

使用插值法滤波的单站无源定位算法

邹全，王袁斌

(常州工学院,江苏常州 213002)

摘要：综合利用到达方位角(DOA)和到达时间差(TDOA)等信息,建立单站无源定位系统的状态模型和观测模型,应用多维情形的二阶插值公式构造新型非线性滤波算法,而不需计算非线性函数的偏导,使得计算简化。仿真结果表明,用该算法可替代扩展卡尔曼滤波器(EKF)应用于单站无源定位中,能获得更为准确且收敛更快的定位结果。

关键词：单站无源定位；非线性滤波；Cholesky 分解；扩展卡尔曼滤波

中图分类号：TN954 文献标志码：A 文章编号：1671-637X(2015)05-0015-04

A Single Observer Passive Location Algorithm Using Interpolation Filtering

ZOU Quan, WANG Yuan-bin

(Changzhou Institute of Technology, Changzhou 213002, China)

Abstract: The state model and observe model of single observer passive location are built up by using the information of Direction of Arrival (DOA) and Time Difference of Arrival (TDOA). To simplify the computation process, a new nonlinear filtering algorithm is constructed using second-order multi-dimension interpolation formula instead of calculating the partial derivative of nonlinear functions. Simulation results show that: The proposed algorithm can be used in single observer passive location in stead of Extended Kalman Filtering (EKF), and can obtain more accurate results with a faster converge speed.

Key words: single observer passive location; nonlinear filtering; Cholesky factorization; Extended Kalman Filtering(EKF)

0 引言

单站无源定位最突出的优势在于其隐蔽工作、不易被敌方侦察系统发现、探测距离远等特点,因此在现代战争和无线通信系统中得到广泛应用,是现代电子战环境下不可缺少的探测和监视手段^[1]。

单站无源定位实质上是一个典型的过程估计问题,而卡尔曼滤波(KF)是解决过程估计问题时经典而有效的方法^[2],但由于KF要求模型是线性的,不适合直接应用于具有非线性特性的无源定位系统中。基于非线性模型的线性化,对KF加以扩展和改进,可以得到扩展的卡尔曼滤波(EKF),可用于非线性模型的无源定位问题^[3]。但EKF在递推公式中要求非线性函

数的偏导数,数值稳定性差。为提高数值稳定性,将平方根法^[4]、无迹卡尔曼滤波(UKF)^[5]等方法应用到无源定位中。

本文采用一种新型滤波算法来进行单站无源定位计算,应用Stirling内插公式来计算均值、方差和协方差,无需计算偏导数,仅需计算函数估计值,定位精度和收敛速度等均优于EKF方法,能更好地满足实际要求。

1 系统模型

目标在三维空间匀速运动的条件下(为叙述方便,假设目标在某平面内匀速运动),地面固定观测站对运动辐射源进行无源定位,目标轨迹与观测站关系如图1所示。

当运动辐射源距观测站较远时,一般情况下不会有太大的机动。考虑大气扰动等因素的作用后,目标运动模型可以近似为带有加速度扰动的匀速运动模型。设辐射源发射的脉冲信号周期 T_r 恒定,观测站每接收N个脉冲做一次观测。由于通常无法得到 T_r 的

收稿日期:2014-07-10 修回日期:2015-01-28

基金项目:国家星火计划项目(2014GA600226);江苏省大学生创新创业训练计划项目(201411055039x)

作者简介:邹全(1980—),女,江苏常州人,硕士,讲师,研究方向为信息与信号处理。

真实值,因此,把 T_s 也作为未知量加入到状态变量中一起估计。

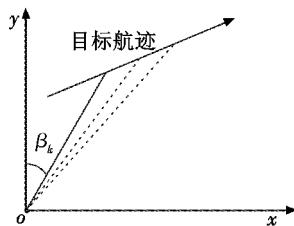


图1 目标航迹与观测站关系

Fig. 1 The relation between the target and the observer

设 $X_k = [x_k \ v_{xk} \ y_k \ v_{yk} \ T_s]^T$ 为辐射源第 k 时刻的状态向量,并设观测站位置不变,其位置定为坐标原点,辐射源对观测站的相对状态就是 X_k 。则状态方程为

