doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2015.05.011

反舰导弹饱和攻击时差规律研究

卢发兴[1]， 焦安龙[2]， 贾正荣[1]
(1.海军工程大学电子工程学院指挥与控制系,武汉 430033； 2.中国人民解放军91439部队,辽宁 旅顺 116041)

摘 要：为了提高反舰导弹的突防概率,一种行之有效的方法是采用数量饱和攻击的样式,这就要求多枚导弹同时到达目标。但是由于导弹实际飞行时间是一个随机变量,会造成各导弹到达目标时间存在差别,影响导弹协同作战效能。在给出反舰导弹饱和攻击时差模型的基础上,提出了在导弹实际飞行时间服从均匀分布、指数分布和正态分布3种情况下,反舰导弹饱和攻击时差的概率分布函数、概率密度函数、数学期望和均方差等分布特性。最后利用示例进行分析总结,得出结论:导弹实际飞行时间的随机性对反舰导弹饱和攻击时差的影响是相当大的,必须加以重视。

关键词：反舰导弹；饱和攻击；飞行时间；到达目标时间差
中图分类号：TJ765 **文献标志码**：A **文章编号**：1671-637X(2015)05-0046-03

Law of Time Difference in Anti-ship Missile Saturation Attack

LU Fa-xing[1], JIAO An-long[2], JIA Zheng-rong[1]
(1. Electronic Engineering College, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
2. No. 91439 Unit of PLA, Lüshun 116041, China)

Abstract: To increase the penetration probability of anti-ship missile, an effective way is to adopt saturation attack, which requires that multiple missiles to arrive at the target simultaneously. However, the actual flight time of missile is a random variable, which may cause differences in the arrival time of each missile at the target, thus influencing the cooperative combat efficiency of multiple missiles. Based on the time difference model for anti-ship missile saturation attack, such distribution characteristics as probability distribution function, probability density function, mathematical expectation and mean square error of time difference in anti-ship missile saturation attack are given in three respective cases that the actual flight time of missile complies with uniform, exponential and normal distributions. Finally, an analysis and a summary are made through an example, to reach a conclusion that the randomness of actual flight time of missile has a considerable influence on the time difference in anti-ship missile saturation attack, which needs to be taken seriously.

Key words: anti-ship missile; saturation attack; flight time; time difference of each missile arriving at the target

0 引言

齐射的反舰导弹同时到达目标,是饱和攻击的基本要求和显著特点,其目的是使敌方的防空体系达到饱和,确保部分反舰导弹能够可靠突防。由于各发射平台的位置不同,各枚导弹的航路和航程不同,空中飞行速度也有差异,要做到齐射的所有导弹同时到达目标,首先计算各枚导弹的飞行时间[1-3],规划导弹的航路[4-5],然后,按照导弹航程飞行时间长短的顺序来严格控制发射顺序和发射间隔,使所有导弹尽可能同时到达目标,达到饱和攻击的目的。但是,目前在确定多弹协同饱和攻击的发射顺序和发射间隔时,把各导弹飞行时间当作一个确定值来考虑,使用的导弹飞行时间只是一个近似的平均值,其实,导弹飞行时间与目标的方位和距离、舰艇的航向、环境温度、风速、风向、舰艇的摇摆、支架误差、目标定位误差、导弹准备误差、导弹的实际飞行速度、导弹的航路规划参数、导弹制导雷达开机距离、导弹的自控终点散布误差、目标的机动方

收稿日期:2014-06-11 **修回日期**:2015-01-19
作者简介:卢发兴(1974—),男,福建顺昌人,博士,副教授,研究方向为舰载指控及导弹火控。

式和速度等众多因素有关[6-7]，因此，导弹实际飞行时间是一个随机变量。由此通过确定的导弹发射顺序和发射间隔是不可能使导弹都同时到达目标的，各导弹到达目标的时间是不同的，存在时间差，并且这个时间差也是一个随机变量。

显然，反舰导弹饱和攻击的时间差大小直接影响多弹协同攻击的饱和度，从而影响多弹协同攻击的作战效能。因此，本文就此问题进行深入研究，分析导弹实际飞行时间的随机性对各导弹到达目标时间的影响，给出反舰导弹饱和攻击时差的分布规律，从而确定真正实现反舰导弹饱和攻击的概率。

