

基于SCKF算法的空间机动目标跟踪研究

林浩申，黄璜，刘刚，何兵
(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

摘要：针对空间机动目标快速跟踪问题,建立了考虑 J_2 项摄动和目标在线机动的系统状态模型和天基仅测角观测模型,通过对对比研究采用了一种平方根容积卡尔曼滤波方法进行目标跟踪。针对空间目标共面机动和异面机动等不同机动方式,研究了SCKF算法在不同机动方式下的跟踪性能。仿真结果表明,在机动能力相同的情况下,轨道面内的机动较轨道异面机动更容易使滤波器发散;通过4种机动方式比较研究,SCKF滤波器对轨道坐标系中横向机动最为敏感,而沿探测器与目标的视线方向机动最易被再次稳定跟踪。

关键词：机动目标；目标跟踪；共面机动；异面机动；容积卡尔曼滤波；仅测角

中图分类号：V412.4 文献标志码：A 文章编号：1671-637X(2015)03-0064-05

Tracking of Maneuvering Spatial Target Based on SCKF

LIN Hao-shen, HUANG Huang, LIU Gang, HE Bing
(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: The tracking of the maneuvering spatial target was studied. A maneuvering spatial target tracking model applying bearing-only measurements was proposed with consideration of the influence of J_2 perturbation and the system state model of the maneuvering target. The square-root version of the Cubature Kalman Filter (SCKF) was introduced for target tracking. According to the different maneuvering modes of the target, the estimation accuracy of SCKF under different way of maneuvering was analyzed through computer simulation. The simulation result show that when the maneuverability of target is the same, coplanar orbital maneuvering is more easily to make the filter diffuse than non-coplanar orbital maneuvering. Comparison of four maneuvering modes show that SCKF is most sensitive to transverse maneuvering, and the maneuvering along the path between detector and target is most likely to be tracked stably again.

Key words: maneuvering spatial target; target tracking; coplanar orbital maneuvering; non-coplanar orbital maneuvering; cubature Kalman filter; bearing-only measurement

0 引言

随着空间任务的日趋复杂和空间对抗形势的日益激烈,空间目标在线机动越来越常见。在空间目标监视领域,对目标机动后的快速准确跟踪和紧密定轨成为该领域的难点问题。

基于天基平台的被动定位和跟踪具有隐蔽性好、观测弧段长、探测距离远等优点^[1],近年来逐渐成为研究热点^[2-6],但是对于目标机动条件下基于天基平台的被动跟踪问题研究却较为少见。

空间机动目标被动定位跟踪是典型的非线性滤

波问题^[7]。目前常用的非线性滤波算法有扩展卡尔曼滤波(EKF)算法、无迹卡尔曼滤波(UKF)算法、容积卡尔曼滤波(CKF)算法和粒子卡尔曼滤波算法。由于粒子滤波的计算量随状态维数的增加呈指数增长,不适合对实时性要求较高的跟踪系统;EKF算法是通过取非线性函数的Taylor展开式一阶项,从而将非线性问题转化为线性问题,是对非线性函数本身的近似;UKF算法是用采样的方法近似非线性函数概率密度分布,即通过UT变换来逼近非线性函数的后验概率密度函数,得到非线性函数演化后的样本均值和方差,它们是真实均值和真实方差的近似^[8]。在目标不机动的情形下,EKF算法和UKF算法都能表现出满意的跟踪性能^[9]。但在目标机动时,容易出现滤波算法不稳定以及精度不高甚至发散的问题。

针对上述问题,本文建立了考虑 J_2 项摄动的天基

测角跟踪模型,研究了一种适用于机动目标被动跟踪的平方根容积卡尔曼滤波(SCKF)算法,分析了该算法在不同机动方式下的跟踪性能。

1 SCKF 算法

1.1 SCKF 算法

考虑如下非线性系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{x}_k 为系统在 k 时刻的状态值; \mathbf{z}_k 为量测量; $f(\cdot)$,
 $h(\cdot)$ 为状态和量测非线性函数; \mathbf{v}_{k-1} , \mathbf{w}_k 分别为系统噪
声和量测噪声,均为相互独立的高斯白噪声,方差分别
为 \mathbf{Q}_{k-1} , \mathbf{R}_k 。

