

箱粒子滤波理论综述

于洁, 刘昌云, 李志汇
(空军工程大学防空反导学院, 西安 710051)

摘要:介绍了一种基于蒙特卡罗方法和区间分析相结合的处理非线性动态随机系统的估计方法——箱粒子滤波算法。在递推贝叶斯估计理论框架下,分析了箱粒子滤波理论的核心思想和基本原理;研究了箱粒子滤波的性能特点,并对箱粒子滤波理论的应用进行了简单的介绍;最后,对箱粒子滤波算法进行展望,指出未来的发展方向。

关键词:箱粒子滤波;蒙特卡罗方法;区间分析;贝叶斯估计

中图分类号: TP14 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)11-0056-05

A Survey of Box Particle Filter Theory

YU Jie, LIU Chang-yun, LI Zhi-hui
(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Box particle filter algorithm, a novel estimation approach based on the combination of sequential Monte Carlo method with interval analysis for processing nonlinear dynamic stochastic systems, is introduced. Within recursive Bayesian estimation theory framework, the core ideas and main principle of box particle filter algorithm are analyzed. The performance characteristics of box particle filter are studied, and the application of the theory is briefly introduced. Finally, several possible research directions of the algorithm in the future are pointed out.

Key words: box particle filter; Monte Carlo method; interval analysis; Bayesian estimation

0 引言

在线性系统且噪声服从高斯分布的情况下,卡尔曼滤波^[1](KF)是基于最小均方误差准则的最优线性估计,但在实际应用中大多数系统是非线性的,那么卡尔曼滤波也将不再适用。在处理非线性估计问题中最常用的方法是扩展卡尔曼滤波(EKF)^[2],这种算法虽然简单,易于实现,但存在线性化误差大、Jacobian矩阵难于计算等明显缺陷,在高度非线性情况下,滤波不稳定甚至引起发散^[3]。为了得到更好的滤波效果,文献[4]提出了不敏卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF),它以不敏变换(Unscented Transformation)为基础,采用卡尔曼线性滤波框架,用确定性采样策略逼近非线性分布的方法。UKF滤波相比于EKF滤波在非线性和非线性系统中有更好的滤波性能,而且具有更强的适应性,但不能用于更复杂的非高斯环境。

近年来随着计算技术的迅速发展和计算成本的不断降低,粒子滤波(PF)^[5]倍受关注,它是一种基于蒙特卡罗仿真的最优回归贝叶斯滤波算法,其估计精度可以逼近最优估计。但是在滤波过程中,粒子滤波需要产生大量粒子,这就加大了计算量,降低了跟踪实时性。

为了减少粒子数并且处理简单,文献[6]提出了箱粒子滤波算法,它是基于序列蒙特卡罗方法(SMC)^[7]和区间分析^[8]的一种新型滤波方法。这种方法旨在解决非线性滤波问题,特别是在处理不精确随机测量和未知噪声分布的实际情况下,可以产生广泛的后验概率密度函数,是一种“广义粒子滤波”,同时区间分析提供各种工具来处理区间量测中的运算。所谓箱粒子,就是在状态空间中占有一定体积、非零的可控矩形区域。箱粒子滤波基于箱粒子的概念,用箱粒子和误差界限模型来取代传统的点粒子和误差统计模型来拟合后验概率密度从而进行滤波^[9]。

在箱粒子滤波理论的基础上,国外学者提出了一些具体的箱粒子滤波实现算法。文献[10]提出了单目标贝努利箱粒子滤波算法,并被运用到目标跟踪领域;随后,文献[11]为了降低贝叶斯滤波运算的复杂度,提出了多目标箱粒子PHD滤波算法,它是一种基

收稿日期:2015-01-15 修回日期:2015-03-10

基金项目:国家自然科学基金青年基金(61102109)

