Based on PSO Optimization

WANG Xiao-qiang, LIU Zhong

(China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China)

**Abstract:** To the problem that traditional control method for quality controlling is sensitive to the change of aerodynamic parameters, an improved fractional order controller was designed based on fractional order calculus theory and Linear Quadratic Regulator (LQR) optimal control technique. First, state reconfiguration of missile dynamics model was carried out, by using LQR technique and output feedback, a three-loop control structure based on missile optimal tracking index was obtained. Then, a generalized fractional order controller structure was constructed. Parameters of the missile fractional order controller were tuned by an improved particle swarm optimization algorithm, in which both the performance in time domain and frequency domain stability performance and penalty function were combined to construct a fitness function. The controller parameters were set though Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. Simulation results show that the fractional order controller has a good steady and dynamic performance.

**Key words:** missile control; fractional order controllers; LQR optimal theory; parameter optimization

### 0 引言

分数阶微积分是整数阶微积分的自然延伸, 实际上控制领域的研究对象大多具有分数阶的特性, 只是由于数学处理方面的问题阻碍了其应用。随着理论的发展, 分数阶的应用变成现实, 其优点逐渐展现。相比于采用传统 PID 等线性系统理论设计的控制器<sup>[1-2]</sup>, 分数阶控制器具有对被控对象参数变化不敏感、兼顾快速性和鲁棒性的特点。各国学者都在进行不同领域

的分数阶控制研究, 如齿隙振动的抑制<sup>[3]</sup>、轨道卫星<sup>[4]</sup>控制等。由于分数阶控制器参数多, 快速选择出合适的参数困难, 控制器参数整定算法研究也是相关的研究热点。文献[5]基于 ITAE 和 ISE 最优指标讨论了  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  设计; 文献[6]讨论了分数阶控制器的相位裕量和幅值裕量问题。

对象模型不准确、气动参数不够详尽等问题, 使导弹的传统控制设计方法难以取得最优的结果。近年来, 有学者将分数阶理论应用于导弹控制上, 期望改善传统控制器性能。文献[7]首次利用分数阶进行了飞航导弹航向控制设计; 文献[8]将分数阶控制器与 IAE 参数寻优法结合, 基于二阶俯仰通道传递函数对象进行控制器设计; 文献[9]引入改进的 Oustaloup 分数阶  $PI^{\lambda}$  (比例积

收稿日期: 2014-06-12      修回日期: 2015-02-01

基金项目: 航空科学基金(2009ZC12004)

作者简介: 王小强(1974—), 男, 河南洛阳人, 硕士生, 高工, 研究方向为导弹总体设计。

分)控制器,以飞机俯仰角为控制对象进行控制器设计,对比了PI<sup>λ</sup>与PI的区别,仿真表明了PI<sup>λ</sup>在控制能量、鲁棒性方面均优于PI;文献[10]对制导炮弹纵向角稳定回路进行分数阶控制;文献[11]在加速度回路对导弹驾驶员进行分数阶设计等。

综合来看,以上导弹分数阶控制方法应用大多是基于简化的特定传递函数形式来进行,基本不涉及导弹实际的控制结构,忽略了导弹内部状态的影响;控制器的参数大多是根据时域指标寻优来整定,存在效率低、在系统参数变化时鲁棒性效果难以保证等问题。

本文将二次型最优理论与导弹控制对象相结合,推导引申出一种广义的三回路分数阶控制结构,完整地保留了导弹内部状态的影响。在分数阶控制器设计中引入了动态特性和频域稳定裕度的原则来确定控制器的参数整定范围,结合粒子群(PSO)优化算法,在保证系统鲁棒性的基础上提高了寻优效率。通过对弹道特征点及全弹道的仿真结果表明,本文提出的控制器结构和设计是有效的。

