

基于灰色理论的惯性器件寿命预测

田颖, 汪立新, 李灿, 陈伟, 杨浩天

(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

摘要: 灰色理论是一种研究惯性器件退化规律, 并对其寿命进行预测的有效方法。为增强新信息价值, 用加权模型对非等时距 GM(1,1) 模型进行了改进; 针对离乱数据序列无法给出确切预测值的问题, 提出了灰色区间预测的新方法, 该方法同时利用数据整体趋势与极值点的信息, 克服了仅用极值点来提取边界函数的缺陷。建模前先检验参数序列的光滑比, 对满足准光滑条件的参数序列直接采用加权灰色模型建模, 否则进行灰色区间预测。实例证明, 直接建模时, 加权模型使预测精度由 2 级提升为 1 级, 灰色区间预测时, 实际值落在预测区间, 其上下边界预测的平均相对误差为 4.88%, 预测效果得到了显著提高。

关键词: 惯性器件; 寿命预测; 灰色模型; 加权; 光滑比

中图分类号: V240.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)11-0109-04

Inertial Device Lifetime Prediction Based on Grey Theory

TIAN Ying, WANG Li-xin, LI Can, CHEN Wei, YANG Hao-tian

(The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China)

Abstract: Grey theory is an effective method for studying the performance degradation law of inertia device and for predicting its lifetime. To enhance the value of new information, the non-equal interval GM (1, 1) model is improved with a weighted model. Considering that it is impossible to obtain an exact predictive value to chaotic data sequence, a new method of grey interval prediction is proposed, making use of the whole data trend together with extreme point information, which can overcome the shortage of extracting boundary function by only using the extreme point. Smooth ratio of the parameter sequence is examined firstly before modeling. The parameter sequence meeting the quasi-smooth condition is to be modeled directly with weighted grey model, and otherwise, grey interval prediction is performed. The example shows that: in direct modeling, the weighted model improves the prediction accuracy to level 1 from level 2; in grey interval prediction, the real value lies within the prediction interval, with the average relative error of its upper and lower boundary prediction being 4.88%, and the prediction effect is significantly improved.

Key words: inertial device; lifetime prediction; grey model; weight; smooth ratio

0 引言

惯性器件是航空、航天器的核心部件, 其性能直接决定和影响航空、航天器的性能。研究惯性器件的可靠性, 预测其寿命, 对于保持航空、航天器的性能及设备维护的决策具有重要意义^[1]。

当前, 机电产品的寿命预测主要有 3 类方法: 一是针对产品内部部件的失效机理进行分析; 二是加速试

验法; 三是参数外推法, 该方法基于历史资料的规律, 并将之延伸到未来从而获得预测结论, 研究历史参数的变化趋势, 又称为性能退化法。由于惯性器件结构精密、复杂, 内部失效是复杂的物理、化学过程, 且成本高、批量小, 并存在加速应力选取的难点, 使得失效机理分析法、加速试验法都受到很大的制约。数据驱动的参数外推法则是一条有效可行的途径。灰色理论基于历史数据, 其特点是擅长“少数据建模”及解决“小样本、贫信息”的不确定性问题, 不受非典型过程(如非平稳过程、非高斯过程和非白噪声过程等)的限制。只要原始数据列有 4 个以上数据, 就可通过生成变换来建立灰色模型, 具有较广的应用范围^[2]。

本文基于灰色理论, 对建模方法进行了改进, 针对

收稿日期: 2014-12-02

修回日期: 2015-03-19

基金项目: 总装探索研究项目(2010TC4303)

作者简介: 田颖(1991—), 男, 湖南怀化人, 土家族, 硕士生, 研究方向为惯性仪表及测试。

惯性器件历史性能参数选择合适的模型,并用实例对预测效果进行了检验。

1 灰色模型的建立

1.1 GM(1,1) 模型

设 $X^{(0)}$ 为非负原始参数序列

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(t_1), x^{(0)}(t_2), \dots, x^{(0)}(t_n)) \quad (1)$$

对应的监测时间点为 $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$, 时间间距为 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}, i = 2, \dots, n$ 。令 $\Delta t_1 = 1$ 。 $X^{(1)}$ 原始数据的一次累加序列

$$x^{(1)}(t_i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(t_k) \Delta t_k \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

对一次累加序列建立微分方程

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u \quad (3)$$

称该式为白化方程,对上式积分在 $[t_{i-1}, t_i]$ 上积分

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} dt + a \int_{t_{i-1}}^{t_i} x^{(1)}(t) dt = u \int_{t_{i-1}}^{t_i} dt \quad (4)$$