1　各导弹到达目标时间差模型

在实施饱和攻击时，首先计算齐射的各导弹飞行时间 $\bar{T}_p^k(k=1,\cdots,n)$[1-3]，$n$ 为齐射的导弹数。然后以 $\bar{T}_p^i=\max\{\bar{T}_p^1,\bar{T}_p^2,\cdots,\bar{T}_p^n\}$ 为发射基准时间，各导弹按 $\Delta T_{yc}^k=\bar{T}_p^i-\bar{T}_p^k$ 计算发射延迟时间。根据发射延迟时间 ΔT_{yc}^k，指挥员再命令相应的导弹发射[8]。设第 k 枚导弹的实际飞行时间为 T_f^k，则第 k 枚导弹到达目标的时间为 $T^k=T_f^k+\Delta T_{yc}^k$，则任意两枚导弹到达目标的时间差为

$$\Delta T_{ij}=\max\{T^i,T^j\}-\min\{T^i,T^j\}=|T^i-T^j| \quad (1)$$

而导弹到达目标的最大时间差为

$$\Delta T_n=\max\{T^1,T^2,\cdots,T^n\}-\min\{T^1,T^2,\cdots,T^n\} \quad 。(2)$$

如上文所述，由于导弹的实际飞行时间 T_f^k 是一个随机变量，发射延迟时间 ΔT_{yc}^k 为确定值，因此导弹到达目标的时间 T^k 也是一个随机变量，从而时间差 ΔT_n 同样是一个随机变量。

2　各导弹到达目标时间差随机特性

下面分析导弹实际飞行时间服从均匀分布、指数分布和正态分布 3 种情况下随机变量 ΔT_n 的分布特性。

2.1　导弹飞行时间为均匀分布情况

当导弹实际飞行时间服从均匀分布时，各导弹到达目标的时间 T^k 也是服从均匀分布的。不妨设 $T^k(k=1,\cdots,n)$ 是相互独立且都服从相同的 $[a,b]$ 之间的均匀分布，其概率分布函数为 $F(x)$，概率密度函数为 $f(x)$。则由式(2)可得 ΔT_n 概率分布函数 $F_n(\Delta T_n)$ 和概率密度函数 $f_n(\Delta T_n)$ 分别为

$$F_n(\Delta T_n)=\begin{cases}\dfrac{\Delta T_n^{n-1}}{(b-a)^n}[n(b-a)-(n-a)\Delta T_n] & 0\leqslant\Delta T_n\leqslant b-a\\ 1 & \Delta T_n>b-a\end{cases} \quad (3)$$

$$f_n(\Delta T_n)=\begin{cases}\dfrac{n(n-1)}{(b-a)^n}\Delta T_n^{n-2}(b-a-\Delta T_n) & 0\leqslant\Delta T_n\leqslant b-a\\ 1 & \Delta T_n>b-a\end{cases} \quad (4)$$

由此可得 ΔT_n 的数学期望 $\Delta\bar{T}_n$ 和方差 $D(\Delta T_n)$ 分别为

$$\Delta\bar{T}_n=\frac{n-1}{n+1}(b-a) \quad (5)$$

$$D(\Delta T_n)=\frac{2(n-1)(b-a)^2}{(n+1)^2(n+2)} \quad 。(6)$$

2.2　导弹飞行时间为指数分布情况

当导弹实际飞行时间服从指数分布时，各导弹到达目标的时间 T^k 也是服从指数分布且相互独立的，其概率密度函数为 $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}, x\geqslant 0$。同样由式(2)可得 $F_n(\Delta T_n)$ 和 $f_n(\Delta T_n)$ 分别为

$$F_n(\Delta T_n)=(1-e^{-\lambda\Delta T_n})^{n-1} \quad (7)$$

$$f_n(\Delta T_n)=\lambda(n-1)e^{-\lambda\Delta T_n}(1-e^{-\lambda\Delta T_n})^{n-2} \quad (8)$$

ΔT_n 的数学期望 $\Delta\bar{T}_n$ 和方差 $D(\Delta T_n)$ 分别为

$$\Delta\bar{T}_n=\frac{1}{\lambda}\alpha_n \quad (9)$$

$$D(\Delta T_n)=\frac{1}{\lambda^2}\beta_n \quad (10)$$

式中：$\alpha_n=\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k}$；$\beta_n=\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k^2}$。