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + W_k \quad (1)$$

$$\text{式中: } \Phi_{k+1,k} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; W_k = \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} w_{xk} \\ T_s w_{xk} \\ \frac{T_s^2}{2} w_{yk} \\ T_s w_{yk} \\ 0 \end{bmatrix}; w_{xk}$$

和 w_{yk} 分别为 x 方向和 y 方向上的加速度扰动噪声; $E[W_k] = 0$, $E[W_k W_k^T] = Q_k$; T_s 为观测周期。

观测站在 TOA_{k-1} 时刻和 TOA_k 时刻分别接收到 N 个脉冲。由于辐射源的运动造成辐射源与观测站之间的径向距离不断变化, TOA_k 时刻接收到 N 个脉冲时产生延迟 $(r_k - r_{k-1})/c$, 且满足

$$(r_k - r_{k-1})/c \ll NT_s \quad (2)$$

式中: NT_s 为秒级; c 为电磁波传播速度。于是可得测量方程为

$$\begin{cases} \beta_k = \arctan(x_k/y_k) \\ \Delta TOA_k = TOA_k - TOA_{k-1} = (r_k - r_{k-1})/c + T_s \end{cases} \quad (3)$$

式中: $r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$; $T_s = NT_s$ 。

2 定位算法

以非线性变换的多项式近似为基础, 使用多维形式的 Stirling 插值公式对非线性变换进行二阶近似, 可得到一种新的滤波方法。原理上, 这种方法与 EKF 以及其高阶形式相似, 但其过程却截然不同。与 Taylor 近似相比, 这种方法在插值公式中不使用导数, 而仅仅计算函数值, 因此, 它可以应用于一些导数不存在的场合, 以得到优良的滤波效果。

2.1 多维情形的内插公式

设 $r \in \mathbf{R}^n$, $y = f(r)$ 为函数向量, 则在 $r = \bar{r}$ 附近用

内插公式展开, 有

$$y = f(\bar{r} + \Delta r) \approx f(\bar{r}) + \tilde{D}_{\Delta r} f + \frac{\tilde{D}_{\Delta r}^2 f}{2} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \tilde{D}_{\Delta r} f = \frac{1}{h} \left(\sum_{p=1}^n \Delta r_p \mu_p \delta_p \right) f(r) \Big|_{r=\bar{r}}; \tilde{D}_{\Delta r}^2 f = \frac{1}{h^2} \cdot \left(\sum_{p=1}^n (\Delta r_p)^2 \delta_p^2 + \sum_{p=1}^n \sum_{q=1, q \neq p}^n \Delta r_p \Delta r_q (\mu_p \delta_p)(\mu_q \delta_q) \right) f(r) \Big|_{r=\bar{r}}; \delta_p \text{ 为}$$

第 p 个偏微分算子; $\Delta r_p = r_p - \bar{r}_p$; h 为步长; μ_p 为均值算子。

定义 1(线性变换)^[6] 设 $z = S^{-1}r$, $\tilde{f}(z) \equiv f(Sz) = f(r)$, 则

$$2\mu_p \delta_p \tilde{f}(\bar{z}) = \tilde{f}(\bar{z} + he_p) - \tilde{f}(\bar{z} - he_p) = f(\bar{r} + hS_p) - f(\bar{r} - hS_p) \quad (5)$$

