

doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2015.12.015

基于 M 估计卡尔曼滤波的 GPS 校频系统频差处理方法研究

宁玉磊, 胡昌华, 李红增, 周志杰
(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

摘要: 在采用 GPS 卫星信号驯服地面晶振方法设计的频率源中, GPS 与晶振的频率差信号存在噪声干扰。利用标准卡尔曼滤波算法直接对频率差信号进行滤波处理, 信号噪声中的野值会影响滤波精度。提出一种基于最小和函数估计卡尔曼滤波方法, 通过该 M 估计的影响函数导出加权矩阵, 判别频差信号是否为野值, 进而对滤波新息进行修正。在某 GPS 校频系统中的应用表明, 野值对滤波精度的影响得到有效抑制, 系统输出频率准确度优于 5.0×10^{-12} 。

关键词: 卡尔曼滤波; M 估计; GPS 校频

中图分类号: V271.4; TM935 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2015)12-0072-04

M-Estimation Kalman Filter Based Frequency Deviation Processing for GPS Frequency Calibration

NING Yu-lei, HU Chang-hua, LI Hong-zeng, ZHOU Zhi-jie
(The Second Artillery University, Xi'an 710025, China)

Abstract: In frequency source designed by using GPS satellite signals to tame the ground crystal oscillator, there is interference noise in frequency deviation between GPS and crystal oscillator. If using Kalman filter to process the frequency deviation directly, outliers in the signal noise will influence the accuracy of filtering. In this paper, a Kalman filter algorithm based on minimum sum function estimation was proposed, which used the weighing matrix derived by influence function of M-estimation to judge whether the frequency deviation has outlier, thus to correct it for new filter information. The method has been used for some frequency calibration systems. The results show that the influence of outliers on the filtering accuracy can be effectively suppressed, and the output frequency accuracy is higher than 5.0×10^{-12} .

Key words: Kalman filter; M-estimation; GPS frequency calibration

1 卫星驯服地面晶振的原理

随着电子和信息技术的发展, 测控、电力、通信等多个领域越来越需要高精度时间频率基准源。氢、铯原子钟等频率源精度非常高, 但价格昂贵, 难以普及^[1-2]。铷钟、晶振等频率源价格相对较低, 但精度只能满足普通需求。当前卫星导航系统的应用越来越普遍, 采用卫星信号驯服地面晶振的方法可获得高数量级的时间频率源, 成本低、精度高, 已获得广泛应用^[3-4]。

卫星驯服地面晶振的基本原理是将 GPS 接收机接收产生的 1 pps 信号与地面晶振分频后信号进行对比, 获得相对频差, 再将频差转换成控制修正电压, 不

断调节晶振振荡频率, 最终实现地面晶振高准确度和高稳定度的频率输出^[5]。基本原理如图 1 所示。

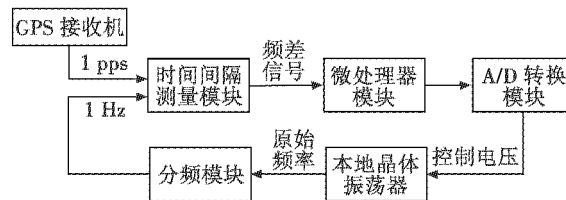


图 1 GPS 驯服地面晶振原理图

Fig. 1 Schematic diagram of GPS taming crystal oscillator

在卫星信号驯服地面晶振过程中, GPS 信号受到各种噪声干扰影响会产生随机抖动, 地面晶振输出信号受温度、老化等因素影响会带有随机误差和累计误差, 同时在测量过程中还会引入噪声误差^[6], 这都会影响所测频差信号的精确度。如果用该频差信号直接校准地面晶振振荡频率, 实验表明系统最好只能达到 10^{-8} 的频率稳定度。为此, 必须处理频差信号中的噪声干扰。

收稿日期: 2014-12-30

修回日期: 2015-03-11

基金项目: 国家杰出青年基金(61025014); 国家自然科学基金(61370031)