2.3　导弹飞行时间为正态分布情况

当导弹实际飞行时间服从正态分布时，各导弹到达目标的时间 T^k 也是服从正态分布的。设第 k 枚导弹到达目标的时间 T^k 都是相互独立且服从均值为 $\bar{T}^k$、均方差为 σ_{T^k} 的正态分布，其概率密度函数是 $f_k(x)=\frac{1}{\sigma_{T^k}\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-(x-\bar{T}^k)^2/2\sigma_{T^k}^2}$，则由式(2)可得 ΔT_n 概率分布函数和概率密度函数分别为

$$F_n(\Delta T_n)=\begin{cases}0.5^{n-1}\sum_{j=1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}f_j(x)\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}\left[\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k}{\sigma_{T^k}}\right)-\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k-\Delta T_n}{\sigma_{T^k}}\right)\right]dx & \Delta T_n\geqslant 0\\ 0 & \Delta T_n<0\end{cases} \quad (11)$$

$$f_n(\Delta T_n)=\begin{cases}0.5^{n-2}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{s=j+1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}[f_j(x)f_s(x-\Delta T_n)+f_s(x)f_j(x-\Delta T_n)]\times\\ \quad\prod_{\substack{k=1\\k\neq j,s}}^{n}\left[\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k}{\sigma_{T^k}}\right)-\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k-\Delta T_n}{\sigma_{T^k}}\right)\right]dx & \Delta T_n\geqslant 0\\ 0 & \Delta T_n<0\end{cases} \quad (12)$$

式中，$\Phi(t)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-x^2/2}dx$。

由此可得 ΔT_n 的数学期望 $\Delta\bar{T}_n$ 和方差 $D(\Delta T_n)$ 分别为

$$\Delta\bar{T}_n=0.5^{n-1}\sum_{j=1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}xf_j(x)\left\{\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}\left[1+\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k}{\sigma_{T^k}}\right)\right]-\prod_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}\left[1-\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k}{\sigma_{T^k}}\right)\right]\right\}dx \tag{13}$$

$$D(\Delta T_n)=M[(\Delta T_n-\Delta\bar{T}_n)^2]=0.5^{n-2}\sum_{j=1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}f_j(x)\cdot\left[\sum_{s=j+1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}(|x-y|-\Delta\bar{T}_n)^2f_s(y)\prod_{\substack{k=1\\k\neq j,s}}^{n}\left|\Phi\left(\frac{x-\bar{T}^k}{\sigma_{T^k}}\right)-\Phi\left(\frac{y-\bar{T}^k-\Delta T_n}{\sigma_{T^k}}\right)\right|dy\right]dx \tag{14}$$

当齐射的导弹数 $n=2$ 时，由式(13)可得，$\Delta T_2=|T^1-T^2|$ 的数学期望为

$$\Delta\bar{T}_2=|\bar{T}^1-\bar{T}^2|\Phi\left(\frac{|\bar{T}^1-\bar{T}^2|}{\sqrt{\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2}}\right)+\sqrt{\frac{2}{\pi}(\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2)}\,e^{-(\bar{T}^1-\bar{T}^2)^2/2(\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2)} \tag{15}$$

其均方差 $\sigma_{\Delta T_2}=\sqrt{\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2+(\bar{T}^1-\bar{T}^2)^2-(\Delta\bar{T})^2}$。

当 $n=3$，由式(13)可得 ΔT_3 的数学期望为

$$\Delta\bar{T}_3=0.5\left\{|\bar{T}^1-\bar{T}^2|\Phi\left(\frac{|\bar{T}^1-\bar{T}^2|}{\sqrt{\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2}}\right)+|\bar{T}^1-\bar{T}^3|\cdot\Phi\left(\frac{|\bar{T}^1-\bar{T}^3|}{\sqrt{\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^3}^2}}\right)+|\bar{T}^2-\bar{T}^3|\Phi\left(\frac{|\bar{T}^2-\bar{T}^3|}{\sqrt{\sigma_{T^2}^2+\sigma_{T^3}^2}}\right)+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\sqrt{(\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2)}\,e^{-(\bar{T}^1-\bar{T}^2)^2/2(\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^2}^2)}+\sqrt{(\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^3}^2)}\,e^{-(\bar{T}^1-\bar{T}^3)^2/2(\sigma_{T^1}^2+\sigma_{T^3}^2)}+\sqrt{(\sigma_{T^2}^2+\sigma_{T^3}^2)}\,e^{-(\bar{T}^2-\bar{T}^3)^2/2(\sigma_{T^2}^2+\sigma_{T^3}^2)}\right]\right\}。 \tag{16}$$