### 1 导弹俯仰通道的动力学模型

假设研究对象为滚转稳定的轴对称导弹,采用小扰动线性化和固化系数等合理假设,各通道可以分别设计,取纵向通道进行研究,此时弹体纵向受力见图1。

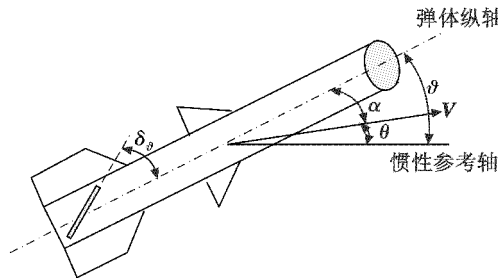


图1 导弹纵向通道结构

Fig.1 Longitudinal structure of missile

图1中: $\alpha, \theta, \delta_\theta, V$ 分别为导弹攻角、弹道倾角、俯仰通道等效舵偏和速度; $\vartheta$ 为导弹的俯仰角。

短周期扰动方程为

$$\begin{cases} \ddot{\vartheta} + a_1 \dot{\vartheta} + a_2 \alpha + a_3 \delta_\theta = 0 \\ \dot{\theta} = a_4 \alpha + a_5 \delta_\theta \\ \vartheta = \theta + \alpha \end{cases} \quad (1)$$

式中, $a_1 \sim a_5$ 为导弹的气动力系数。利用式(1),以导弹法向过载  $n_a$  为输出,考虑到  $n_a = V\dot{\theta}$ 以及加速度杆臂效应影响,得到导弹俯仰通道动力学状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2)$$

式中: $A = \begin{bmatrix} -a_4 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}; B = [-a_5 \quad -a_3]^T; C =$

$$\begin{bmatrix} \frac{a_4 V - a_2 \bar{x}}{g} & \frac{-a_1 \bar{x}}{g} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} \frac{a_5 V - a_3 \bar{x}}{g} & 0 \end{bmatrix}^T; x = \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix};$$

$y = \begin{bmatrix} n_a \\ q \end{bmatrix}; V, q, \bar{x}$ 分别为导弹的速度、俯仰角速度以及加速度杆臂效应长度; $u$ 为导弹的纵向通道输入量,  $u = \delta_\theta$ 。

### 2 导弹分数阶广义三回路控制结构

经过一定的简化,从式(1)的导弹纵向运动方程得到输入/输出传递函数形式,从而推导出传统的导弹三回路结构形式<sup>[11]</sup>,而由现代控制理论,更容易得到导弹一般状态的控制结构。

令  $\tilde{z} = n_a - K_{ss} a_r, u_1 = \delta_\theta$ ,对俯仰通道系统状态方程(2)进行增广处理如下

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1 \\ y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1 - \tilde{K}_{ss} a_r \\ \tilde{z} = H_1 x_1 + L_1 u_1 - K_{ss} a_r \end{cases} \quad (3)$$

式中: $x_1 = \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \delta \end{bmatrix}; y_1 = \begin{bmatrix} n_a - K_{ss} a_r \\ q \\ \dot{q} \end{bmatrix}; \tilde{K}_{ss} = \begin{bmatrix} K_{ss} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; A_1 =$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}; C_1 = \begin{bmatrix} C & D \\ A(2, :) & B(2, :) \end{bmatrix}; D_1 = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0 \end{bmatrix}; H_1 = C_1(1, :); L_1 = D_1(1, :).$$

对于式(3),若存在状态反馈  $u_1 = K_1 x_1$ ,那么可由LQR技术得到系统最优解。由于导弹状态量  $\alpha$  一般难以测量,可将状态反馈转换为输出反馈解决,由文献[12]可知,采用输出反馈

$u_1 = (I + K_1 C_1^{-1} D_1)^{-1} K_1 C_1^{-1} y = K_{output} (y_1 - \tilde{K}_{ss} a_r)$  (4) 整数阶的控制可由LQR最优控制得到,反馈增益  $K_{output}$ 、稳态增益  $K_{ss}$  可通过极值求解黎卡提矩阵方程得到

$$Q_1 + P A_1 + A_1^T P - (S + P B_1) R_1^{-1} (B_1^T P + S^T) = 0 \quad (5)$$

由重构状态方程式(3)可见,系统输出  $y_1$  由加速度、角速度、角加速度三回路构成,是一种三回路结构<sup>[13]</sup>。

与整数阶PID控制器相似,分数阶PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup>控制器的微分方程为

$$u(t) = K_p e(t) + K_i D_t^{-\lambda} e(t) + K_d D_t^\mu e(t) \quad (6)$$

对分数阶微积分进行拉普拉斯变换,可得到控制器

PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup> 的传递函数

$$G_c(s) = K_p + K_i/s^\lambda + K_d s^\mu \quad \lambda, \mu > 0 \quad (7)$$

由于分数阶 PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup> 控制器自由度大,根据不同的分数阶阶次 λ, μ, 以及相应增益选择,系统可以获得满意的鲁棒性和快速性。