CKF首先需要计算基本容积点及其权值,使用三
阶容积定理获得如下基本容积点及其权值^[10]

$$\xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_i, \omega_i = \frac{1}{m} \quad i=1,2,\dots,m \quad (2)$$

式中: $m=2n$, n 为系统状态维数;[1]表示对单位向量
 $\mathbf{e}=[1,0,\dots,0]^T$ 的元素全排列所产生的点集;[1]_i表
示点集中的第*i*个点。

SCKF采用误差协方差阵的平方根形式进行递推,
避免了矩阵分解运算,提高了滤波计算的数值稳定性。
已知在 $k-1$ 时刻的误差协方差的平方根为 $\mathbf{S}_{k-1|k-1}$,
并记 $\mathbf{S}=Tri(\mathbf{A})$ 表示对矩阵 \mathbf{A} 的QR分解,且 \mathbf{S} 为下
三角阵,则SCKF的计算流程如下所述。

时间更新包括以下几步。

1) 计算容积点($i=1,2,\dots,m$)

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \circ \quad (3)$$

2) 计算容积点经非线性状态方程传播后的值

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1}^* = f(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) \circ \quad (4)$$

3) 估计状态预测值

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k|k-1}^* \circ \quad (5)$$

4) 估计预测误差协方差阵的平方根

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = Tri(\mathbf{X}_{k|k-1}^* \mathbf{S}_{\mathbf{Q},k-1}) \circ \quad (6)$$

式中, $\mathbf{S}_{\mathbf{Q},k-1}$ 为过程噪声 \mathbf{Q}_{k-1} 的平方根,即 $\mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{S}_{\mathbf{Q},k-1} \mathbf{S}_{\mathbf{Q},k-1}^T$ 。
 $\mathbf{X}_{k|k-1}^*$ 算式为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k|k-1}^* &= \frac{1}{\sqrt{m}} [\mathbf{X}_{1,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \mathbf{X}_{2,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \dots \\ &\quad \mathbf{X}_{m,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \circ \end{aligned} \quad (7)$$

状态更新包括以下几步。

5) 计算容积点

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \circ \quad (8)$$

6) 计算容积点经量测非线性函数传播后的值

$$\mathbf{Z}_{i,k|k-1} = h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) \circ \quad (9)$$

7) 计算量测预测值

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \circ \quad (10)$$

8) 计算新息协方差阵的平方根

$$\mathbf{S}_{z,z,k|k-1} = Tri([\mathbf{Z}_{k|k-1}^* \mathbf{S}_{R,k}]) \circ \quad (11)$$

式中, $\mathbf{R}_k = \mathbf{S}_{R,k} \mathbf{S}_{R,k}^T$ 。 $\mathbf{Z}_{k|k-1}^*$ 算式为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{k|k-1}^* &= \frac{1}{\sqrt{m}} [\mathbf{Z}_{1,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \quad \mathbf{Z}_{2,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \quad \dots \\ &\quad \mathbf{Z}_{m,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}] \circ \end{aligned} \quad (12)$$

9) 计算互协方差阵

$$\mathbf{P}_{z,x,k|k-1} = \mathbf{X}_{k|k-1} \mathbf{Z}_{k|k-1}^{*T} \quad (13)$$

式中,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k|k-1} &= \frac{1}{\sqrt{m}} [\mathbf{X}_{1,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \mathbf{X}_{2,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad \dots \\ &\quad \mathbf{X}_{m,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \circ \end{aligned} \quad (14)$$

10) 计算 Kalman 增益

$$\mathbf{W}_k = \left(\frac{\mathbf{P}_{z,x,k|k-1}}{\mathbf{S}_{z,z,k|k-1}^T} \right) / \mathbf{S}_{z,z,k|k-1} \circ \quad (15)$$

11) 状态与误差协方差阵更新

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_{k|k} = Tri([\mathbf{X}_{k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{Z}_{k|k-1}^* \quad \mathbf{W}_k \mathbf{S}_{R,k}]) \circ \quad (17)$$

1.2 SCKF 算法的实现

1) 初始话 $\mathbf{x}_{0|0}$ 和 $\mathbf{P}_{0|0}$,并对 $\mathbf{P}_{0|0}$ 进行分解
 $\mathbf{P}_{0|0} = \mathbf{S}_{0|0} \mathbf{S}_{0|0}^T$,当 $k \in (1, \dots, \infty)$,执行2)~4)。