3 分析总结

舰艇编队对目标发射10枚反舰导弹，不妨设各导弹到达目标的时间 $T^k(k=1,\cdots,n)$ 都是相互独立且服从均值为 $\bar{T}$、均方差为 σ_T 的正态分布。由式(13)可计算在不同均方差下 ΔT_n 的数学期望 $\Delta\bar{T}_n$ 和均方差 $\sqrt{D(\Delta T_n)}$，由式(11)可计算导弹到达目标的最大时间差 ΔT_n 不大于10 s的概率，计算结果如表1所示。

表1 不同均方差 σ_T 下的时间差的数学期望和均方差及小于10 s的概率

Table 1 Expectation, mean-square deviation and probability of less than 10 s of ΔT for different σ_T

均方差 σ_T/s	数学期望 $\Delta\bar{T}_n$/s	均方差 $\sqrt{D(\Delta T_n)}$/s	ΔT_n 小于10 s的概率
1	3.0775	0.7971	1
2	6.1550	1.5942	0.9851
3	9.2325	2.3913	0.6329
4	12.31	3.1884	0.2443
5	15.3875	3.9855	0.0768
10	30.7750	7.9710	0.0005

根据对前面的公式和以上示例的分析，可得到如下结论：

1）由式(5)、式(9)、式(13)、式(15)和式(16)可知，时间差 ΔT_n 的数学期望正比于齐射导弹的数量 n 和导弹到达目标的时间 T^k 的随机性，即当 T^k 为均匀分布时，随机性表现为区间 $b-a$ 大小，指数分布时，为系数 $1/\lambda$，正态分布时，为均方差 σ_{T^k}；

2）由于到达目标的时间 T^k 的随机性，即使所有导弹到达目标的时间的均值相等，时间差 ΔT_n 的数学期望也不为零，在示例中，当 σ_T 不为零，数学期望 $\Delta\bar{T}_n$ 就不会为零；

3）实际上，只要时间差 ΔT_n 小于某一时间（如敌防空武器的反应时间）的概率达到某一概率（如90%），就可认为实现了反舰导弹的饱和攻击，在示例中，当导弹到达目标时间的均方差 σ_T 大于3 s后，就不能满足真正意义上饱和攻击的要求了，最大时间差 ΔT_n 不大于某一值的概率也正比于 σ_T；

4）根据 ΔT_n 的数学期望和均方差，可以判断出 ΔT_n 可能所处的区间，这可用于导弹突破敌防空体系的效能评估；

5）到达目标的时间 T^k 的随机性对反舰导弹饱和攻击时差的影响是相当大的，在实施导弹饱和攻击时，这个影响因素必须加以重视。

4 结束语

本文较完整地给出了反舰导弹饱和攻击时差的分布规律模型，为实现反舰导弹饱和攻击提供了理论基础，对提高现有导弹的协同作战效能有一定理论价值和实际使用意义。

参考文献

[1] 张志伟，王光辉，谢宇鹏. 飞机和舰艇编队合同反舰时

（下转第53页）

[9] 熊华钢. 机载高速数据总线系统研究[D]. 北京:北京航空航天大学,1998. (XIONG H G. Research on airborne high-speed data bus system[D]. Beijing: Beihang University, 1998.)

[10] STEINER W. Synthesis of static communication schedules for mixed-criticality systems [C]//Proceedings of 14th IEEE International Symposium on Object/Component/Service-Oriented Real-Time Distributed Computing Workshops(ISORCW), 2011:11-18.

[11] YOUSAF U. Embedded solution for system on chip: ARINC429 and UART interfaces[J]. WSEAS Transactions on Electronics, 2006, 3(2):85-92.

[12] CiA Draft Standard 301 Version 4.02. CANopen application layer and communication profile[S]. Nuremberg, 2002.