离散化得

$$x^{(0)}(t_i) \Delta t_i + az^{(1)}(t_i) = u \Delta t_i \quad (5)$$

称该式为灰色微分方程,其中

$$z^{(1)}(t_i) = 0.5x^{(1)}(t_i) + 0.5x^{(1)}(t_{i-1}) \quad (6)$$

为背景值。

利用最小二乘法估计参数值为

$$(\hat{a}, \hat{u})' = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (7)$$

$$\text{式中: } B = \begin{pmatrix} -z^{(1)}(t_2) & \Delta t_2 \\ -z^{(1)}(t_3) & \Delta t_3 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(t_n) & \Delta t_n \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} x^{(0)}(t_2) \Delta t_2 \\ x^{(0)}(t_3) \Delta t_3 \\ \vdots \\ x^{(0)}(t_n) \Delta t_n \end{pmatrix}$$

将估计值代入微分方程,则时间响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(t_i) = \left[x^{(1)}(t_1) - \frac{u}{a} \right] e^{-a(t_i - t_1)} + \frac{u}{a} \quad (8)$$

还原值

$$\hat{x}^{(0)}(t_i) = \frac{\hat{x}^{(1)}(t_i) - \hat{x}^{(1)}(t_{i-1})}{\Delta t_i} = \frac{1}{\Delta t_i} (1 - e^{a\Delta t_i}) \left[x^{(0)}(t_1) - \frac{u}{a} \right] e^{-a(t_i - t_1)} \quad (9)$$

式(9)可用于非等时距监测序列的建模^[3-4]。由建模的过程可知,当原数据为等时距序列,可设 $\Delta t_1 \sim \Delta t_i$ 均为 1, $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ 退化为 $k = (1, 2, \dots, n)$, 则模型退化为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(1)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

还原值

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) =$$

$$(1 - e^{-a}) \left[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} \quad (11)$$

即常见的 GM(1,1) 等时距基本模型。

1.2 加权 GM(1,1) 模型

灰色理论建模使用的累加操作,使老旧信息权重逐渐增大,最有价值的新信息权重越来越小,新息对未来作用的减小导致预测精度降低。采用加权最小二乘原理,可根据距离当前观测点远近赋予参数不同的权值,实现对新息的有效利用,这也符合灰色理论在处理时间序列时重视新息的原则^[5]。

利用加权最小二乘^[6],原估计值 $(\hat{a}, \hat{u})' = (B^T B)^{-1} \cdot B^T Y$ 变为 $(\hat{a}, \hat{u})' = (B^T Q B)^{-1} B^T Q Y$ 。其中

$$Q = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_{n-1}) \quad (12)$$

矩阵中对角元素为权值序列,本文采用一种基于时空距离的权值确定法^[4]

$$w_i = \exp(-(n-1-i)^2) \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (13)$$

可以发现最新数据的权值为 1, 距离当前时间点越远的数据权值越小。

2 建模与预测

2.1 光滑比检验

灰色预测基于对系统特征的认识,从而建立模型,对未来状态做出估计。GM(1,1) 模型基于一次累加后符合指数规律的假设,实际运用中,当原始数据满足准光滑特性时,建模预测会取得较好的精度,而非准光滑序列直接采用 GM(1,1) 建模,会产生较大的误差。所以本文在对数据建模之前,先检验数据的光滑性,对于满足条件的可以直接运用加权灰色模型进行预测,对于非光滑、离乱的数据,则采用灰色区间预测。

若序列 X 满足以下 3 个条件,则称 X 为准光滑序列:1)

$\frac{\rho(k+1)}{\rho(k)} < 1, k = 2, 3, \dots, n-1$; 2) $\rho(k) \in [0, \varepsilon], k = 3, 4, \dots, n$; 3) $\varepsilon < 0.5$ 。其中

$$\rho(k) = \frac{x(k)}{\sum_{i=1}^{k-1} x(i)} \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (14)$$

为序列的光滑比,显然序列中的数据变化越平稳,其光滑比 $\rho(k)$ 越小^[7]。

2.2 灰色区间预测

对准光滑序列可直接采用加权 GM(1,1) 模型进行预测,过程不再赘述。

由于许多惯性器件性能参数不具备准光滑的特性,直接采用灰色模型拟合并预测十分困难。事实上,对于非常离乱的原始数据(见图 1),使用任何模型都难以给出确切的预测值,这时,可以考虑给出参数未来值的一个区间,预测其变化的范围^[8-9]。区间预测是

通过分析原始数据上、下边界从而外推未来取值区间的方法。但由于数据极值点的个数较少,难以直接得到边界函数,并且直接通过极值点来建立上、下边界函数,存在较大的偶然误差。