2) 时间更新。通过式(3)~式(7)计算状态预测
值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和预测误差协方差阵的平方根 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 。

3) 状态更新。由式(8)~式(12)分别计算量测
预测值 $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$ 和新息协方差的平方根 $\mathbf{S}_{z,z,k|k-1}$ 。这里值得
注意的是,由于量测值是在观测站质心轨道坐标系
中得到的,而状态量是在J2000.0惯性系下的,需要进
行坐标转换。

4) 滤波值及误差协方差阵更新。通过式(13)~式
(17)分别计算滤波值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 和误差协方差阵 $\mathbf{S}_{k|k}$ 。

2 基于天基测角的空间目标被动跟踪模型

2.1 状态模型

考虑低轨的空间目标绕地球做无摄的二体运动。
在J2000.0坐标系中,选取目标的位置 $\mathbf{r}_T = [x \ y \ z]^T$
和速度 $\dot{\mathbf{r}}_T = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ 为状态变量 $X = [\mathbf{r}_T \ \dot{\mathbf{r}}_T]^T$ 。

根据二体运动规律,目标的运动方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \quad (18)$$

式中: μ 为地球引力常数; $|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$,表示卫星
到地心的距离。

卫星的状态微分方程可表示为

$$\dot{X} = F(X(t)) = [\dot{\mathbf{r}}_T \ \ddot{\mathbf{r}}_T]^T \quad (19)$$

对上式离散化,可得到

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{X}(k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} F(\mathbf{X}(t)) dt \quad (20)$$

式中,

$$F(\mathbf{X}(t)) = F(\mathbf{X}(k)) + A(\mathbf{X}(k))F(\mathbf{X}(k))(t - t_k) \quad (21)$$

将状态值代入式(20)可得到状态预测方程

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1|k) = \hat{\mathbf{X}}(k|k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} F(\hat{\mathbf{X}}(t)) dt \quad (22)$$

2.2 观测模型

假设高轨的观测卫星可通过光学手段获取空间目标的角度信息。目标在观测卫星轨道坐标系下测得的俯仰角 β_k 和方位角 δ_k 定义如下

$$\begin{cases} \beta_k = \arctan \frac{\varphi_y}{\varphi_z} \\ \delta_k = \arctan \frac{\varphi_z}{\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}} \end{cases} \quad (23)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_x \ \varphi_y \ \varphi_z]^T$, 表示目标卫星在观测卫星质心轨道坐标系下的坐标。状态量是在 J2000.0 坐标系下的,两者需要相互转换,坐标转换公式为

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{G}^T (\mathbf{r}_T - \mathbf{r}_0) \quad (24)$$

式中:下标 T,O 分别表示目标卫星与观测卫星; \mathbf{G} 为坐标转换矩阵,其具体形式可见文献[1]。

定义观测量 $\mathbf{Z}(k) = [\beta_k \ \varphi_k]^T$, 则观测方程可表示为

$$\mathbf{Z}(k) = H(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{n}_k \quad (25)$$

式中: $\mathbf{n}_k = [n_{\beta_k} \ n_{\varphi_k}]^T$, 为观测噪声; $H(\cdot)$ 表示量测非线性函数。

2.3 考虑地球非球形 J_2 项摄动的跟踪模型

由于空间环境复杂,空间目标在轨运动时会受到各种外力的作用,所以仅在二体问题下考虑卫星的定位跟踪问题显然不合实际。在空间目标受到的各种外力中,来自地球非球形引力摄动为最主要的摄动力,特别是对于低轨目标尤为明显。因此,在对卫星目标的跟踪中, J_2 项摄动是需要首先考虑的影响因素。

考虑 J_2 项摄动,空间目标的状态微分方程表示为

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3}x \left[1 - J_2 \left(\frac{R_e}{|\mathbf{r}|} \right)^2 \left(7.5 \frac{z^2}{|\mathbf{r}|^2} - 1.5 \right) \right] \\ \ddot{y} = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3}y \left[1 - J_2 \left(\frac{R_e}{|\mathbf{r}|} \right)^2 \left(7.5 \frac{z^2}{|\mathbf{r}|^2} - 1.5 \right) \right] \\ \ddot{z} = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3}z \left[1 - J_2 \left(\frac{R_e}{|\mathbf{r}|} \right)^2 \left(7.5 \frac{z^2}{|\mathbf{r}|^2} - 4.5 \right) \right] \end{cases} \quad (26)$$