由分数阶微积分传递函数形式,考虑到分数阶控制器与经典控制的对应物理含义关系,设分数阶导弹控制器具有如图 2 所示的结构。

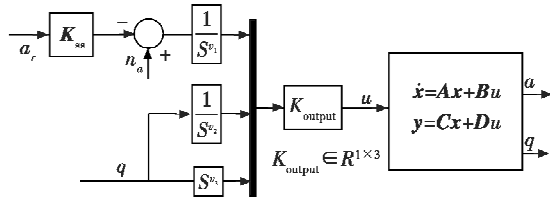


图 2 分数阶广义三回路控制结构

Fig. 2 The fractional order structure of three-loop autopilot

图中:  $v_1 \sim v_3$  为外环、中环和内环阶次;  $K_{output}$  为相应的增益。为了不失普遍性,本文采取三环(外环、中环、内环)进行分数阶控制的分析。

解分数阶算子目前有直接离散法和间接离散法两类,本文不过多研究离散法本身的实现,直接引用采用连分式复合算子法(CFE + Alaoui)的离散模型<sup>[14]</sup>,即

$$Z_{CFE + Alaoui}(s^\alpha) \approx \left(\frac{8}{7T}\right)^\alpha CFE \left\{ \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}/7} \right)^\alpha \right\} \quad (8)$$

对分数阶控制器进行离散化近似。

### 3 基于 PSO 优化的分数阶控制器设计

由图 2 可见,分数阶控制器的参数多,调节复杂,很难通过试凑的方法获得全局最优解,而且效率低。PSO 算法是一种基于群体智能的并行全局搜索算法,具有收敛速度快、算法简单的优势。

本文所设计的分数阶控制器待求解参数为  $[K_{ai} \ K_{qi} \ K_q \ v_{outer} \ v_{inner}]$ , 分别代表三环相应的增益系数,以及分数阶阶次,通过对 PSO 算法适应度函数的设计,可以找出满足要求的参数值。

PSO 优化问题中,问题的解都被看作是搜索空间中的粒子,每个粒子都根据一个适应度函数决定飞行的方向和距离,之后,粒子根据当前最优粒子给出的信息,通过进化迭代找到最优解。

设在  $n$  维空间中,对于第  $i$  个微粒,其所经历的历史最好位置为  $p_{best} = (p_{i1}, \dots, p_{in})$ , 记全体微粒经过的最好位置为  $g_{best} = (g_1, \dots, g_n)$ 。

PSO 适应度函数的设计表示为

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + r_1 c_1 (p_{best} - p_{present}) + r_2 c_2 (g_{best} - p_{present}) \quad (9)$$

即由第  $t$  代的第  $i$  个微粒的位置  $p_{present}$  和速度  $v_{ij}$ , 可以

计算出第  $t+1$  代的第  $j$  维的速度和位置。式中:  $w$  为惯性权重;  $r_1, r_2$  为随机数(0~1);  $c_1, c_2$  为加速度权重。算法中的每个粒子对应于优化问题的潜在解,维数对应于待求解参数,最好的位置对应于求得的参数值,每个适应度函数通过性能评价函数与系统时域(频域)指标相结合。

系统性能评价一般用以下 2 种指标<sup>[7]</sup>, 即  $E_{IAE} = \int_0^\infty |e(t)| dt$ ,  $E_{ISTE} = \int_0^\infty t e^2(t) dt$ 。其中:以  $E_{IAE}$  为性能指标,系统超调量较小,但导弹稳定时间长;以  $E_{ISTE}$  为性能指标,可使稳定时间缩短,但在初始短时间内,会产生大的超调及振荡。本文将稳定性指标和系统闭环响应相结合,提出综合性能评价函数,即

$$J(k) = |J_1 - J_{M_p}| W_1 + |J_2 - J_{t_r}| W_2 + |J_3 - J_{E_m}| W_3 + |J_4 - J_{P_m}| W_4 + |J_5 - J_{A_m}| W_5 = \sum_{i=1}^5 |(J_i - J_{i\_expected})| W_i = \sum_{i=1}^5 J(k_i) \quad (10)$$