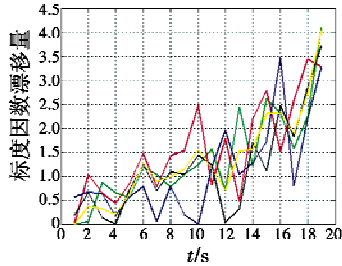


图 1 某 5 组加速度计标度因数漂移量

Fig. 1 Scale factors of five groups of accelerometers

本文提出一种区间预测方法,综合利用极值点与数据整体的趋势来求取上下边界函数。步骤如下所述。

1) 对已获得的数据建立灰色 GM(1,1)模型,提取数据的总体趋势项序列 $\hat{X}(k), k=1,2,\dots,n$ 。

2) 求取数据的极大值 $X_{\max}(k), k=1,2,\dots,n$ 和极小值 $X_{\min}(k), k=1,2,\dots,n$ 序列,对相邻极值点的间隙进行插值使之与原序列等维,插值序列为

$$\begin{cases} \tilde{X}([i+1:j-1]) = \frac{X_{\max}(i) - \hat{X}(i)}{2} + \frac{X_{\max}(j) - \hat{X}(j)}{2} + \hat{X}([i+1:j-1]) \\ \tilde{X}([i+1:j-1]) = \frac{X_{\min}(i) - \hat{X}(i)}{2} + \frac{X_{\min}(j) - \hat{X}(j)}{2} + \hat{X}([i+1:j-1]) \end{cases} \quad (15)$$

式中: $X_{\max}(i)$ 与 $X_{\max}(j), X_{\min}(i)$ 与 $X_{\min}(j)$ 为两相邻的极值点; $\hat{X}(i)$ 与 $\hat{X}(j)$ 为极值点所对应 GM(1,1)模型拟合得到的趋势项; $\hat{X}([i+1:j-1])$ 为相邻两极值点间隙对应的趋势项序列,插值个数为 $j-i-1$ 。即获得与数据总体相同趋势插值序列,其值的大小取临近两极值点的均值。

3) 对插值后的上下界序列进行等时距 GM(1,1)建模,外推得到预测序列,预测上下界之间的平面即为预测区间。

该方法充分挖掘了数据,同时利用了数据的整体趋势与“离乱”的上下边界点数据的信息,避免了个数很少的极值点引起较大的偶然误差,也避免了极值点过少导致难以建模获取上下边界的情况。

3 实例验证

本文使用某陀螺仪一次项漂移系数与某加速度计标度因数漂移量对该方法进行验证^[10](数据均经过标准化处理,去掉量纲),如表 1、表 2 所示。

对表 1 数据进行光滑性检验,其光滑比如图 2a 所示,可以看出其满足准光滑序列条件,对其采用加权

GM(1,1)模型直接建模,如图 3 所示。

表 1 某陀螺仪一次项漂移系数

Table 1 The monomial drift coefficient of a gyroscope

监测点	监测值	监测点	监测值	监测点	监测值
1	0	7	1.15	13	2.54
2	0.29	8	1.44	14	2.69
3	0.55	9	1.77	15	2.83
4	0.64	10	1.92	16	2.90
5	0.75	11	2.18	17	2.99
6	0.90	12	2.37		

表 2 某加速度计标度因数漂移量

Table 2 The scale factor of an accelerometer

监测点	监测值	监测点	监测值	监测点	监测值	监测点	监测值
1	0	6	1.17	11	1.55	16	2.31
2	0.04	7	1.03	12	0.69	17	1.57
3	0.87	8	0.77	13	2.43	18	2.24
4	0.65	9	1.03	14	1.21	19	4.09
5	0.55	10	1.23	15	2.61		

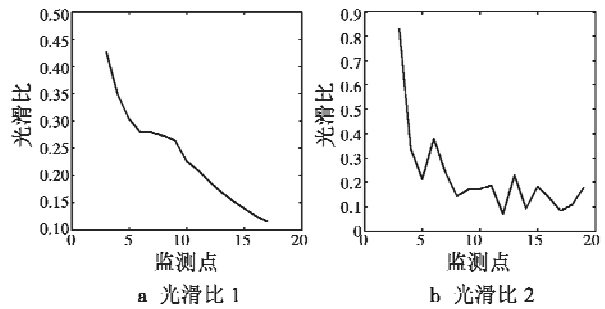


图 2 光滑比

Fig. 2 Smooth ratio

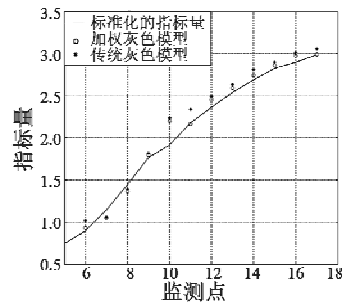


图 3 灰色建模预测

Fig. 3 Grey model forecasting

共采集 17 个点数据,取 5 个点用于建模,从第 6 个点开始预测,而后每采集到一个新数据便去掉一个最老的数据,图 3 中的点为新息模型一步预测值。可以直观地看出加权灰色模型的预测值更接近实测值,通过加权改进,平均相对误差 $(\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{\varepsilon(k)}{x^{(0)}(k)} \right|)$ 由 6.2% 降为 3.87%,即预测精度 p 由 2 级提升到 1 级,精度有了较大的提高,满足直接预测的需要,其中预测精度 $p = (1 - \bar{\Delta})$ 。若 $p \geq 95\%$,为 1 级(好);若 $0.80 \leq p < 0.95$,为 2 级(合格);若 $0.70 \leq p < 0.80$,为 3 级(基