由于观测量的获取与是否考虑摄动无关,因此在 J_2 项摄动下的观测模型与二体问题下相同。由于模型包含 J_2 高阶项,经过线性化处理的状态预测方程式(21)会带来较大的截断误差,同时需要计算雅克比矩阵,因

此本文采用四阶-龙格库塔积分方法代替传统的离散化处理。

龙格库塔方法是最常用的单步数值积分方法(简称 RK),下面给出常用的四阶 RK 方法的公式

$$\begin{cases} r_{m+1} = r_m + \frac{h}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 = f(t_m, r_m) \\ K_2 = f\left(t_m + \frac{h}{2}, r_m + \frac{h}{2}K_1\right) \\ K_3 = f\left(t_m + \frac{h}{2}, r_m + \frac{h}{2}K_2\right) \\ K_4 = f(t_m + h, r_m + hK_3) \end{cases} \quad (27)$$

2.4 考虑目标机动的跟踪模型

轨道机动是指航天器在控制系统作用下,依靠其动力装置,改变飞行轨道的过程。按照推力的持续时间,轨道机动可以分为脉冲式机动和连续式机动两种形式^[11]。本文仅考虑脉冲式机动,即发动机在非常短暂的时间内产生推力,使卫星获得脉冲速度,认为速度变化是在一瞬间完成的,即将推力处理成瞬时的速度变化 Δv 。

在目标机动的时刻,认为目标的运动状态模型不变,仅考虑速度改变量而忽略位置改变量。

$$\begin{cases} x_k = x_k \\ y_k = y_k \\ z_k = z_k \\ \dot{x}_k = \dot{x}_k + \Delta v_x \\ \dot{y}_k = \dot{y}_k + \Delta v_y \\ \dot{z}_k = \dot{z}_k + \Delta v_z \end{cases} \quad (28)$$

式中, $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z$ 为目标卫星质心轨道坐标系内沿坐标轴方向的速度增量。

3 仿真结果及分析

假定观测卫星通过测角的方式对低轨的空间目标进行跟踪。设高轨的观测卫星轨道根数为:(10 508.1, 0.000 577 8, 63.244 7, 231.733 5, 144.160 8, 0), 分别表示半长轴(km)、偏心率、轨道倾角(°)、升交点赤经(°)、近地点幅角(°)、过近地点时刻(s), 空间目标轨道根数为:(6 708.9, 0.000 490 3, 42.782 6, 66.624 8, 315.370 6, 0)。仿真数据由 Matlab 根据龙格库塔转阿达姆斯积分方法得到。

设定位置初始误差为 $[100 \ 100 \ 100]^T$, 单位为 km; 速度初始误差设置为 $[0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$, 单位为 km/s, 系统噪声与量测噪声相互独立, 均为高斯白噪声, 对先验量测噪声取为 $R_k = [0.1^2 \ 0.1^2]^T$, 单位为 mrad。仿真时间为 5 000 s, 采样周期 $T=1$ s, 状态预测

