

基于数值积分粒子 PHD 多目标跟踪滤波算法

穆祥强, 王朝英, 危璋, 孔云波
(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

摘要: 在多目标跟踪环境下, 粒子概率假设密度(P-PHD)因杂波、漏检和非线性情况, 导致滤波精度不高, 跟踪发散, 对此问题提出一种基于数值积分粒子概率假设密度滤波算法。利用数值粒子滤波(QPF)实现概率假设密度(PHD), 用数值卡尔曼滤波(QKF)算法得到更好的重要性密度函数, 并从中采样得到粒子, 使粒子的分布更接近真实的概率假设密度分布。试验仿真表明, 与粒子概率假设密度和容积粒子概率假设密度滤波算法相比, 所提算法的滤波精度和稳定性明显提高。

关键词: 多目标跟踪; 数值积分粒子滤波; 概率假设密度滤波; 随机有限集

中图分类号: TN953 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)11-0023-04

PHD Filter Algorithm for Multi-target Tracking Based on Quadrature Particle Filter

MU Xiang-qiang, WANG Zhao-ying, WEI Zhang, KONG Yun-bo
(School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Under the circumstances of multi-target tracking, due to clutter, missed detection and non-linearity, the Particle Probability Hypothesis Density (P-PHD) algorithm will result in such problems as low filter accuracy and tracking divergence. To overcome these problems, a Quadrature Particle based PHD Filter (QPF-PHD) algorithm is proposed. The Quadrature Particle Filter (QPF) is used to realize PHD; the Quadrature Kalman Filter (QKF) algorithm is applied to generate a better importance density function, from which to sample particles, enabling the distribution of particles to be much closer to the real distribution of PHD. The simulation results demonstrate that; compared with particle PHD and Gizmo particle PHD filter algorithms, the proposed filter algorithm has higher filter accuracy and stability.

Key words: multi-target tracking; quadrature particle filter; PHD; Random Finite Set (RFS)

0 引言

当今, 在多目标跟踪中, 目标的新生、衍生、合并^[1]导致目标个数的动态变化和观测区域不断产生的杂波和噪声使得多目标跟踪面临新的挑战。传统的数据关联算法在目标跟踪中由于计算量过大会出现“组合爆炸”、“NP-Hard”等问题, 所以不能保证跟踪的实用性和实时性。为此, 文献[2]提出概率假设密度滤波器(Probability Hypothesis Density, PHD), 它是基于随机有限集(RFS)^[3]的多目标跟踪算法, 在随机集中多目标的状态可看成是一个整体集合, 而量测也被看成一个

整体集合, 因此不需要关联操作, 使得该算法得到广泛的应用。

PHD 滤波算法大致可以分成两类: 一类是高斯混合 PHD(GM-PHD)^[4]; 另一类是用带权值的随机粒子逼近 PHD 分布(即粒子 PHD, PF-PHD), 可以用于非线性非高斯环境下, 因此其适用范围更广。但是 PF-PHD 只是把状态转移概率作为重要密度函数, 没有加入对目标修正的量测信息, 使粒子严重依赖模型^[5], 所以该算法跟踪精度不高, 且容易出现发散和粒子退化现象。文献[6]提出的无迹粒子 PHD 算法, 利用对粒子无迹变换从而产生重要密度函数, 这虽然提高了跟踪精度, 但是当尺度参数选择不合适时就会导致更新的协方差矩阵为非正定的, 从而影响系统的稳定性。

本文在 PF-PHD 和数值卡尔曼滤波(QKF)基础上提出了数值积分粒子 PHD(QPF-PHD)。该算法利用

收稿日期: 2014-12-29 修回日期: 2015-01-23

基金项目: 陕西省自然科学基金(2011JM. 8023)