作者简介:于洁(1989—),女,山东鄄城人,硕士生,研究方向为机动目标跟踪技术。

于概率假设密度 (PHD) 的滤波方法, 用来处理多目标跟踪问题; 同时, 文献 [12] 又提出了箱粒子扩展目标跟踪算法等; 为了处理量化量测条件下的机动目标跟踪问题, 文献 [13] 提出了交互多模型箱粒子滤波 (IM-MBPF) 算法, 这种算法不仅能准确估计机动目标状态, 而且所需粒子数更少、计算效率更高。

作为一种在国内刚刚兴起的新的非线性滤波方法, 箱粒子滤波将成为研究领域的热点和难点, 其研究对我国的军用和民用领域都具有广阔的应用前景。

1 箱粒子滤波算法

1.1 贝叶斯滤波框架

贝叶斯滤波^[14]原理: 状态的先验概率密度是用系统的状态转移模型来进行预测的, 然后再使用当前时刻的观测信息对先验概率密度进行修正, 进而得到状态的后验概率密度。

在科学研究和工程应用中, 对于非线性非高斯系统可以用以下的状态空间模型来描述。

系统模型为

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_{k+1}) \quad (1)$$

观测模型为

$$\mathbf{z}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{w}_{k+1}) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^{n_s}$ 表示 k 时刻的状态向量; $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^{n_v}$ 表示噪声向量空间维数为 n_v 的独立同分布的过程噪声序列; $\mathbf{z}_{k+1} \in \mathbf{R}^{n_z}$ 表示 $k+1$ 时刻的量测向量; $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^{n_w}$ 表示噪声向量空间维数为 n_w 的独立同分布的量测噪声序列; $f: \mathbf{R}^{n_s} \times \mathbf{R}^{n_v} \rightarrow \mathbf{R}^{n_s}$ 表示状态向量 \mathbf{x}_k 从 k 时刻到 $k+1$ 时刻的非线性转移函数; $h: \mathbf{R}^{n_s} \times \mathbf{R}^{n_w} \rightarrow \mathbf{R}^{n_z}$ 表示状态向量 \mathbf{x}_{k+1} 和量测向量 \mathbf{z}_{k+1} 之间的非线性关系。

在上述模型下, 假设 k 时刻以前的所有状态向量组成的集合为 $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_i, i=1, \dots, k\}$, 量测向量组成的集合为 $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_i, i=1, \dots, k\}$, 在已知量测 \mathbf{Z}_{k+1} 的条件下, 后验状态概率密度函数的边缘概率 $p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_{k+1})$ 可以代替后验状态概率密度函数, $p(\mathbf{X}_{k+1} | \mathbf{Z}_{k+1})$ 完整地描述状态概率信息, 所以滤波的过程描述如下。

更新方程为

$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_{k+1}) = \frac{1}{\alpha_{k+1}} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_k) p(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{x}_{k+1}) \quad (3)$$

预测方程为

$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_k) = \int_{\mathbf{R}^{n_s}} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_k \quad (4)$$

式中, $\alpha_{k+1} = \int_{\mathbf{R}^{n_s}} p(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_k) d\mathbf{x}_{k+1}$ 为归一化常数, $p(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{x}_{k+1})$ 表示似然函数, $p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k)$ 表示状态转移密度函数。

非线性滤波的实质是在已知初始概率密度的基础

上, 递推估计状态的后验边缘概率密度即 $p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_{k+1})$, 其实就是求解上述更新方程和预测方程的过程, 这就是最优递推贝叶斯估计 (如图 1 所示)。在得到后验边缘概率密度后, 可依据某种准则得到目标的状态估计值, 一般情况下采用最小均方根、极大似然或最大后验等估计准则。