方程龙格库塔积分步长0.2 s,对SCKF运行100次蒙特卡罗仿真。

3.1 非机动目标

图1为在一次独立的实验中,空间目标与观测卫星跟踪图。图2、图3分别为位置和速度的均方根误差(RMSE)。

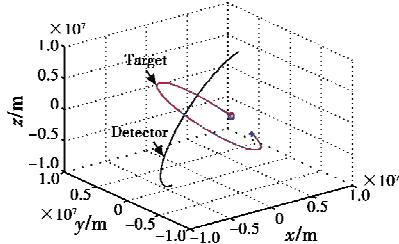


图1 观测卫星与空间目标跟踪图

Fig. 1 Spatial target tracking

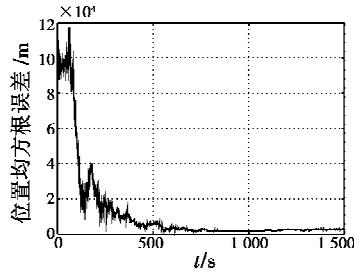


图2 位置均方根误差

Fig. 2 RMSE of position

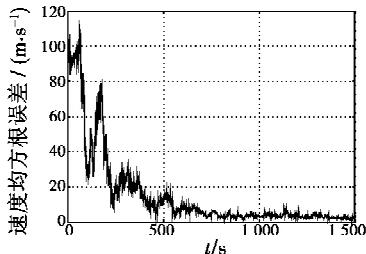


图3 速度均方根误差

Fig. 3 RMSE of velocity

当位置均方根误差连续10次小于500 m,速度均方根误差连续10次小于10 m/s时,认为探测器已经稳定跟踪上目标卫星。由图2、图3可以看出,在目标卫星不机动的情形下,探测器能在600 s内稳定跟踪目标。

3.2 机动目标

速度增量 Δv 会使轨道六要素产生瞬时变化,从而达到不同的轨道机动目的。

$$[\Delta a, \Delta e, \Delta i, \Delta \Omega, \Delta w, \Delta u]^T = A^T [\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z]^T \quad (29)$$

式中: Δv 为目标轨道坐标系内的速度增量;在轨道坐标系中, x 轴由地心指向空间目标,称为径向; y 轴指向目标速度方向,称为横向; z 轴与瞬时轨道平面的法线平行,称为法向^[11]; A 为转移矩阵,其具体形式见文献[11]。

本文分别针对4种特殊的机动方式进行仿真,来

观察SCKF对不同机动方式的跟踪性能。

假设目标在2 000 s时进行脉冲式轨道机动,分别考虑如下4种机动方式的仿真场景:

场景1 目标仅沿径向机动实现轨道在轨道面内不同程度的提升和下降,即

$$\Delta v_x \in (-100, 100), \quad \Delta v_y = 0, \quad \Delta v_z = 0. \quad (30)$$

场景2 目标仅沿横向机动实现轨道在轨道面内不同程度的提升和下降,即

$$\Delta v_x = 0, \quad \Delta v_y \in (-100, 100), \quad \Delta v_z = 0. \quad (31)$$

场景3 目标仅沿法向机动实现轨道面的变化而轨道形状大小不发生改变,即

$$\Delta v_x = 0, \quad \Delta v_y = 0, \quad \Delta v_z \in (-100, 100). \quad (32)$$

场景4 目标沿探测器与目标的视线方向(e 方向)进行机动,即

$$\Delta V = (\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z) = k e_r, \quad k \in (-100, 100) \quad (33)$$

式中, e_r 表示沿 e 方向的单位向量。

在上述4种仿真场景中,当机动速度增量为100 m/s时,即 $|\Delta V| = 100$ 时,位置均方根误差如图4所示。

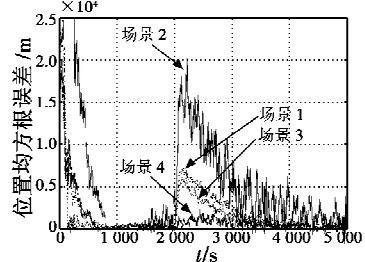


图4 4种仿真情景位置均方根误差

Fig. 4 Position RMSE under four modes

图4表明2 000 s时目标发生机动造成滤波器的发散,但在3 500 s后滤波器能再次收敛,证明基于SCKF算法的天基测角跟踪方法能够实现对空间机动目标的跟踪,但收敛耗时较长,算法有待进一步改进。

为了研究机动方式对滤波器的具体影响,将4种机动方式导致滤波器发散的最大位置均方根误差进行比较,如表1所示。

表1 4种仿真情景位置均方根误差比较

Table 1 Position RMSE under four modes km

	场景1	场景2	场景3	场景4
位置均方根误差	0.70	2.01	0.68	0.22

通过图4和表1可以看出,在机动能力相同情况下,沿横向机动的方式最易导致滤波器发散,而沿 e 方向机动的方式对滤波器影响最小。同时,场景1与场景2都属于轨道面内的机动,而场景3与场景4属于异面机动,可以看出,目标实现轨道面内的机动较轨道异面机动更容易使滤波器发散。