作者简介: 宁玉磊(1989—), 男, 山东聊城人, 硕士生, 研究方向为故障预测。

2 频差信号数学模型

在测得的频差信号中,具体包含以下几种噪声干扰:GPS 引入误差、本地晶振抖动误差和累计误差、高精度时间间隔测量误差和噪声等。其中 GPS 引入误差包括:1) 与 GPS 卫星相关的误差即卫星时钟误差、星历误差;2) 与传播路径相关的误差即电离层的附加延时误差、对流层的附加延时误差、多路径误差;3) 接收机本身的误差,这些随机误差使 GPS 秒信号产生最大为 100 ns 的随机抖动,对系统校准精度影响最大^[7]。高精度时间间隔测量误差和噪声可通过采用更高精度的电路和测试方法来改进,对系统影响较小^[8]。本地晶振瞬时抖动误差最大为 0.01 ns,远小于 100 ns,基本可忽略不计,累积误差由晶振自身老化因素造成,可通过相应计算进行补偿。

通常,GPS 接收机输出秒脉冲的误差 ε 服从正态分布^[7,9]: $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$,对于不同档次的 GPS 接收机, σ 数值大小不同,如 GARMIN GPS 25/20 为 1 μs ,而 Motorola VPONCORE 则为 50 ns。

由于地面晶振的随机误差远小于 GPS 秒脉冲的随机误差(如精度为 10^{-9} s 的晶振随机误差小于 1 ns),在此不考虑晶振分频信号的随机误差,仅考虑晶振的累积误差^[10]。晶振分频信号的误差 μ_k 可表示为

$$\mu_k = a + bk \quad k \in \mathbf{N} \quad (1)$$

式中: a 为第 0 时刻晶振信号与国际标准时间的初始偏差; b 为时间间隔偏差系数。那么晶振分频信号与 GPS 秒脉冲之间的频差信号数学模型为

$$x_k = \mu_k - \varepsilon = a + bk - \varepsilon \quad k \in \mathbf{N} \quad (2)$$

式中,参数 a, b 可用最小二乘法估计得出,估计值分别为

$$\hat{b} = \frac{\sum_{k=1}^n (k - \bar{k})(x_k - \bar{x})}{\sum_{k=1}^n (k - \bar{k})^2} \quad (3)$$

$$\hat{a} = \bar{x} - \hat{b}\bar{k} \quad (4)$$

式中, \bar{k}, \bar{x} 分别为时间序列 K 及偏差序列 X 的平均值。

3 卡尔曼滤波算法实现

频率漂移是晶振的固有特性,对于晶振时间偏差系数 b ,可利用先前观测值估计得出,在滤波过程中认为参数 b 已知,频差噪声问题可以运用卡尔曼滤波算法来解决。卡尔曼滤波适合解决最优线性滤波和估计问题,它以最小均方误差为准则,仅根据前一次估计值和最近一次观测数据就可估计信号的当前值,适用于实时处理^[11]。

在本系统中,一维状态向量 X_k 表示第 k 时刻的频

差真值。观测向量 Z_k 是测得包含噪声的频差值(即真实值加上观测噪声),那么由频差噪声模型式(3)推导可得状态方程为

$$X_k = AX_{k-1} + b + W_{k-1} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

观测方程为

$$Z_k = HX_k + V_k \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

式中:状态转移矩阵 $A = [1]$;观测矩阵 $H = [1]$; W_k 为系统噪声, V_k 为观测噪声,两者分别具有零均值和已知协方差阵 Q_k, R_k 。

卡尔曼滤波过程如下所述。首先按照

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q_k \quad (7)$$

计算向前推算误差协方差 P_k^- 。其次,计算卡尔曼增益为

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (8)$$

再次,根据

$$\hat{X}_k^- = A\hat{X}_{k-1} + b \quad (9)$$

计算向前推算状态变量 \hat{X}_k^- 。由观测变量 Z_k 更新估计值 \hat{X}_k ,即

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k(Z_k - H_k \hat{X}_k^-) \quad (10)$$