式中:  $J_{i\_expected}$  为第  $i$  项指标的期望值;  $J_i$  为已取得的第  $i$  项指标的值;  $W_i$  为第  $i$  项指标的权重;  $M_p, t_r, E_m, P_m, A_m$  分别为导弹控制系统的超调量、上升时间、稳态误差、相位裕度、幅值裕度。式(10)综合了时域和频域性能指标,对性能函数中重要的因素引入惩罚项,例如对于稳定裕度项和超调量项,这样性能评价函数变为

$$F(k_i) = J(k_i) + P_{pen}(k_i) \quad (11)$$

式中,  $P_{pen}(k_i) = \begin{cases} P_c & \text{if } k \text{ 为不合适粒子} \\ 0 & \text{if } k \text{ 为合适粒子} \end{cases}$ , 为惩罚项,  $P_c$

为一个大的正数。惩罚项的引入,导致该不合适粒子的适应值过大而被剔除,保存合适粒子,最终迭代收敛到问题的最优解。

设计中兼顾到寻优的速度不能太慢,选择种群大小为 20, 迭代次数为 15 次,  $P_c$  取 30。

### 4 数值仿真

设导弹飞行马赫数为 2.5, 攻角  $\alpha = 10^\circ$ , 高度  $H = 10$  km。设计指标为幅值裕度  $12 \pm 0.5$  dB, 相位裕量  $\varphi_m = 45^\circ \pm 0.5^\circ$ , 其中的误差是考虑到整体算法寻优的范围,且气动参数摄动 30% 的情况。

分数阶控制器参数的动态优化过程如图 3、图 4 所示。由图 3、图 4 可见,采用性能评价函数式(10), 优化算法动态收敛速度很快,分数阶控制器增益和阶次得到快速整定。优化后整定参数为  $[K_{ai}, K_{qi}, K_q] = [0.00865, 1.1532, 0.12201]$ , 外中环阶数  $v_{outer} = 0.77823$ , 内环阶数  $v_{inner} = 0.01156$ 。