作者简介: 穆祥强(1989—), 男, 江苏宿迁人, 硕士生, 研究方向为信息融合。

QKF 产生重要密度函数,充分考虑了当前量测信息对目标的修正作用,且不会引入雅克比矩阵。仿真结果表明,该算法不仅提高了目标的跟踪精度而且提高了系统的鲁棒性。

1 概率假设密度滤波算法 (PHD)

在目标跟踪领域中,单一目标是最为简单的情况,普遍情况是多目标同时存在、目标个数未知、观测区域存在杂波和噪声,这就使得目标跟踪变得复杂。2000年, Mahler 采用随机有限集的状态和量测集合,建立了基于随机集的运动模型,提出了 PHD 滤波的概念,该方法无需复杂的关联操作因而得到广泛关注。

1.1 随机有限集模型

假设在 k 时刻目标的状态可以用集合表示为 $X_k = \{x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,N(k)}\} \in \Xi_k$ 。量测集合可以表示为 $Z_k = \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,M(k)}\} \in \Sigma_k$ 。其中: Ξ_k 和 Σ_k 分别为状态空间和量测空间; $N(k)$ 和 $M(k)$ 分别为状态个数和量测个数。

在多目标的跟踪中,目标和量测的个数都是时变的,对于随机有限集来说,其包括了已经存在的目标和新生的目标,所以状态方程为

$$X_k = D_{k|k-1}(X) \cup G_{k|k-1}(X) \cup B_k \quad (1)$$

式中: $D_{k|k-1}$ 表示存活目标; $G_{k|k-1}$ 表示衍生的目标; B_k 表示新生目标。用信任质量函数 $\beta_{\Xi_{k|k-1}}(S|X_{k-1}) = P\{\Xi_{k|k-1} \subseteq S|X_{k-1}\}$ 来表示多目标有限集的概率,其转移概率密度函数为质量函数的导数。

量测方程为

$$Z_k = E_k(X) \cup C_k(X) \quad (2)$$

式中: E_k 表示目标量测组成的集合; C_k 表示杂波组成的集合。用信任质量函数 $\beta_{\Sigma_k}(T|X_k) = P\{\Sigma_k \subseteq T|X_k\}$ 来表示多目标量测有限集的概率,其似然函数为信任质量函数的导数。

根据贝叶斯理论,对目标信息最完整的描述为后验概率密度函数,递推过程为

$$\begin{cases} p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1}) = \int f(X_k | X_{k-1}) p_{k|k-1}(X_{k-1} | Z_{1:k-1}) \delta X_{k-1} \\ p_k(X_k | Z_{1:k}) = \frac{h_k(Z_k | X_k) p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1})}{\int h_k(Z_k | X_k) p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1}) \delta X_k} \end{cases} \quad (3)$$

式中: f 为状态转移函数; h 为量测函数。

1.2 PHD 算法公式表达

PHD 算法基于随机有限集理论,但是在一般条件下其递推公式并不存在,所以 Mahler 推导了服从泊松分布情况下的 PHD 公式。

假设用 $D_{k|k}$ 和 $D_{k|k-1}$ 分别表示 $p_k(X_k | Z_{1:k})$ 和 $p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1})$ 的 PHD 强度,递推过程为

$$\begin{cases} D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) = \gamma_k(x_k) + \int [\beta_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) + \\ e_{k|k-1}(x_{k-1}) f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1}) D_{k-1|k-1}(x_{k-1} | Z_{1:k-1})] dx_{k-1} \\ D_{k|k}(x_k | Z_{1:k}) = (1 - P_D(x_k)) D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) + \\ \sum_{z \in Z_k} \frac{\varphi_{k,z}(x_k)}{D_k(z)} D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) \end{cases} \quad (4)$$