最后,更新误差协方差

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (11)$$

一次完整的卡尔曼滤波完成。其中, \hat{X}_k^- 为 k 时刻的先验状态估计, \hat{X}_{k-1} 为 $k-1$ 时刻的后验状态估计, P_k^- 为 k 时刻的先验估计误差的协方差。

实际中需给定频差初值 X_0 和估计误差协方差矩阵初值 P_0 ,其中, X_0 可通过对一系列观察数据平均计算得到。 P_0 初值取为

$$P_0 = E[(X(0) - X_0)(X(0) - X_0)^T] = \text{var}(X(0)) \quad (12)$$

模型噪声协方差阵 Q_k 和观测噪声协方差矩阵 R_k 采用经验估计^[12-15]。其中, $R_k = [1]$, Q_k 按照使滤波效果最优的原则由实验确定。

本实验连续两次频差测量间隔为 10 s,针对某 GPS 校准系统采集的频差信号,计算出了晶振时间偏差系数 b ,并将经过误差补偿后的频差信号(图 2 所示)作为滤波初始信号。

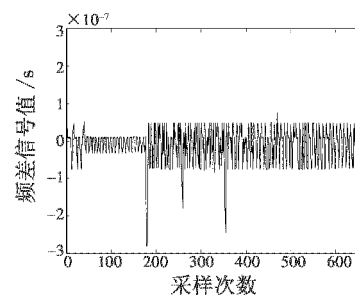


图 2 卡尔曼滤波前的频差信号

Fig. 2 The frequency deviation signal before Kalman filtering

对经过补偿的频差信号进行卡尔曼滤波,波形如图3所示。

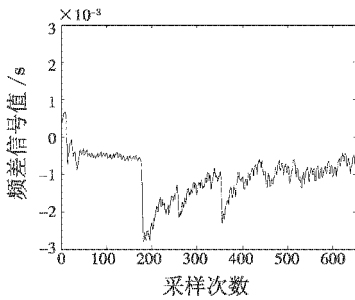


图3 卡尔曼滤波后的频差信号

Fig.3 The frequency deviation signal after Kalman filtering

图2为系统直接测得的频率差信号的波形图,可看出该频率差信号的随机抖动很大,在 ± 100 ns以内,图3为经过卡尔曼滤波后的频率差信号波形图,抖动已被减小到 ± 5 ns以内,但图3的曲线在1500~3500 s之间有较大波动,是因为频差信号在此时存在野值,这说明频率差信号中的野值对滤波效果影响较大,甚至可能会造成卡尔曼滤波的发散。

4 基于M估计的卡尔曼滤波

在GPS秒信号受噪声干扰影响较大时,系统频差信号会产生野值,若不剔除会导致滤波估计值出现很大偏差,甚至使滤波系统发散,影响系统锁定精度。利用卡尔曼滤波算法对此进行处理,效果不好,为此需要对滤波算法进行改进^[16-18]。

新息是观测值与预测值之差,由式(10)可知,野值就是通过影响新息进而对滤波产生影响的,当观测值存在野值时,野值的影响以卡尔曼增益 K 的倍数叠加到状态估计上,使估计产生较大偏差。那么可以利用M估计原理,对包含野值的新息进行加权修正来确保滤波精度。

新息和新息方差表达式为

$$e_k = Z_k - H_k \hat{X}_k^- \quad (13)$$

$$c_k = H_k P_k^- H_k^T + R_k \quad (14)$$

M估计是基于最小二乘估计发展起来的一种抗野值估计方法。对于式(6)表示的测量模型,M估计的准则是使

$$\sum_{i=1}^n f(Z_{ki} - h_i X_k) = \sum_{i=1}^n f(e_{ki}) \quad (15)$$

取最小时得到的估计量为最优线性无偏估计^[19-20]。式中: $f(\cdot)$ 为一个适当选择的凸标量函数; n 表示观测向量维数; Z_{ki} 表示在 k 时刻观测向量中第 i 个元素; h_i 代表观测矩阵 H 的第 i 行。

式(13)对被估量 X_k 求导,并使之等于零,得

$$\sum_{i=1}^n \varphi[Z(k)_i - h_i X(k)] h_{ij} = \sum_{i=1}^n \varphi[e(k)_i] h_{ij} = 0 \quad (16)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m$$