在 10 km 特征点处分别采用分数阶控制器及传统

整数阶 PID 控制器进行仿真分析,仿真结果如图 5、图 6 所示。

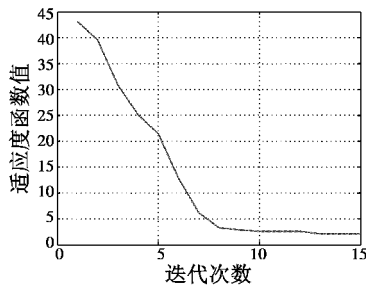


图 3 PSO 适应度函数动态变化

Fig. 3 Variation of PSO fitness function

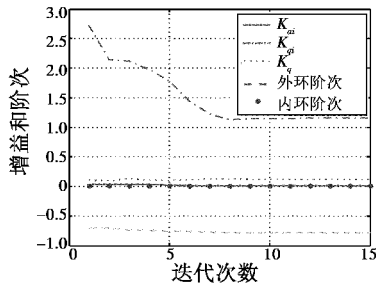


图 4 整定的分数阶控制器参数

Fig. 4 Tuned parameters of fractional order controller

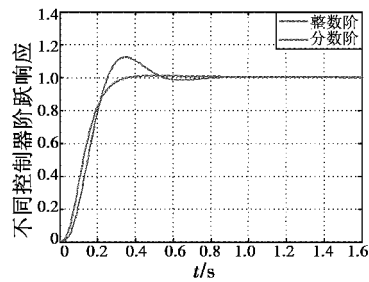


图 5 不同控制器阶跃响应比较

Fig. 5 Step responses of integer order and fraction order

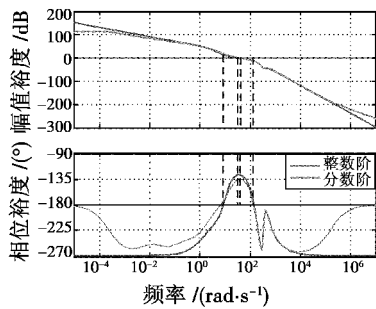


图 6 不同控制器闭环频率响应比较

Fig. 6 Frequency response of integer order and fraction order

从图 5、图 6 可以看出,分数阶控制器比传统整数阶 PID 超调小,上升时间短,而且分数阶控制器带宽大、相位滞后小。

图 7 所示为 10 km 弹道响应情况,可以看出,分数阶控制器动态特性优于整数阶控制器。

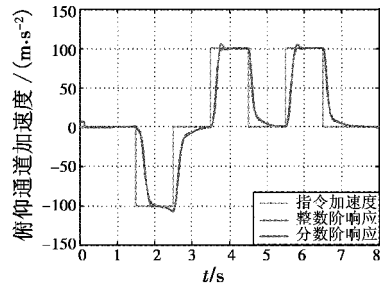


图 7 不同控制器闭环频率响应比较

Fig. 7 Acceleration responses comparison of integer order and fraction order

### 5 结论

本文基于 LQR 最优控制方法,应用状态重构和输出反馈,引申推导出导弹广义三回路分数阶控制结构,为完整分析分数阶控制器的性能提供了指导。为保证控制器的性能,加快算法收敛速度,提出一种综合时域、频域特性的适应度函数,结合 POS 算法整定分数阶控制器参数。仿真表明,设计的分数阶控制器与传统整数阶控制器相比,具有响应快、超调量小、相位延迟小,带宽大的特点,验证了分数阶控制器不同于整数阶控制器的特性,其结论对于经典三回路导弹控制器的改进具有一定的理论意义和实用价值。

### 参考文献

- [1] SAUSSIE D, SAYDY L, AKHRIF O, et al. Gain scheduling with guardian maps for longitudinal flight control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(4): 1045-1059.
- [2] RUGH W J, SHAMMA J S. Research on gain scheduling [J]. Automatica, 2000, 36:1401-1425.
- [3] MA C B, HORI Y. The application of fractional order control to backlash vibration suppression[C]//Proceedings of the American Control Conference, USA, Boston, Massachusetts, 2004;2901-2906.
- [4] KAILIL A, MRANI N, TOUATI M M, et al. Low earth-orbit satellite attitude stabilization with fractional regulators [J]. International Journal of Systems Science, 2004, 35(10):559-568.
- [5] SADATI N, ZAMANI M, MOHAJERIN P. Optimum design of fractional order PID for MIMO and SISO systems using particle swarm optimization techniques [C]// Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Int Conference on Mechatronics Kumamoto Japan, 2007, 5:1-6.
- [6] ZHAO C N, XUE D Y, CHEN Y Q. A fractional order PID tuning algorithm for a class of fractional order plants[C]//

(下转第 67 页)

## 4 结论

谐衍射元件不但具备衍射元件的负色散特性优点,还克服了衍射元件在宽波段平均衍射效率低的缺点。利用谐衍射元件与非球面,仅采用6个透镜设计了一套机载红外双波段的光学系统,该系统工作在 $3.7 \sim 4.8 \mu\text{m}$ 和 $7.7 \sim 9.5 \mu\text{m}$ 波段,工作温度范围 $-60 \sim +70 \text{ }^\circ\text{C}$ ,光学系统成像质量良好、结构紧凑。通过引入非球面和谐衍射元件,大大简化了传统双波段红外光学系统设计的复杂性,在提高系统透过率、简化结构、小型化、轻量化、无热化方面具有很大的优势,其将在红外宽波段光学系统设计中得到广泛应用。