式中: S 为线性变换矩阵; S_p 为 S 矩阵的第 p 列。

2.2 均值、方差和协方差的二阶估计

假设 x 是随机向量, 其均值和方差分别为 $\bar{x} = E(x)$, $P_x = E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T]$ 。利用定义 1 中的线性变换矩阵 S , 定义随机向量函数的均值和方差分别为 $\bar{y}_T = E[f(x)]$, $(P_y)_T = E[(f(x) - \bar{y}_T)(f(x) - \bar{y}_T)^T]$, $(P_{xy})_T = E[(x - \bar{x})(f(x) - \bar{y}_T)^T]$ 。

取 P_x 的 Cholesky 因式分解的因子作为线性变换矩阵 S_x , 则 $z = S_x^{-1}x$, $P_x = S_x S_x^T$ 。函数 $\tilde{f}(z)$ 的二阶内插展开式为 $y \approx \tilde{f}(\bar{z}) + \tilde{D}_{\Delta z} \tilde{f} + \frac{1}{2} \tilde{D}_{\Delta z}^2 \tilde{f}$ 。

假设 Δz 为零均值高斯分布, 各元素互不相关。

1) 函数均值二阶估计。

$$\bar{y} = \frac{h^2 - n}{h^2} f(\bar{x}) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^n [f(\bar{x} + hS_{x,p}) - f(\bar{x} - hS_{x,p})] \quad (6)$$

式中: $S_{x,p}$ 为 S_x 的第 p 列; n 为 x 的维数。

2) 函数方差二阶估计。

$$P_y = \frac{1}{4h^2} \sum_{p=1}^n [f(\bar{x} + hS_{x,p}) - f(\bar{x} - hS_{x,p})][f(\bar{x} + hS_{x,p}) - f(\bar{x} - hS_{x,p})]^T + \frac{h^2 - 1}{4h^2} \sum_{p=1}^n [f(\bar{x} + hS_{x,p}) + f(\bar{x} - hS_{x,p}) - 2f(\bar{x})][f(\bar{x} + hS_{x,p}) + f(\bar{x} - hS_{x,p}) - 2f(\bar{x})]^T \quad (7)$$

3) 自变量与因变量的协方差。

$$P_{xy} = \frac{1}{2h} \sum_{p=1}^n S_{x,p} [f(\bar{x} + hS_{x,p}) - f(\bar{x} - hS_{x,p})]^T \quad (8)$$

2.3 滤波算法

根据上述均值、方差和协方差二阶估计, 结合标准 EKF 算法, 可得到一种滤波算法, 称为 DD2 滤波, 其

中,DD 表示式(3)用到的差分算法(Divided Difference),2 表示二阶近似。与 EKF 不同,DD2 滤波对估计误差的方差阵不是直接估计,而是对它的 Cholesky 分解矩阵进行递推,然后再合成得到估计误差的方差阵。首先给出 4 个方阵的 Cholesky 因式分解和 8 个重要矩阵。

1) Cholesky 因式分解

$$\begin{cases} \mathbf{Q} = \mathbf{S}_v \mathbf{S}_v^T, \mathbf{R} = \mathbf{S}_w \mathbf{S}_w^T \\ \bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{S}}_x \bar{\mathbf{S}}_x^T, \hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{S}}_x \hat{\mathbf{S}}_x^T \end{cases} \quad (9)$$

2) 重要矩阵。

$$\mathbf{S}_{xx}^{(1)}(k) = \{ \mathbf{S}_{xx}^{(1)}(i,j) \} = \left\{ \frac{1}{2h} \left(f_i(\hat{\mathbf{x}}_k + h\hat{\mathbf{S}}_{x,j}, u_k, \bar{v}_k) - f_i(\hat{\mathbf{x}}_k - h\hat{\mathbf{S}}_{x,j}, u_k, \bar{v}_k) \right) \right\} \quad (10)$$

$$\mathbf{S}_{xv}^{(1)}(k) = \{ \mathbf{S}_{xv}^{(1)}(i,j) \} = \left\{ \frac{1}{2h} \left(f_i(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k + h\mathbf{S}_{v,j}) - f_i(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k) \right) \right\} \quad (11)$$