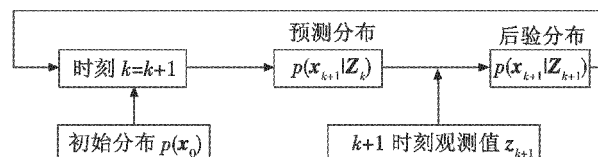


图 1 贝叶斯递推过程

Fig. 1 Bayesian recursive process

1.2 区间分析

区间分析又称区间数学, 是一门用区间变量代替点变量进行运算的数学分支。当滤波算法受误差影响产生不精确结果时, 区间分析方法却能给出精确解的严格界限, 即可以利用带有不确定参数的区间算法来产生一个包含所有可能值的区间来估计某些不精确已知的参数。一维闭合区间定义为

$$[\dot{x}] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbf{R}, \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (5)$$

扩展到 n_l 多维空间, 多维区间 (箱) $[\dot{\mathbf{X}}]$ 定义为 n_l 个一维闭合区间的笛卡尔积

$$[\dot{\mathbf{X}}] = [x_1] \times [x_2] \times \dots \times [x_{n_l}] \quad (6)$$

可以看出, 一个多维区间其实就是一个“箱”, 箱体积为 $|[\dot{\mathbf{X}}]|$ 。

箱 $[\dot{\mathbf{X}}]$ 经过非线性转移函数 f 后一般会得到不规则的非箱体形状。为了保证非线性转移后得到规则的箱体形状, 以便于分析计算, 区间分析引入了“包含函数 (Inclusion Functions)”的概念。函数 f 的包含函数 $[f]$ 定义为^[15]: 已知函数 $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, 则区间函数 $[f]: \mathcal{IR}^n \rightarrow \mathcal{IR}^m$ 是包含函数, 如果

$$\forall [\dot{\mathbf{X}}] \in \mathcal{IR}^n, f([\dot{\mathbf{X}}]) \subseteq [f]([\dot{\mathbf{X}}]) \quad (7)$$

在非线性系统中, 合理的包含函数可以很大程度上减少计算量, 提高收敛速度。如图 2 所示为二维空间 $[\dot{\mathbf{X}}]$ 在原函数 f 和两个包含函数 $[f]_1, [f]_2$ 的作用下所成的像, 可以看出 $[f]_2$ 是最小的包含函数, 在某种意义上就是所求得合理包含函数。那么, 为了得到合理的包含函数, 区间分析又引入一个新的概念——区间约束, 它的实质是在约束集中寻求一个满足约束函数的最小约束集 S , 即找到一个包含 $[\dot{\mathbf{X}}]$ 中所有 x 且满足函数 f 的最小体积的 $[\dot{\mathbf{X}}]'$, 用 $[\dot{\mathbf{X}}]'$ 代替 $[\dot{\mathbf{X}}]$, 如 $S \subseteq [\dot{\mathbf{X}}]' \subseteq [\dot{\mathbf{X}}]$ 。常用的约束方法有高斯消去法 (Gauss Elimination)、前向后向法 (Forward-Backward Propagation, 也称为约束传播, Constraints Propagation, CP) 等。

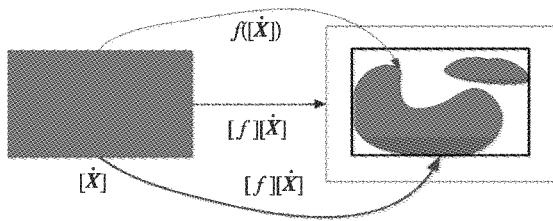


图2 包含函数示意图(二维空间)

Fig.2 Inclusion functions(a two-dimensional space)

1.3 箱粒子滤波算法

传统的贝叶斯估计只能处理随机且精确的量测或量测模型,区间分析却可以处理未知分布或未知量测偏差的有界误差模型^[16],所以箱粒子滤波就是在贝叶斯估计框架下基于区间的多传感器数据融合方法。每个“箱粒子”都可看成一个以箱粒子为支撑集的均匀概率密度函数^[17],每个密度函数可以充分反映对应箱粒子的特性,那么箱粒子滤波就可以被解释为采用混合的均匀概率密度函数的滤波算法。因此,若箱 $[x]$ 作为支撑集,令 $U_{[x]}$ 表示该箱粒子的均匀概率密度函数,则随机变量 x 的均匀概率密度函数和可表示为

$$p(x) = \sum_{i=1}^N \omega^{(i)} U_{[x^{(i)}]}[x] \quad (8)$$

式中: $x^{(i)}$ 为箱支撑集; $\omega^{(i)}$ 为归一化权值且 $\sum_{i=1}^N \omega^{(i)} = 1$; N 为均匀概率密度函数的数目,即不同“箱”的个数。于是,式(4)中 k 时刻的先验概率密度函数可改写为