此式即为M估计器。函数 $f(\cdot)$ 是非负偶函数, $\varphi(e)$ 是 $f(e)$ 的导数,由于它描述了测量误差对解的影响,称其为影响函数。引入函数 $D(e_i) = \varphi(e_i)/e_i$,则式(16)可写为 $\sum_{i=1}^n h_{ij} e_i D(e_i) = 0$,写成矩阵形式 $H^T D(e) e = 0$,其中, $D(e) = \text{diag}(D(e_1) \ D(e_2) \ \dots \ D(e_n))$ 。

由于野值是通过新息对滤波精度产生影响,那么在出现野值时可根据M估计理论,用矩阵 D 作为新息的加权矩阵,来消除野值对系统滤波的影响,即得到

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k D(e_k) e_k \quad (17)$$

式中,M估计权因子矩阵 D ,可由文献[19]中所述的一种影响函数选取方法IGG法确定,原则是对小误差的观测数据不完全排除,仅限制其有害影响;对误差较大的观测数据则直接剔除,不再作为有效的观测值。在本GPS校频系统中,根据频差信号噪声的统计特性,设定门限值为 6×10^{-8} 和 1.0×10^{-7} ,即 D 取值为

$$D(e_i) = \begin{cases} 1 & |e_i| \leq 6 \times 10^{-8} \\ c/|e_i| & 6 \times 10^{-8} < |e_i| \leq 1.0 \times 10^{-7} \\ 0 & |e_i| > 1.0 \times 10^{-7} \end{cases} \quad (18)$$

式中, c 为选定的一个常数。对M估计卡尔曼滤波进行实验的效果如图4所示。

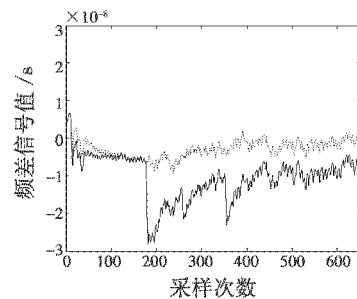


图4 M估计卡尔曼滤波与标准卡尔曼滤波对比

Fig.4 The results of M-estimate Kalman filtering and Kalman filtering

图4中,虚线为应用M估计卡尔曼滤波算法之后的波形,可看出在1500~3500 s之间的频差信号野值被有效抑制,信号抖动已被减小到 ± 7 ns以内。仿真结果表明,基于M估计的卡尔曼滤波算法对野值识别和剔除的效果明显优于未改进的卡尔曼滤波算法。

5 结束语

本文研究了GPS信号驯服地面晶振频率源中频差噪声干扰处理问题,建立了系统频率差数学模型,利用最小二乘法对晶振自身误差参数进行了预先估计。对于GPS秒信号抖动和测量噪声等误差,利用卡尔曼

滤波算法建立模型来滤除,并进行了仿真验证。针对频差信号中存在的野值,提出了基于 M 估计卡尔曼滤波算法,通过 M 估计影响函数导出加权矩阵,根据滤波新息判断频差信号是否为野值,进而对滤波新息进行加权修正,抑制野值影响,并给出了实验验证。通过比较表明,采用基于 M 估计的卡尔曼滤波算法,能够有效滤除频率差信号中包含的随机噪声和较大野值,使系统得到高精度的频差输出。