$$\mathbf{S}_{yx}^{(1)}(k) = \{ \mathbf{S}_{yx}^{(1)}(i,j) \} = \left\{ \frac{1}{2h} \left(g_i(\hat{\mathbf{x}}_k + h\bar{\mathbf{S}}_{x,j}, \bar{w}_k) - g_i(\hat{\mathbf{x}}_k - h\bar{\mathbf{S}}_{x,j}, \bar{w}_k) \right) \right\} \quad (12)$$

$$\mathbf{S}_{yw}^{(1)}(k) = \{ \mathbf{S}_{yw}^{(1)}(i,j) \} = \left\{ \frac{1}{2h} \left(g_i(\hat{\mathbf{x}}_k, \bar{w}_k + h\mathbf{S}_{w,j}) - g_i(\hat{\mathbf{x}}_k, \bar{w}_k - h\mathbf{S}_{w,j}) \right) \right\} \quad (13)$$

$$\mathbf{S}_{xx}^{(2)}(k) = \left\{ \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} \left(f_i(\hat{\mathbf{x}}_k + h\hat{\mathbf{S}}_{x,j}, u_k, \bar{v}_k) + f_i(\hat{\mathbf{x}}_k - h\hat{\mathbf{S}}_{x,j}, u_k, \bar{v}_k) - 2f_i(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k) \right) \right\} \quad (14)$$

$$\mathbf{S}_{xv}^{(2)}(k) = \left\{ \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} \left(f_i(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k + h\mathbf{S}_{v,j}) + f_i(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k - h\mathbf{S}_{v,j}) - 2f_i(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k) \right) \right\} \quad (15)$$

$$\mathbf{S}_{yx}^{(2)}(k) = \left\{ \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} \left(g_i(\bar{\mathbf{x}}_k + h\bar{\mathbf{S}}_{x,j}, \bar{w}_k) + g_i(\bar{\mathbf{x}}_k - h\bar{\mathbf{S}}_{x,j}, \bar{w}_k) - 2g_i(\bar{\mathbf{x}}_k) \right) \right\} \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_{yw}^{(2)}(k) = \left\{ \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h^2} \left(g_i(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{w}_k + h\mathbf{S}_{w,j}) + g_i(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{w}_k - h\mathbf{S}_{w,j}) \right) \right\} \quad (17)$$

$$g_i(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{w}_k - h\mathbf{S}_{w,j}) - 2g_i(\bar{\mathbf{x}}_k) \right\} \circ \quad (17)$$

3) 验前状态均值和方差二阶估计。

根据函数均值推导过程,可得验前状态均值的二阶估计

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{k+1} &= \frac{h^2 - n_x - n_v}{h^2} f(\hat{\mathbf{x}}_k, u_k, \bar{v}_k) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_x} [f(\hat{\mathbf{x}}_k + h\hat{\mathbf{S}}_{x,p}, u_k, \bar{v}_k) + f(\hat{\mathbf{x}}_k - h\hat{\mathbf{S}}_{x,p}, u_k, \bar{v}_k)] + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_v} [f(\hat{\mathbf{x}}_k + h\mathbf{S}_{v,p}, u_k, \bar{v}_k) + f(\hat{\mathbf{x}}_k - h\mathbf{S}_{v,p}, u_k, \bar{v}_k)] \end{aligned} \quad (18)$$

根据式(7)中函数方差的估计结果,并应用式(10)、式(11)、式(14)、式(15)可得验前状态方差的二阶估计为

$$\bar{\mathbf{P}}(k+1) = \bar{\mathbf{S}}_x(k+1) \bar{\mathbf{S}}_x^T(k+1) \quad (19)$$

式中, $\bar{\mathbf{S}}_x(k+1) = [\mathbf{S}_{xx}^{(1)}(k) \quad \mathbf{S}_{xv}^{(1)}(k) \quad \mathbf{S}_{yx}^{(1)}(k) \quad \mathbf{S}_{yw}^{(2)}(k)]$ 。