式中: $D(\cdot)$ 表示目标强度,在状态域上的积分为目标的个数; $\gamma_k(x_k)$ 为新生目标的强度; $\beta_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$ 为上一时刻衍生目标的强度; $f_{k|k-1}(x_k | x_{k-1})$ 为单目标状态转移函数; $e_{k|k-1}(x_{k-1})$ 为目标存活概率; $P_D(x_k)$ 为目标检测概率; $\varphi_{k,z}(x_k) = P_D(x_k) g_{k|k}(z | x_k)$ 为目标似然函数; $g_{k|k}(z | x_k)$ 为单目标似然函数; $D_k(z) = \kappa_k(z) + C_k(z)$ 为量测 z 的强度, $\kappa_k(z)$ 为杂波强度, $C_k(z) = \int \varphi_{k,z}(x_k) D_{k|k-1}(x_k | Z_{1:k-1}) dx$ 。

2 数值积分粒子 PHD 滤波算法

2.1 算法基本思想

数值积分粒子 PHD 滤波算法是对 PF-PHD 算法的一种改进,该算法的思想就是用数值积分粒子滤波来实现 PHD。利用 QKF 得到粒子滤波中的重要密度函数,将上一时刻的粒子通过 QKF 进行更新得到经过量测修正过后的粒子,然后计算更新后的粒子权值,最终通过聚类算法将粒子进行聚类得到目标的状态。

QKF 滤波器是运用数学上高斯-厄米特求积分规则^[7]和卡尔曼滤波相结合的方法来引入量测信息,使得该算法在理论上可以对非线性目标进行跟踪滤波。

2.2 高斯-厄米特求积分规则

假设标量随机变量 x , 概率密度分布函数服从标准的高斯分布 $x \sim N(0, 1)$, 对于任意 x 的函数 $g(x)$, 其积分有

$$E[g(x)] = \int g(x) N(x; 0, 1) \approx \sum_{j=1}^m \omega_j g(\xi_j) \quad (5)$$

式中: ξ_j 为选取的积分点; ω_j 为对应的权值; m 为积分点数。文献[8]提供一种积分点选取和权值计算的方法,构造一个三角对称矩阵 J , 其对角线上的矩阵全部为 0, 其他元素为

$$J_{i,i+1} = \sqrt{i/2} \quad 1 \leq i \leq (m-1) \quad (6)$$

式中: 如果选取 a 个积分点, 则 $m = a^2$, n_x 为状态维数; 积分点 $\xi_j = \sqrt{2} \varepsilon_j$, ξ_j 为 J 的第 j 个特征值; $\omega_j = (\nu_j)^2$, 其中 $(\nu_j)_1$ 为第 j 个归一化向量的第一个元素。

若一个 n_x 维的向量随机变量 x 概率假设密度服从 $N(x; 0, I_n)$, 其高斯-厄米特求积分为

$$E[g(x)] = \int g(x) N(x; 0, I_n) dx \approx \sum_{j=1}^m \omega_{j_n} \dots$$

$$\sum_{j=1}^m \omega_j g(\xi_j, \dots, \xi_{i_{n_x}}) \approx \sum_{j=1}^{m^{n_x}} \omega_j g(\xi_j) \quad (7)$$

式中: $\xi_j = (\xi_{j_1}, \dots, \xi_{j_{i_{n_x}}})'$; $\omega_j = \prod_{i=1}^{m^{n_x}} \omega_{j_i}$ 。

2.3 QPF-PHD 滤波算法的实现

2.3.1 初始化

在 $k=0$ 时刻,从先验分布中抽取 L_0 个粒子,每个目标用 N 个粒子来表征。设初始粒子的每个权值为 $\omega_0 = 1/N$ 。

2.3.2 重要性密度函数采样

1) 利用 QKF 算法对每一个粒子进行更新。

① 确定积分点。

设在 $k-1$ 时刻状态估计值和协方差分别为 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^{(i)}$, $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(i)}$ 。

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{(i)} = \mathbf{S}_{k-1}^{(i)} \mathbf{S}_{k-1}^{(i)T} \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_{j,k-1}^{(i)} = \mathbf{S}_{k-1}^{(i)} \xi_j^{(i)} + \mathbf{m}_{k-1}^{(i)} \quad (9)$$