$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{Z}_k) \approx \int_{R^{n_1}} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} U_{[x_k^{(i)}]}[\mathbf{x}_k] d\mathbf{x}_k = \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} \int_{[x_k^{(i)}]} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) U_{[x_k^{(i)}]}[\mathbf{x}_k] d\mathbf{x}_k \quad (9)$$

在箱粒子滤波算法中,式中的每一个概率密度函数项 $\int_{[x_k^{(i)}]} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) U_{[x_k^{(i)}]}[\mathbf{x}_k] d\mathbf{x}_k$ 都可以用一个 $[f]([x_k^{(i)}], \hat{\mathbf{u}}_k)$ 为支撑集区间的均匀概率密度函数分量模拟,即

$$\int_{[x_k^{(i)}]} p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) U_{[x_k^{(i)}]}[\mathbf{x}_k] d\mathbf{x}_k \approx U_{[f]([x_k^{(i)}], \hat{\mathbf{u}}_k)}(\mathbf{x}_{k+1}) \quad (10)$$

可以看出,在箱粒子滤波中,拟合概率密度函数采用的都是均匀分布,这是因为均匀分布比较单一,算法实现起来比较简单。

综上所述,粒子滤波算法的过程可以概括如下。

1) 初始化。用一组带权值的箱粒子集 $\{\omega_k^{(i)}, [x_k^{(i)}]\}_{i=1}^N$ 表示 k 时刻的后验概率密度,当 $k=0$ 时, $\omega_0^{(i)} = 1/N$ 。

2) 预测。利用包含函数 $[f]$ 传播箱粒子,可以得到(假设 $k+1$ 时刻的噪声 \mathbf{v}_{k+1} 限制在箱 $[\hat{\mathbf{v}}_{k+1}]$)

$$[x_{k+1}^{(i)}] = [f]([x_k^{(i)}]) + [\hat{\mathbf{v}}_{k+1}] \quad (11)$$

3) 更新。

① 量测预测值。利用包含函数 $[h]$ 传播箱粒子,得到(假设 $k+1$ 时刻的噪声 \mathbf{w}_{k+1} 限制在箱 $[\hat{\mathbf{w}}_{k+1}]$)

$$[z_{k+1}^{(i)}] = [h][x_{k+1}^{(i)}] + [\hat{\mathbf{w}}_{k+1}] \quad (12)$$

② 新息更新。

$$[\mathbf{v}_{k+1}^{(i)}] = [z_{k+1}^{(i)}] \cap [z_{k+1}] \quad (13)$$

式中, $[z_{k+1}]$ 表示 $k+1$ 时刻的实际区间量测值,因而新息反映了量测的预测值与实际的量测值之间的关系。

③ 权值更新。由式(13)可知,当 $[\mathbf{v}_{k+1}^{(i)}] \neq \emptyset$ 时,利用CP约束方法得到更新后的第 i 个箱粒子 $[\tilde{x}_{k+1}^{(i)}]$,当 $[\mathbf{v}_{k+1}^{(i)}] = \emptyset$ 时,更新后的箱粒子为 \emptyset 。因此,构造箱似然函数为

$$A_k^{(i)} = \prod_{j=1}^{n_1} A_k^{(i)}(j) \quad (14)$$

式中, $A_k^{(i)}(j) = \frac{|[\tilde{x}_{k+1}^{(i)}(j)]|}{|x_{k+1k}^{(i)}(j)|}$, $|[\cdot]|$ 表示箱体积。