4) 验后状态增益阵和状态估计。

根据式(6)计算输出向量的均值为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}_k &= \frac{h^2 - n_x - n_w}{h^2} g(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{w}_k) + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_x} [g(\bar{\mathbf{x}}_k + h\bar{\mathbf{S}}_{x,p}, \bar{w}_k) + g(\bar{\mathbf{x}}_k - h\bar{\mathbf{S}}_{x,p}, \bar{w}_k)] + \frac{1}{2h^2} \sum_{p=1}^{n_w} [g(\bar{\mathbf{x}}_k + h\mathbf{S}_{w,p}, \bar{w}_k) + g(\bar{\mathbf{x}}_k - h\mathbf{S}_{w,p}, \bar{w}_k)] \end{aligned} \quad (20)$$

根据式(8)和式(12)计算状态向量和输出向量的协方差阵

$$\mathbf{P}_{xy}(k) = \bar{\mathbf{S}}_x(k) \bar{\mathbf{S}}_y^T(k) \quad (21)$$

根据式(7)、式(12)、式(13)、式(16)和式(17)可得输出向量方差阵为

$$\mathbf{P}_y(k) = \mathbf{S}_y(k) \mathbf{S}_y^T(k) \quad (22)$$

式中, $\mathbf{S}_y(k) = [\mathbf{S}_{yx}^{(1)}(k) \quad \mathbf{S}_{yw}^{(1)}(k) \quad \mathbf{S}_{yx}^{(2)}(k) \quad \mathbf{S}_{yw}^{(2)}(k)]$ 。

验后状态增益为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xy}(k) [\mathbf{S}_y(k) \mathbf{S}_y^T(k)]^{-1} \quad (23)$$

验后状态估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \bar{\mathbf{y}}_k) \quad (24)$$

5) 状态方差阵的修正。

$$\hat{\mathbf{P}}(k) = \bar{\mathbf{P}}(k) - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_y(k) \mathbf{K}_k^T = \hat{\mathbf{S}}_x(k) \hat{\mathbf{S}}_x^T(k) \quad (25)$$

式中, $\hat{\mathbf{S}}_x(k) = [\bar{\mathbf{S}}_x(k) \quad -\mathbf{K}_k \mathbf{S}_{yx}^{(1)}(k) \quad \mathbf{K}_k \mathbf{S}_{yw}^{(1)}(k) \quad \mathbf{K}_k \mathbf{S}_{yx}^{(2)}(k) \quad \mathbf{K}_k \mathbf{S}_{yw}^{(2)}(k)]$ 。

传统的 EKF 通过泰勒级数展开,取一阶近似的方法获得非线性函数的统计特性,当系统非线性较强或滤波周期较大时,截断误差增大,EKF 估计精度下降。采用 Stirling 多项式插值方法对非线性变换进行二阶

近似,显然可以获得更高的估计精度,并且滤波过程中估计误差方差阵始终保持对称正定,故具有较高的滤波稳定性。

3 仿真算例

为比较所研究算法的性能,对其进行计算机仿真,并将其结果同扩展 EKF 算法的仿真结果进行比较。仿真条件为:目标在 xy 平面内沿直线做匀速运动,起始位置为 $x_0 = 200 \text{ km}$, $y_0 = 10 \text{ km}$, 运动速度 $v_x = -400 \text{ m/s}$, $v_y = 0 \text{ m/s}$ 。目标辐射源的脉冲周期 $T_r = 1000 \mu\text{s}$ 。观测器对时差的测量误差服从零均值正态分布,均方差为 $\sigma_{\Delta T} = 20 \text{ ns}$, 对方位角的测量误差也服从零均值的正态分布,均方差为 $\sigma_\beta = 2 \text{ mrad}$ 。目标加速度的扰动噪声为 $w_{xk} = w_{yk} = 1 \text{ m/s}^2$, 在仿真时,假设目标起始距离和起始速度为 $r_0 = 150 \text{ km}$, $v_0 = -100 \text{ m/s}$, 图 2 以一组曲线来表示 DD2 和 EKF 这两种算法的仿真结果。

