

# 多站测向交叉定位的加权最大似然估计算法及其精度分析

宗军君, 崔逊学

(陆军军官学院,合肥 230031)

**摘要:**为解决测向交叉定位中测向误差的标准方差受目标区域非均匀环境的影响,提出加权最大似然估计(WMLE)算法。该算法将目标距离引入到MLE算法当中,通过构造加权向量来弥补测向误差的标准方差随目标距离增加而增大的影响。理论分析表明,改进后的WMLE算法可进一步提高多站测向交叉定位系统的定位精度。

**关键词:**无源定位;测向;交叉定位;加权最大似然估计;误差分析

**中图分类号:** TN953 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)11-0011-03

## Algorithm of Weighted Maximum Likelihood Estimation in Multi-station DF Crossing Localization and Its Accuracy Analysis

ZONG Jun-jun, CUI Xun-xue

(Army Officer Academy, Hefei 230031, China)

**Abstract:** In Direction-Finding (DF) crossing localization, the standard deviation of DF error is influenced by the nonuniform environment of the target area. To solve the problem, we proposed a Weighted Maximum Likelihood Estimation (WMLE) algorithm. In this algorithm, the effect of the target distance was introduced into Maximum Likelihood Estimation (MLE). A weighted vector was constructed to control and compensate for the standard deviation of the DF error increasing with the target distance. Theoretical analysis showed that the algorithm of WMLE can further improve the accuracy of the multi-station DF crossing localization.

**Key words:** passive localization; Direction-Finding (DF); crossing localization; Weighted Maximum Likelihood Estimation (WMLE); error analysis

### 0 引言

无源声测定位具有隐蔽性好、保密性强、不易受干扰等特点,近年来受到了各国重视,并在军事领域得到长足的发展<sup>[1-3]</sup>。在其众多定位方法中,多站测向交叉定位是其中重要的一种,它是一种利用多站测向信息进行解算进而获得目标位置信息的方法,又称三角定位法<sup>[4]</sup>。其定位精度主要受测向精度、阵列数量、基站配置、定位算法等因素的影响,特别是在传感器设备受到约束、阵列配置更具有一般性的条件下,定位算法就成为影响定位精度的主要因素<sup>[5-6]</sup>。

近年来,已形成了一些较为成熟的定位算法,如最小二乘估计(LSE)、伪线性估计(PLS)、最大似然估计(MLE)等<sup>[7-9]</sup>,其中以MLE算法的估计性能较好。

在使用MLE算法对炸点声源测向交叉定位时,通常都假定各个声阵列(基阵)测向误差的标准方差( $\sigma$ )不变<sup>[10]</sup>,而事实上,目标区域并非均匀环境,经多次实验检验 $\sigma$ 的大小主要受目标距离远近的影响。因此,从估计误差控制的角度来看,在MLE算法中假定 $\sigma$ 不变往往会引起误差增大,造成估计值偏离真实值较远。为提高测向交叉定位系统的定位精度,本文在文献[8-9]提出的MLE算法基础之上进行改进,提出方差可变的加权最大似然估计(WMLE)算法,即通过设置加权函数来弥补非均匀环境对测向误差的影响。

### 1 定位原理

如图1所示,假设 $M$ 个炸点的坐标为 $X_m = (x_m, y_m, z_m)^T, m = 1, 2, \dots, M$ ,从第 $k$ 个基阵 $S_k = (x_k, y_k, z_k)^T, k = 1, 2, \dots, N$ ,测得炸点 $X_m$ 的方位角为 $\theta_{km}$ ,俯仰角为 $\varphi_{km}$ ,且各基阵的测向误差相互独立,服从零均值高斯白噪声分布,即满足 $\Delta\phi_k \sim N(0, \sigma_{\phi_k}^2), \hat{\phi}_k = \phi_k + \Delta\phi_k, \Delta\theta_k \sim N(0, \sigma_{\theta_k}^2), \hat{\theta}_k = \theta_k + \Delta\theta_k$ 。

收稿日期:2014-11-11

修回日期:2015-01-23

基金项目:国家自然科学基金(61170252)

作者简介:宗军君(1979—),男,安徽合肥人,讲师,博士生,研究方向为声测定位技术,数据融合算法等。

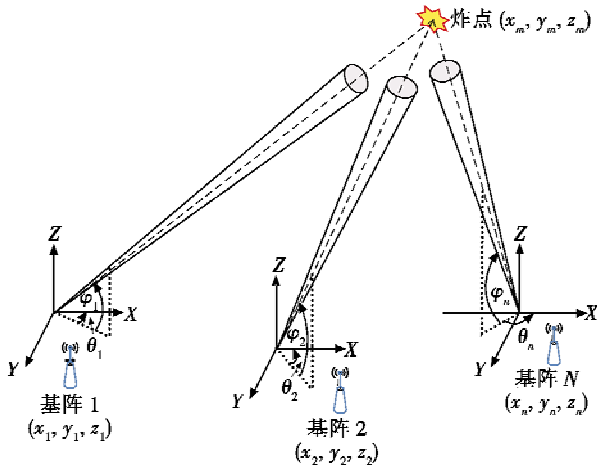


图1 多站测向交叉定位示意图

Fig. 1 3D multi-station DF crossing localization

由基阵与炸点之间的角度关系可得

$$\theta_k = \arctan \left( \frac{y - y_k}{x - x_k} \right) \quad (1)$$

$$\phi_k = \arctan \left( \frac{z - z_k}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right) \quad (2)$$