[13] SAE Aerospace. SAE AS6003 TTP communication protocol[S]. SAE International, 2009.

[14] ADEMAJ A, KOPETZ H. Time-Triggered Ethernet and IEEE1588 clock synchronization [C]//Proceedings of ISPCS, Vienna, IEEE, 2007:41-43.

[15] ARINC Specification 664P7. ARINC664 Aircraft data network, part 7: Avionics Full Duplex Switched Ethernet (AFDX) network [S]. Maryland: Airlines Electronic ARINC664 Engineering Committee(AEEC), 2005.

[16] STEINER W. TTEthernet specification[Z]. TTTech Computertechnik AG, Vienna, Austria, 2008.

[17] STEINER W. An evaluation of SMT-based schedule synthesis for Time-Triggered multi-hop networks[C]//Proceedings of RTSS, San Diego, CA, 2010:375-394.

[18] WILCOCK G, TOTTEN T, GLEAVE A, et al. The application of COTS technology in future modular avionic systems [J]. Electronics & Communication Engineering Journal, 2001, 13(4):183-192.

[19] STEINER W, BAUER G, HALL B, et al. TTEthernet dataflow concept [C]//Proceedings of 8th IEEE International Symposium on Network Computing and Applications, Cambridge, MA: IEEE, 2009:319-322.

[20] 刘成. 时间触发 AFDX 网络关键技术研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2012. (LIU C. Research on key technologies of Time-Triggered AFDX network[D]. Beijing: Beihang University, 2012.)

(上接第 48 页)

间协同问题研究[J]. 舰船电子工程,2013,33(9):35-36,44. (ZHANG Z W, WANG G H, XIE Y P. Time-coordination of the cooperative anti-ship missile attack organized by airplane formation and ship formation[J]. Ship Electronic Engineering, 2013, 33(9):35-36, 44.)

[2] 曾家有,宋友凯,车志宇. 基于航路规划的反舰导弹发射顺序和间隔研究[J]. 航天控制,2009,27(2):22-25. (ZENG J Y, SONG Y K, CHE Z Y. Research on launch sequence and interval of anti-ship missile based on route planning[J]. Aerospace Control, 2009, 27(2):22-25.)

[3] 程绍成,刘敬蜀,张广法. 基于发射时间序列的反舰导弹联合突防方法[J]. 海军航空工程学院学报,2013,28(3):289-291. (CHENG S C, LIU J S, ZHANG G F. A anti-ship missile joint penetrate method based on launch time series model[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2013, 28(3):289-291.)

[4] 雷兴明,邢昌风,吴玲,等. 基于分布式约束优化的多平台导弹协同航路规划[J]. 电子学报,2012,40(10):2068-2072. (LEI X M, XING C F, WU L, et al. Path planning for multi-platform missiles based on distributed constrained optimization[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(10):2068-2072.)

[5] 李红亮,宋贵宝,李高春. 反舰导弹协同攻击航路规划与重规划[J]. 电光与控制,2012,19(12):18-22. (LI H L, SONG G B, LI G C. Route planning and re-planning of anti-ship missiles in coordinated operation[J]. Electronics Optics & Control, 2012, 19(12):18-22.)

[6] 卢发兴,吴玲,董银文. 无航路规划能力的反舰导弹盲目射击方式初探[J]. 系统工程与电子技术,2009,31(11):2658-2662. (LU F X, WU L, DONG Y W. Blind launch of anti-ship missiles without route-planning capability[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(11):2658-2662.)

[7] 卢发兴,吴玲,董银文. 带航路规划的反舰导弹盲目射击攻击模型及性能研究[J]. 电子学报,2009,37(9):1956-1960. (LU F X, WU L, DONG Y W. Research on the attacking mode for blind launch of anti-ship missiles with route-planning capability[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(9):1956-1960.)

[8] 曾家有,钟建林,高青伟. 舰艇编队组织反舰导弹协同饱和攻击任务规划问题分析[J]. 飞航导弹,2012(5):24-26,40. (ZENG J Y, ZHONG J L, GAO Q W. Research on mission planning of naval fleet anti-ship missile saturation attack [J]. Aerodynamic Missile Journal, 2012 (5): 24-26, 40.)