在粒子滤波算法中,每个粒子的权重都通过似然函数 $p(z_{k+1} | x_{k+1})$ 进行更新和归一化,即 $\omega_{k+1}^{(i)} = p(z_{k+1} | x_{k+1}^{(i)}) \omega_k^{(i)}$,与此类似,箱粒子的权值也是通过似然函数进行更新,即

$$\omega_{k+1}^{(i)} = A_k^{(i)} \omega_k^{(i)} = \left(\prod_{j=1}^{n_1} A_k^{(i)}(j) \right) \omega_k^{(i)} \quad (15)$$

最后,归一化权值为

$$\bar{\omega}_{k+1}^{(i)} = \omega_{k+1}^{(i)} / \sum_{j=1}^N \omega_{k+1}^{(j)} \quad (16)$$

4) 状态估计。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \sum_{i=1}^N \bar{\omega}_{k+1}^{(i)} \cdot \mathbf{C}_{k+1}^{(i)} \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = \sum_{i=1}^N \bar{\omega}_{k+1}^{(i)} ((\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^{(i)} - \mathbf{C}_{k+1}^{(i)}) \cdot (\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^{(i)} - \mathbf{C}_{k+1}^{(i)})^T) \quad (18)$$

式中, $\mathbf{C}_{k+1}^{(i)} = \text{mid}([\tilde{x}_{k+1}^{(i)}])$ 表示取第 i 个更新后箱粒子 $[\tilde{x}_{k+1}^{(i)}]$ 的中心点。

5) 重采样。对于基本的粒子滤波而言,一个很大的缺陷就是存在粒子退化现象,因此,重采样就成了减少粒子退化现象的一种最有效的方法。与此类似,箱粒子滤波同样存在箱粒子退化现象,也必须进行重采样。

为了实现方便,可采用以下形式来近似描述粒子退化程度^[6]

$$N_{\text{eff}} = 1 / \sum_{i=1}^N (\omega_k^{(i)})^2 \quad (19)$$

在箱粒子滤波中,如果 N_{eff} 小于规定的门限值 N_{th} 时,就需要进行重采样来产生一些具有相同权重的新的箱粒子。

6) 迭代。令 $k=k+1$,重复2)~6)。

1.4 箱粒子滤波性能评估标准

由于传统点状态估计不再适合箱粒子滤波,因此

不能再利用标准滤波误差特性准则衡量箱粒子滤波性能,如均方差。考虑最优箱粒子滤波结果应该满足条件:目标状态向量 x_k 应该包含在后验概率密度函数的支撑集内。

因此,针对上述约束条件,文献[12]提出了包含准则,并且指出当此条件不能满足时,说明滤波器发散。包含准则 ρ_k 定义为

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & x_k \in O_k(1) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

式中,当 $\lambda \rightarrow 1$ 时,置信集 $O_k(\lambda)$ 表示概率密度函数的支撑集。

在箱粒子滤波中, $O_k(1)$ 表示所有箱粒子的并集,即 $O_k(1) = \bigcup_{i=1}^N [x_k^{(i)}]$,所以上式可改写为

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & x_k \in \bigcup_{i=1}^N [x_k^{(i)}] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

1.5 箱粒子滤波与粒子滤波比较

箱粒子滤波作为粒子滤波的进一步发展,必然与粒子滤波有很多相同的特点,总结为以下 4 点:1) 适用于非高斯、非线性条件;2) 以某种已知概率密度进行拟合;3) 通过采样获得粒子;4) 需要重采样。然而,箱粒子滤波还是与粒子滤波有本质区别,其对比如表 1 所示。