当机动能力不固定时,本文比较了目标卫星在不同方向上进行减速机动和加速机动的不同情形,比较滤波器发散后再次收敛所耗时间如图5所示。

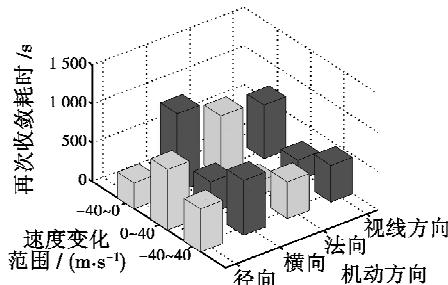


图5 目标各机动方式收敛时间对比

Fig. 5 Time for convergence under 4 modes

通过对仿真结果的分析,得出结论:若目标沿径向机动,加速提升轨道的机动方式对跟踪效果的影响明显高于减速降低轨道的机动方式,但当目标沿横向、法向以及 e 方向机动时,减速方式使得滤波器发散程度更严重,滤波器再次收敛耗时更长。

再横向比较4种机动方式的影响可以看出,目标卫星沿法向加速改变轨道面时,滤波器再次收敛平均耗时最短,而目标横向减速降低轨道时,滤波器再次收敛平均耗时最长。

通过比较4种机动方式的再次收敛平均耗时可以看出,滤波器对横向的机动最敏感,径向和法向次之,而沿 e 方向机动的目标最容易被探测卫星再次稳定跟踪。

4 小结

针对卫星被动定位中目标进行机动的问题,比较了轨道面内提升轨道和改变轨道面等4种特殊机动方式对SCKF滤波器的影响。

仿真结果表明:1)在机动能力相同情况下,轨道面内的机动较轨道异面机动更容易使滤波器发散;2)通过4种机动方式比较研究,SCKF滤波器对横向机动最为敏感,而沿 e 方向的机动最易被再次稳定跟踪。

当改变目标机动时刻时,仿真结果会发生较大的变化,说明卫星机动对滤波器的影响大小受探测器和目标卫星之间的空间构型影响,但二者之间的空间构型是时变的,不同空间构型下机动方式对滤波器造成影响的具体规律还有待进一步研究。

参考文献

- [1] 李强. 单星对卫星目标的被动定轨与跟踪关键技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2007. (LI Q. Research

of single satellite to satellite passive orbit determination and tracking method [D]. Changsha:National University of Defense Technology, 2007.)

- [2] SONG T L, SPEYER J L. A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1985, 30(10):940-949.
- [3] 李强,郭福成,周一宇.单星对卫星的仅测角被动定轨跟踪方法研究[J].国防科技大学学报,2007,29(2):70-75. (LI Q, GUO F C, ZHOU Y Y. Research of satellite-to-satellite passive locating and tracking with bearings-only measurements[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2007, 29(2):70-75.)
- [4] WEBSTER R J. An exact trajectory solution from Doppler shift measurement[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1982, 18(2):249-252.
- [5] 李强,郭福成,周一宇.基于角度和频率信息的卫星被动定轨方法[J].系统工程与电子技术,2007,29(3):354-357. (LI Q, GUO F C, ZHOU Y Y. Research of passive tracking satellite by single satellite using bearings and frequency measurements[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(3):354-357.)
- [6] 郭福成,樊均.空间信息对抗中的单星对卫星无源定位跟踪方法[J].宇航学报,2005,26(2):196-200. (GUO F C, FAN J. Research of satellite tracking by single satellite using bearings-only measurement[J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(2):196-200.)
- [7] LI X R, JILKOV V P. A survey of maneuvering target tracking-part II:Ballistic target models[C]//Proceedings of SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Target, San Diego:SPIE Press, 2001:1-23.
- [8] 李恒年.卫星机动轨道确定[M].北京:国防工业出版社,2013. (LI H N. Orbit determination for maneuvering satellite[M]. Beijing:National Defense Industry Press, 2013.)
- [9] 涂文斌.空间机动目标跟踪方法研究[D].上海:上海交通大学,2012. (TU W B. Research on tracking of maneuvering spatial target [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012.)
- [10] ARASARATAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6):1254-1269.
- [11] 王志刚.远程火箭与卫星轨道力学基础.[M].西安:西北工业大学出版社,2006. (WANG Z G. A long-range rocket and satellite orbital mechanics[M]. Xi'an: Northwest Polytechnical University Press, 2006.)