参考文献

- [1] 倪媛媛,胡永辉,何在民. 北斗卫星校准铷钟单元的设计与实现[J]. 数字通信世界,2012(12):60-63. (NI Y Y, HU Y H, HE Z M. The design and realization of frequency calibration for Rb clock based on BeiDou[J]. Digital Communication World, 2012(12):60-63.)
- [2] 党晓圆,单庆晓,肖昌炎,等. 基于 GPS 与北斗双模授时的压控晶振校频系统的研究与设计[J]. 计算机测量与控制,2009,17(11):2246-2248. (DANG X Y, SHAN Q X, XIAO C Y, et al. Research on voltage-controlled crystal oscillator calibration based on GPS & BD double time service[J]. Computer Measurement & Control, 2009, 17(11):2246-2248.)
- [3] 单庆晓,杨俊. 卫星驯服时钟系统的新进展[J]. 测试技术学报,2009,23(5):396-401. (SHAN Q X, YANG J. Review of satellite disciplined clock system[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2009, 23(5):396-401.)
- [4] LOMBARDI M A, NOVICK A N, ZHANG V S. Characterizing the performance of GPS disciplined oscillators with respect to UTC (NIST) [C]//Proceeding of the 2005 IEEE International Frequency Control Symposium, 2005: 677-684.
- [5] 范文晶. 基于 GPS 信号锁定二级频标技术的研究与实现[D]. 西安:西安电子科技大学,2010. (FAN W J. Research and realization of technology locked second-class frequency standards by GPS signal[D]. Xi'an: Xidian University, 2010.)
- [6] 杨旭海,翟惠生,胡永辉,等. 基于新校频算法的 GPS 可驯铷钟系统研究[J]. 仪器仪表学报,2005,26(1):41-44. (YANG X H, ZHAI H S, HU Y H, et al. Study on GPS disciplined Rb clock based on new frequency accuracy measurement algorithm[J]. Journal of Apparatus and Instrument, 2005, 26(1):41-44.)
- [7] 曾祥君,尹项根,LI K K,等. GPS 时钟在线监测与修正方法[J]. 中国电机工程学报,2002,22(12):41-46. (ZENG X J, YIN X G, LI K K, et al. Methods for monitoring and correcting GPS-clock [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(12):41-46.)
- [8] RILEY W J. Techniques for frequency stability analysis [DB/OL].(2003-05-04).http://wiley.com/Techniques.pdf.
- [9] MOSAVI M R. Use of accurate GPS timing based on radial basis probabilistic neural network in electric systems [C]//International Conference on Electrical and Control Engineering, 2010:2572-2575.
- [10] 曾祥君,尹项根,林干,等. 晶振信号同步 GPS 信号产生高精度时钟的方法及实现[J]. 电力系统自动化,2003,27(8):49-53. (ZENG X J, YIN X G, LIN G, et al. Clock of high accuracy implemented by crystal oscillator in synchronism with GPS-clock [J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(8):49-53.)
- [11] 赵宏伟,廉保旺,冯娟. 基于 Kalman 滤波的授时测量系统研究[J]. 计算机测量与控制,2009,17(8):1517-1519. (ZHAO H W, LIAN B W, FENG J. Research of timing measure system based on Kalman filter[J]. Computer Measurement & Control, 2009, 17(8):1517-1519.)
- [12] 孙江涛. 基于 GPS 的 1PPS 的二级频标驯服技术[D]. 西安:西安电子科技大学,2010. (SUN J T. The locked technique of second-class frequency standards by the 1PPS derived from GPS [D]. Xi'an: Xidian University, 2010.)
- [13] 张帆. 基于 GPS 的高稳信号源的设计与实现[D]. 武汉:中南民族大学,2013. (ZHANG F. Design and realization of high-stability signal source Based on GPS [D]. Wuhan: South-Central University for Nationalities, 2013.)
- [14] WEISS M, ZHANG V, NELSON L, et al. Delay variations in some GPS timing receivers [C]//Proceedings of the 1997 IEEE International Frequency Control Symposium, 1997:304-312.
- [15] 郭芳. 用 GPS 秒信号锁定高频振荡器的方法研究[J]. 时间频率学报,2004,27(12):94-102. (GUO F. A method to look the high frequency oscillator with GPS 1 pps signal [J]. Journal of Time and Frequency, 2004, 27(12):94-102.)
- [16] 张帆,卢峥. 自适应抗野值 Kalman 滤波[J]. 电机与控制学报,2007,11(2):88-90. (ZHANG F, LU Z. Robust Kalman filter for outliers suppression [J]. Electric Machines and Control, 2007, 11(2):88-90.)
- [17] DEERGA R K, SWAMY M N S, PLOTKIN E I. GPS navigation with increased immunity to modeling errors [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(1):2-11.