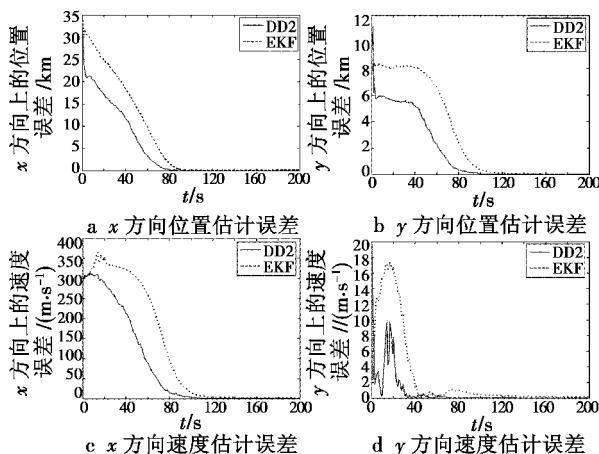


图 2 定位算法对目标位置和速度的估计

Fig. 2 The estimation to target location
and velocity by the algorithm

从仿真结果可知,在设定的测量误差条件下,以上两种算法均是收敛的,而且启动跟踪滤波器的初始距离设置对收敛性的影响不大,说明算法对假定的初始距离值是不敏感的。通过仿真曲线进行比较,DD2 算法的收敛性要优于 EKF 算法,仿真结果表明了 DD2 算法可以适用于观测噪声更加恶劣的情况。

4 结束语

与基于泰勒公式一阶近似的 EKF 无源定位算法

不同,插值法无源定位滤波算法采用了多维 Stirling 公式来近似二阶泰勒级数,而不必计算非线性函数的导数,其优势在于实现相对简单,适用范围更为广泛。仿真结果表明,该算法能够适用于单站无源定位这种噪声影响很大,且具有弱可观测性的非线性系统的状态估计,对噪声和初始条件不敏感,收敛速度和定位精度优于传统的 EKF 方法。

参 考 文 献

- [1] 孙仲康, 郭福成, 冯道旺. 单站无源定位跟踪技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008. (SUN Z K, GUO F C, FENG D W. Passive location and tracking technology by single observer [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [2] 李宗华, 冯道旺, 周一宇, 等. 一种固定单站对运动辐射源的无源定位跟踪算法 [J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(4): 27-30. (LI Z H, FENG D W, ZHOU Y Y, et al. An algorithm of the passive location and tracking for the moving emitter by a single fixed observer [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2003, 25(4): 27-30.)
- [3] 李炳荣, 丁善荣, 马强. 扩展卡尔曼滤波在无源定位中的应用研究 [J]. 中国电子科学研究院学报, 2011, 6(6): 622-625. (LI B R, DING S R, MA Q. Study of extended Kalman filter applied in passive location [J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2011, 6(6): 622-625.)
- [4] 于清津, 刘学. 基于平方根 UKF 的新型单站无源定位算法 [J]. 现代电子技术, 2012, 35(1): 132-134, 138. (YU Q J, LIU X. A single observer passive location algorithm based on square root UKF [J]. Modern Electronics Technique, 2012, 35(1): 132-134, 138.)
- [5] 鲍永平, 汪雷, 金慧琴, 等. 基于 UKF 算法的单站无源定位 [J]. 海军航空工程学院学报, 2011, 26(3): 287-290, 300. (BAO Y P, WANG L, JIN H Q, et al. Single observer passive location based on UKF algorithm [J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2011, 26(3): 287-290, 300.)
- [6] NORGAARD M, POULSEN N K, RAVN O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627-1638.

本刊国内邮发代号为 36-693 欢迎订阅