② 状态一步预测,包括采样点、状态和方差预测。

$$\mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)} = f(\mathbf{X}_{j,k-1}^{(i)}) \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{m}}_{klk-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{(i)} \mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)} \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{klk-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{(i)} (\mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{m}}_{klk-1}^{(i)}) \cdot (\mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{m}}_{klk-1}^{(i)})^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (12)$$

③ 确定积分点。

$$\mathbf{P}_{klk-1}^{(i)} = \mathbf{S}_{klk-1}^{(i)} \mathbf{S}_{klk-1}^{(i)T} \quad (13)$$

$$\mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)} = \mathbf{S}_{klk-1}^{(i)} \xi_j^{(i)} + \hat{\mathbf{m}}_{j,k|k-1}^{(i)} \quad (14)$$

④ 量测预测。

$$\mathbf{Z}_{j,k|k-1}^{(i)} = h(\mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)}) \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{(i)} \mathbf{Z}_{j,k|k-1}^{(i)} \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_{klk-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{(i)} (\mathbf{Z}_{j,k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(i)}) (\mathbf{Z}_{j,k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(i)})^T + \mathbf{R}_k \quad (17)$$

⑤ 滤波增益。

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x},\mathbf{z}_k}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{(i)} (\mathbf{X}_{j,k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{m}}_{klk-1}^{(i)}) (\mathbf{Z}_{j,k|k-1}^{(i)} - \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(i)})^T \quad (18)$$

$$\mathbf{K}_k^{(i)} = \mathbf{P}_{\mathbf{x},\mathbf{z}_k}^{(i)} \mathbf{S}_{klk-1}^{(i)-1} \quad (19)$$

⑥ 滤波结果。

$$\mathbf{m}_k^{(i)} = \mathbf{P}_{klk-1}^{(i)} + \mathbf{K}_k^{(i)} (\mathbf{z}_k^{(i)} - \hat{\mathbf{z}}_{klk-1}^{(i)}) \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_k^{(i)} = \mathbf{P}_{klk-1}^{(i)} - \mathbf{K}_k^{(i)} \mathbf{S}_{klk-1}^{(i)} \mathbf{K}_k^{(i)T} \quad (21)$$

利用 QKF 算法得到均值为 \mathbf{m}_k 、方差为 \mathbf{P}_k 的采样样本,然后用此均值与方差生成的 $N(\mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)})$ 来构造重要密度函数。

2) 采样。

对 QKF 算法产生的重要密度函数采样得到粒子 $\mathbf{x}_k^{(i)}$,计算相应的权值,然后对采样得到的粒子进行一

步预测,即

$$\mathbf{x}_{klk-1}^{(i)} \sim \begin{cases} q_k(\cdot | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Z}_k) & i=1, \dots, L_{k-1} \\ p_k(\cdot | \mathbf{Z}_k) & i=L_{k-1}+1, \dots, L_{k-1}+J_k \end{cases} \quad (22)$$

每次采样后由 QKF 算法进行更新操作,所得均值和方差作为下一时刻的均值和方差,在这个更新中充分利用了量测对粒子状态进行修正,所以得到的结果精度更高。

3) 计算权值。

$$\omega_{klk-1}^{(i)} = \begin{cases} \frac{\phi_{klk-1}(\mathbf{x}_k^{(i)}, \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}) \omega_{k-1}^{(i)}}{q_k(\mathbf{x}_{klk-1}^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Z}_k)} & i=1, \dots, L_{k-1} \\ \frac{\gamma_k(\mathbf{x}_{klk-1}^{(i)})}{J_k p_k(\mathbf{x}_{klk-1}^{(i)} | \mathbf{Z}_k)} & i=L_{k-1}+1, \dots, L_{k-1}+J_k \end{cases} \quad (23)$$