## 参考文献

- [1] 刘英. 基于 HDE 的 MWIR/LWIR 双波段成像光谱系统的研究[D]. 长春: 中国科学院研究生院, 2010. (LIU Y. Study on MWIR/LWIR dual-band staring hyper spectral imaging system based on HDE[D]. Changchun: Graduate School of Chinese Academy of Sciences, 2010.)
- [2] 张兴德, 李荣刚, 刘琳, 等. 红外双波段成像系统的研究与发展[J]. 激光与红外, 2010, 40(8): 801-804. (ZHANG X D, LI R G, LIU L, et al. Research and development of dual-band infrared camera system [J]. Laser & Infrared, 2010, 40(8): 801-804.)
- [3] 陈建发, 王合龙, 刘欣. 中波红外光学系统光学被动无热化设计[J]. 电光与控制, 2013, 20(12): 88-91. (CHEN J F, WANG H L, LIU X. Passive optical athermalization design of middle-wavelength infrared optical system[J]. Electronics Optics & Control, 2013, 20(12): 88-91.)
- [4] RAYCES J L, LEBICH L. Thermal compensation of infrared achromatic objectives with three optical materials [C]// Proceedings of SPIE, Intl Lens Design Conference, 1990, 1354: 752-759.
- [5] 沈良吉, 冯卓祥.  $3.7 \mu\text{m} \sim 4.8 \mu\text{m}$  波段折/衍混合红外光学系统的无热化设计[J]. 应用光学, 2009, 30(4): 683-687. (SHEN L J, FENG Z X. Athermal design of refractive/diffractive hybrid infrared optical system working at  $3.7 \mu\text{m} \sim 4.8 \mu\text{m}$  [J]. Journal of Applied Optics, 2009, 30(4): 683-687.)
- [6] BURALLI D A, MORRIS G M. Effects of diffraction efficiency on the modulation transfer function of diffractive lenses [J]. Optica Applicata, 1992, 31(22): 4389-4396.
- [7] 娄迪. 谐衍射光学设计理论和应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2008. (LOU D. Application and research of harmonic diffractive optical [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008.)
- (上接第 57 页)
- Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Canada, 2005: 216-221.
- [7] 张邦楚, 王少锋, 韩子鹏, 等. 飞航导弹分数阶 PID 控制及其数字实现[J]. 宇航学报, 2005, 26(5): 652-656. (ZHANG B C, WANG S F, HAN Z P, et al. Using fractional-order PID controller for control of aerodynamic missile [J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(5): 652-656.)
- [8] 齐乃明, 秦昌茂, 宋志国. 导弹鲁棒分数阶 PID 自动驾驶仪设计[J]. 控制工程, 2011, 18(5): 715-718. (QI N M, QIN C M, SONG Z G. Robust fractional PID missile autopilot design [J]. Control Engineering of China, 2011, 18(5): 715-718.)
- [9] 史金光, 王中原, 常思江, 等. 制导火箭分数阶控制系统[J]. 南京理工大学学报: 自然科学版, 2011, 35(1): 52-56. (SHI J G, WANG Z Y, CHANG S J, et al. Fractional-order control systems for guided projectiles [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology: Natural Science, 2011, 35(1): 52-56.)
- [10] 王海涛, 董新民, 王建刚. 分数阶控制理论及其在飞机俯仰控制中的应用[J]. 飞行力学, 2011, 29(5): 44-48. (WANG H T, DONG X M, WANG J G. Fractional order control theory and its applications in aircraft longitudinal control [J]. Flight Dynamics, 2011, 29(5): 44-48.)
- [11] 徐俊, 曹军义, 曹秉刚, 等. 空空导弹分数阶三回路自动驾驶仪的分析与参数优化[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(12): 33-38. (XU J, CAO J Y, CAO B G, et al. Fractional three-loop autopilot of air-to-air missile with parameter optimization [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(12): 33-38.)
- [12] 赵艳辉, 刘忠, 李海峰. 气动力/直接力复合控制导弹的线性二次型最优控制设计[J]. 航空兵器, 2011(6): 41-46. (ZHAO Y H, LIU Z, LI H F. Linear quadratic optimal control solution for dual-controlled missile with tails and reaction jets [J]. Aero Weaponry, 2011(6): 41-46.)
- [13] MRACEK C P, RIDGELY D B. Missile longitude autopilots; Comparison for multiple three loop topologies [C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, San Francisco, 2005, AIAA-2005-6380.
- [14] 曹军义, 曹秉刚. 分数阶控制器离散方法的评估策略研究[J]. 西安交通大学学报, 2007, 41(7): 842-846. (CAO J Y, CAO B G. Evaluation strategies of fractional order controllers' discretization methods [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(7): 842-846.)