表 1 箱粒子滤波与粒子滤波比较
Table 1 Comparison of box particle filter with particle filter

	粒子形式	适用情况	重采样策略	复杂度
箱粒子滤波	箱粒子	不精确测量	随机子划分重采样	计算量小
粒子滤波	点粒子	点量测	系统重采样	计算量大

2 箱粒子滤波特点及应用

粒子滤波算法不再受高斯噪声假设的限制,能适用于任何能用状态空间表示的非线性非高斯的系统,其估计精度可以逼近最优估计。但是粒子滤波最大的不足是实时性较差,这在很大程度上制约了其应用。而箱粒子滤波在保证算法有效性的前提下,提高了算法的实时性,有重要的研究价值。分析总结箱粒子有以下特点。

1) 适用于非线性、非高斯条件下的分布式滤波和不精确量测。箱粒子滤波针对不精确的测量时,运用区间分析理论可以得到相对精确的估计。

2) 采样获得箱粒子。箱粒子滤波作为粒子滤波的进一步发展,同样是通过采样获得粒子并用其模拟先验和后验概率密度函数。

3) 重采样方法是随机子划分重采样^[6]。这种方

法是当前状态箱粒子按照重采样次数随机选取其状态进行均匀子划分,以使箱粒子始终保持一个合适的大小,这是依据区间分析在箱粒子滤波中的应用而提出的,这样既可以满足下一时刻滤波的需要,又能去除箱粒子多余的部分。

4) 计算量小,实时性好。相比于标准粒子滤波,箱粒子滤波大幅降低所需的粒子数从而减少了计算复杂性,提高了系统的实时性。

在实际应用中,除目标跟踪之外,在导航定位、故障诊断、生物信息等领域,箱粒子滤波同样具有广阔的前景,将会成为非线性滤波研究的热点。

3 结束语

箱粒子滤波作为一种基于序列蒙特卡罗方法和区间分析的非线性滤波算法,用箱粒子和误差界限模型来取代传统的点粒子和误差统计模型。相比于粒子滤波,箱粒子滤波具有所需粒子数少、算法复杂度低、运行速度快、实时性好等优点。但是作为一种新的滤波方法,箱粒子滤波发展时间较短,理论虽然完整但还不够成熟,因此继续深入研究箱粒子滤波相关理论及其在其他方面的应用是十分必要的。从箱粒子滤波的研究现状来看,未来箱粒子滤波的研究方向将主要集中在以下几个方面。

1) 重采样方法的选取。重采样的基本思想是排除那些小权重的粒子,从而将粒子集中到大权重的粒子上。目前,箱粒子滤波的重采样方法采用随机子划分重采样,方法比较单一,很多情况都不适用,因此找到更好的采样方法是很有实际意义的。

2) 从箱粒子滤波算法的数学基础上看,箱粒子滤波算法的收敛性未解决。

3) 滤波方法的实现依赖于计算机的发展,研究箱粒子滤波算法的硬件实现方法尤为关键。

4) 拓展箱粒子滤波新的应用领域。

箱粒子滤波理论的发展刚刚起步,相信随着非线性最优估计理论的深入研究和计算机技术的发展,箱粒子滤波必将得到进一步的发展,具有更广阔的应用前景。

参考文献

- [1] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction theory[J]. ASME Journal of Basic Engineering, 1960, 82:35-46.
- [2] 何友,修建娟,张晶玮,等. 雷达数据处理及应用[M]. 北京:电子工业出版社,2006:42-46. (HE Y, XIU J J, ZHANG J W, et al. Radar data processing with applications[M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2006:42-46.)