式中: $\phi_{klk-1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{k-1}) = b_{klk-1}(\mathbf{x} | \mathbf{x}_{k-1}) + e_{klk-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \cdot f_{klk-1}(\mathbf{x} | \mathbf{x}_{k-1})$; L_{k-1} 为 $k-1$ 时刻的目标粒子数目; J_k 为新生目标粒子数目。

2.3.3 更新

利用雷达的量测数据 \mathbf{Z}_k 对粒子状态和权值进行更新。对于每一个量测 \mathbf{z} ,有

$$\omega_k^{(i)} = (1 - P_{D,k}(\mathbf{x})) \omega_{klk-1}^{(i)} + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \frac{P_{D,k}(\mathbf{x}) g_k(\mathbf{x})}{\kappa_k + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} P_{D,k}(\mathbf{x}) g_k(\mathbf{x}) \omega_{klk-1}^{(i)}} \omega_{klk-1}^{(i)} \quad (24)$$

2.3.4 重采样

重采样的基本思想是对权值从大到小排列,当目标的有效粒子数小于设定的阈值时,对目标进行重采样。舍弃掉权值较小的粒子,复制权值较大的粒子从而得到新的粒子集。计算权值之和 \hat{N}_k , $\hat{N}_k = \sum_{i=1}^{L_k+J_k} \omega_k^{(i)}$,然后

对粒子集 $\{\mathbf{x}_k^{(i)}, \omega_k^{(i)} / \hat{N}_k\}_{i=1}^{L_k+J_k}$ 进行重采样得到新的粒子集 $\{\mathbf{x}_k^{(i)}, \omega_k^{(i)}\}_{i=1}^{L_k}$ 。

2.3.5 状态估计

将重采样后得到的每个粒子与其对应的权值相乘,然后计算它们的和,则所得结果就是目标的状态,将所有的权值相加就得到目标估计数目。

$$\mathbf{x}_k = \sum_{i=1}^{L_k} \mathbf{x}_k^{(i)} \omega_k^{(i)} \quad (25)$$

$$N_k = \sum_{i=1}^{L_k} \omega_k^{(i)} \quad (26)$$

3 仿真实例

通过试验,对本文算法与 CPF-PHD 和 PF-PHD 算法性能进行对比分析,来证明本文算法的有效性。

3.1 试验仿真环境介绍。

设初始时刻存在两个目标,初始状态分别为 $[1000 \ 100 \ -1000 \ -100]$ 和 $[1000 \ 100 \ -3000 \ 100]$,第 3 个目标出现时刻为第 20 s。目标以 $\omega = 0.05 \text{ rad/s}$ 做曲

线运动,目标 1 与目标 2 运动轨迹有交叉,假设目标存活概率为 1,检验概率为 0.95,观测站位于(0,0)。过程噪声 w_{k-1} 为高斯白噪声,方差为 $10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。 v_k 为量测噪声,其方位角误差的方差为 0.01 rad^2 ,距离误差的方差为 100 m^2 。蒙特卡罗仿真次数为 35 次,选取积分点为 2 个,每个目标分配的粒子数为 1000 个。采用评价指标为最优子模型分配(Optimal Subpattern Assignment,OSPA)距离,在这次仿真中对势估计的惩罚程度和对状态估计的惩罚程度都取值为 1。

目标跟踪模型为

$$X_k = F \cdot X_{k-1} + w_{k-1} \quad (27)$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & \sin \omega T / \omega & 0 & (\cos \omega T - 1) / \omega \\ 0 & \cos \omega T & 0 & -\sin \omega T \\ 0 & (1 - \cos \omega T) / \omega & 1 & \sin \omega T / \omega \\ 0 & \sin \omega T & 0 & \cos \omega T \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$Z(k) = \begin{pmatrix} \sqrt{(x(k) - x)^2 + (y(k) - y)^2} \\ \arctan \frac{y(k) - y}{x(k) - x} \end{pmatrix} + v(k) \quad (29)$$