本合格);若 $p < 0.70$, 为 4 级(不合格)。

表 2 数据的光滑比如图 2b 所示, 不满足单调递减规律, 由条件判断, 不能直接采用 GM(1,1) 建模, 而采用区间预测。共 19 个数据点, 前 14 个点用于建模, 后 5 个点用于检验模型。若直接对极值点进行非等时距建模, 预测得到的上下边界与实际极值点的平均相对误差达到 10.15%, 而采用本文提出的方法, 平均相对误差降为 4.88% (验证结果见图 4), 预测边界与实际的极值点十分接近, 并且数据基本落在预测区间中, 说明该预测方法准确地反映了其退化规律, 预测取得了良好的效果。

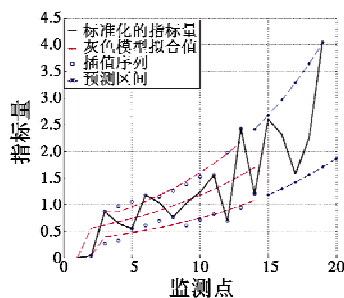


图 4 灰色区间预测

Fig. 4 Grey interval forecasting

4 结束语

本文对 GM(1,1) 模型的建立及适用的情况做了详细阐述, 对模型提出了改进, 仿真证明加权灰色模型对提高直接预测精度的效果十分显著; 针对难以确切预测的离乱数据, 提出了一种区间预测方法, 仿真证明了该方法的有效性。

参考文献

- [1] 张会会, 张伟, 胡昌华, 等. 基于主成分分析法的惯性器件寿命预测[J]. 系统仿真技术, 2011, 7(4): 249-253. (ZHANG H H, ZHANG W, HU C H, et al. Inertia device lifetime prediction based on principal component analysis[J]. System Simulation Technology, 2011, 7(4): 249-253.)
- [2] 韩晋, 杨岳, 陈峰, 等. 基于非等时距加权灰色模型与神经网络的轨道不平顺预测[J]. 铁道学报, 2014, 36(1): 81-87. (HAN J, YANG Y, CHEN F, et al. Prediction of track irregularity based on non-equal interval weighted grey model and neural network[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(1): 81-87.)
- [3] 韩晋, 杨岳, 陈峰, 等. 基于非等时距加权灰色模型与神经网络的组合预测算法[J]. 应用数学和力学, 2013, 34(4): 408-419. (HAN J, YANG Y, CHEN F, et al. Combination forecasting algorithm based on non-equal interval weighted grey model and neural network[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2013, 34(4): 408-419.)
- [4] 玄海燕, 李帅锋. 时空地理加权回归模型及其拟合[J]. 甘肃科学学报, 2011, 23(4): 119-121. (XUAN H Y, LI S F. Geographically and temporally weighted regression model and its fit methods[J]. Journal of Gansu Sciences, 2011, 23(4): 119-121.)
- [5] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010. (LIU S F, DANG Y G, FANG Z G, et al. The grey system theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2010.)
- [6] 樊春玲, 高峰, 孙四通, 等. 基于灰色模型的混合建模预测方法及其应用[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(4): 475-479. (FAN C L, GAO F, SUN S T, et al. A novel grey-based modeling method and its application[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(4): 475-479.)
- [7] 董金龙. 基于性能退化的陀螺仪寿命分析及应用[D]. 西安: 第二炮兵工程大学, 2013. (DONG J L. The analysis and application of gyroscope life based on performance degradation[D]. Xi'an: The Second Artillery Engineering University, 2013.)
- [8] 焦竹青, 熊伟丽, 徐保国. 基于加权最小二乘法的异质传感器数据融合[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2010, 40(3): 816-820. (JIAO Z Q, XIONG W L, XU B G. Dissimilar-sensor data fusion based on weighted least square[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2010, 40(3): 816-820.)
- [9] 张兆宁, 郭爽. 首都机场飞行流量的灰色区间预测[J]. 中国民航大学学报, 2007, 6(25): 1-4. (ZHANG Z N, GUO S. Gray interval prediction of air traffic flow of capital airport[J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2007, 6(25): 1-4.)
- [10] 宋中民. 灰色区间预测的新方法[J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2002, 26(6): 796-799. (SONG Z M. A new method for grey interval forecasting[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering, 2002, 26(6): 796-799.)

欢迎订阅期刊 欢迎刊登广告