- [3] 潘泉,杨峰,叶亮,等. 一类非线性滤波器——UKF 综述[J]. 控制与决策,2005,20(5):481-488. (PAN Q, YANG F, YE L, et al. Survey of a kind of nonlinear filters - UKF [J]. Control and Decision, 2005, 20(5):481-488.)
- [4] JULIER S J, UHLMANN J K. A new approach for filtering nonlinear system [C]//Proceeding of American Control Conference, Washington;Seattle, 1995:1628-1632.
- [5] DOUCET A, FREITAS N D, GORDON N. Sequential Monte Carlo methods in practice[M]. New York;Springer, 2001.
- [6] ABDALLAH F, GNING A, BONNIFAIT P. Box particle filtering for nonlinear state estimation using interval analysis [J]. Automatica, 2008, 44:807-815.
- [7] LIU J S, CHEN R. Sequential Monte Carlo methods for dynamic systems[J]. Journal of the American Statistical Association, 1998, 93(1):1032-1044.
- [8] HARGREAVES G I. Interval analysis in Matlab[D]. Manchester;The University of Manchester, 2002:416-420.
- [9] GNING A, RISTIC B, MIHAYLOVA L, et al. An introduction to box particle filtering[J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 2013;30(4):166-171.
- [10] GNING A, RISTIC B, MIHAYLOVA L. Bernoulli particle/box-particle filters for detection and tracking in the presence of triple measurement uncertainty[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2012, 60(5):2138-2151.
- [11] SCHIKORA M, GNING A, MIHAYLOVA L, et al. Box-particle PHD filter for multi-target tracking [C]//Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion, Wachtberg, Germany, 2012:106-113.
- [12] GNING A, MIHAYLOVA L, ANGELOVA D. Box particle filtering for extended object tracking [C]//Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, 2012:82-89.
- [13] 赵雪刚,宋骊平,姬红兵. 量化量测条件下的交互多模型箱粒子滤波[J]. 西安电子科技大学学报,2014, 41(6):44-51. (ZHAO X G, SONG L P, JI H B. Interacting multiple model box particle filter with quantitative measurements[J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(6):44-51.)
- [14] 刘凤霞,官先仪. 非线性/非高斯序贯贝叶斯滤波[J]. 杭州电子科技大学学报,2011,31(4):8-12. (LIU F X, GONG X Y. Nonlinear/non-Gaussian Bayesian sequential filtering [J]. Journal of Hangzhou Dianzi University, 2011, 31(4):8-12.)
- [15] JAULIN L, KIEFFER M, DIDRIT O, et al. Applied interval analysis, with examples in parameter and state estimation, robust control and robotics [M]. London: Springer, 2001.
- [16] MILANESE M, VICINO A. Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: an overview[J]. Automatica, 1991, 27(6):997-1009.
- [17] GNING A, MIHAYLOVA L, ABDALLAH E. Mixture of uniform probability density functions for nonlinear state estimation using interval analysis [C]//The 13th Conference on Information Fusion, IEEE, 2010:1-8.
- (上接第 55 页)
- Learning Systems, 2012, 23(4):662-668.
- [9] WU Z G, SHI P, SU H, et al. Exponential synchronization of neural networks with discrete and distributed delays under time varying sampling[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(8):1368-1376.
- [10] LIAO T L. Adaptive synchronization of two Lorenz systems [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1998, 9(9):1555-1561.
- [11] EI-GOHARY A. Optimal synchronization of Rossler system with complete uncertain parameters[J]. Chaos Solitons and Fractals, 2006, 27(2):345-355.
- [12] 李丽香,彭海朋,卢辉斌. Henon 混沌系统的追踪控制与同步[J]. 物理学报,2001, 50(4): 629-632. (LI L X, PENG H P, LU H B. Control and synchronization of Henon chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(4): 629-632.)
- [13] 王兴元,石其江. Rossler 系统的追踪控制[J]. 物理学报,2005,54(12):5591-5596. (WANG X Y, SHI Q J. Tracking control and synchronization of the Rossler chaotic system [J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(12): 5591-5596.)
- [14] 谌龙,王德石. 陈氏混沌系统的稳定追踪控制[J]. 控制与决策,2007,22(8):935-938. (CHEN L, WANG D S. Stable tracking control of Chen's chaotic system[J]. Control of Decision,2007,22(8):935-938.)
- [15] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京:清华大学出版社, 2003. (ZHENG D Z. Linear system theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)
- [16] CHEN G R, UETA T. Yet another chaotic attractor [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(3):1465-1466.