3.2 仿真结果分析

仿真结果如图 1 ~ 图 6 所示。

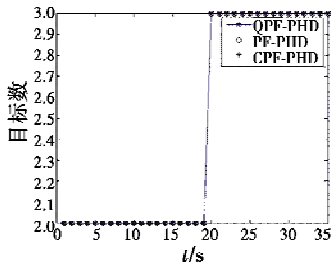


图 1 目标个数

Fig.1 Quantity of target

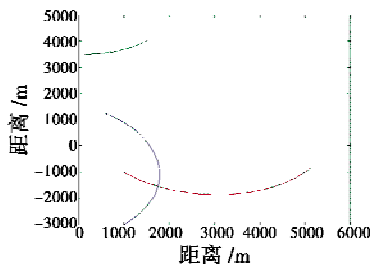


图 2 目标运动轨迹

Fig.2 The track of target motion

由图 1 可以看出,3 个跟踪算法所得出的目标个数估计都相同且与实际的目标数目一致, $t = 20 \text{ s}$ 时目标数出现变化,产生了一个新生目标。由图 3 ~ 图 5 可以看出,QPF-PHD 的跟踪精度要优于 CPF-PHD 和 PF-PHD,即跟踪精度 $\text{QPF-PHD} > \text{CPF-PHD} > \text{PF-PHD}$ 。即当跟踪目标 1 在 15 s 时,PF-PHD 的 OSPA 距离会急剧增大甚至出现了跟踪发散现象。由图 5 可以看出,当目标做曲线运动的时候,QPF-PHD 的 OSPA 距离误差

最小,算法估计值与实际轨迹最接近。从图 6 可以看出,QPF-PHD 算法跟踪性能要好于其他两个算法,体现了本文算法的跟踪优越性。

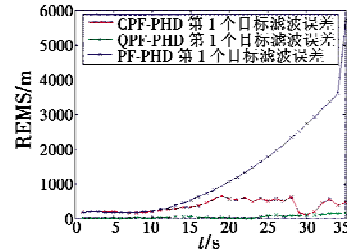


图 3 第 1 个目标 OSPA 距离

Fig.3 OSPA distance of the first target

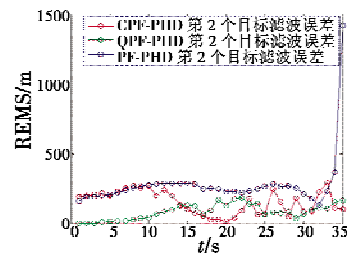


图 4 第 2 个目标 OSPA 距离

Fig.4 OSPA distance of the second target

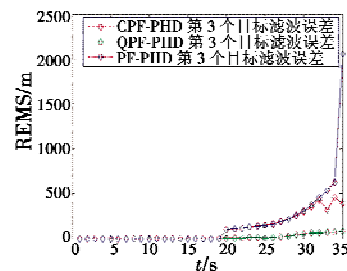


图 5 第 3 个目标 OSPA 距离

Fig.5 OSPA distance of the third target

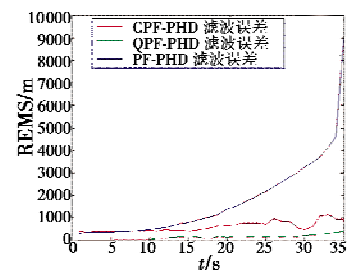


图 6 3 个目标总的 OSPA 距离图

Fig.6 Total OSPA distance of the three target

4 结论

本文结合了 QKF 算法和 PF-PHD 算法的优点提出了 QPF-PHD 跟踪算法,该算法用数值积分粒子滤波来实现概率假设密度滤波,解决了 PF-PHD 在计算转移概率密度时没有用到量测数据而引发的跟踪发散等问题。仿真结果表明,算法具有明显的跟踪效果,并且提

(下转第 41 页)