## 2 加权最大似然估计

由最大似然估计原理,可得到炸点坐标位置最大似然估计的价值函数,即

$$J_{ML}(X) = e^T(X) W^{-1} e(X) \quad (3)$$

式中: $W$ 为基阵测向误差的协方差矩阵; $e(X)$ 为误差向量,可分别表示成

$$W = \text{diag} \{ \sigma_{\theta_1}^2, \sigma_{\theta_2}^2, \dots, \sigma_{\theta_n}^2, \sigma_{\phi_1}^2, \sigma_{\phi_2}^2, \dots, \sigma_{\phi_n}^2 \} \quad (4)$$

$$e(X) = (\tilde{\theta}_1 - \theta_1(X), \dots, \tilde{\theta}_n - \theta_n(X), \tilde{\phi}_1 - \phi_1(X), \dots, \tilde{\phi}_n - \phi_n(X)) \quad (5)$$

因此,炸点坐标位置的估计值可表示为

$$\hat{X}_{ML} = \underset{X}{\text{argmin}} J_{ML}(X) \quad (6)$$

由于最大似然估计所求取的是一个非闭式解,需要引入数值搜索算法来求解。本文选取具有较好的批处理迭代极小化能力的高斯-牛顿迭代算法来求解。

用 $\hat{\phi}_k(X_i), \hat{\theta}_k(X_i)$ 表示第*i*次最大似然估计产生的炸点坐标位置的估计值相对于第*k*个基阵基准点的方位角和俯仰角,并简记为 $\hat{\phi}_k(i), \hat{\theta}_k(i)$ 。令*i*=0,进入以下循环迭代过程:计算 $\hat{\phi}_k(i) = \arctan \left( \frac{\hat{y}_i - S_k(y)}{\hat{x}_i - S_k(x)} \right)$ ,

$\hat{\theta}_k(i) = \arcsin \left( \frac{\hat{z}_i - S_k(z)}{\|X_i - S_k\|} \right)$ 。其中, $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i$ ,分别表示第*i*次估计得到的炸点位置的坐标值, $S_k(x), S_k(y), S_k(z)$ 分别表示第*k*个基阵位置的坐标值,且 $\|X_i - S_k\|$ 可表示为 $\|X_i - S_k\| = [(\hat{x}_i - S_k(x))^2 + (\hat{y}_i - S_k(y))^2 +$

$$(\hat{z}_i - S_k(z))^2]^{1/2}。$$

令 $e(X_i) = (\phi_1 - \hat{\phi}_1(i), \dots, \phi_n - \hat{\phi}_n(i), \theta_1 - \hat{\theta}_1(i), \dots, \theta_n - \hat{\theta}_n(i))^T$ ,是 $2n \times 1$ 维的误差向量。

令 $J_i =$

$$\begin{pmatrix} \frac{\sin \hat{\phi}_1(i)}{\hat{d}_{i1}} & \frac{-\cos \hat{\phi}_1(i)}{\hat{d}_{i1}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\sin \hat{\phi}_n(i)}{\hat{d}_{in}} & \frac{-\cos \hat{\phi}_n(i)}{\hat{d}_{in}} & 0 \\ \frac{\sin \hat{\theta}_1(i) \cos \hat{\phi}_1(i)}{\|X_i - S_1\|} & \frac{\sin \hat{\theta}_1(i) \sin \hat{\phi}_1(i)}{\|X_i - S_1\|} & \frac{-\cos^2 \hat{\theta}_1(i)}{\hat{d}_{i1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\sin \hat{\theta}_n(i) \cos \hat{\phi}_n(i)}{\|X_i - S_n\|} & \frac{\sin \hat{\theta}_n(i) \sin \hat{\phi}_n(i)}{\|X_i - S_n\|} & \frac{-\cos^2 \hat{\theta}_n(i)}{\hat{d}_{in}} \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中, $\hat{d}_{ik} = \sqrt{(\hat{x}_i - s_k(x))^2 + (\hat{y}_i - s_k(y))^2}$ ,则

$$X_{i+1} = X_i - (J_i^T W_i^{-1} J_i)^{-1} J_i^T W_i^{-1} e(X_i) \quad (8)$$

式中,坐标初值 $X_0$ 采用伪线性估计方法求出。

从以上高斯-牛顿迭代循环中可以看到,各个基阵方位角测向误差 $\sigma_\phi$ 、俯仰角测向误差 $\sigma_\theta$ 是不变的,而在实际定位当中,测向误差受目标与基阵之间距离的影响,通常会随距离的增大而增大。经实验确定目标距离为*d*时,方位角和俯仰角的测向误差分别为 $\sigma'_\phi, \sigma'_\theta$ ,则在高斯-牛顿迭代循环中,当目标距离为 $d_{ki}$ 时方位角和俯仰角的测向误差 $\sigma_{\phi_{ki}}, \sigma_{\theta_{ki}}$ 可表示为

$$\sigma_{\phi_{ki}} = (d_{ki}/d) \cdot \sigma_{\phi} \quad (9)$$

$$\sigma_{\theta_{ki}} = (d_{ki}/d) \cdot \sigma_{\theta} \quad (10)$$

则可得到基阵测向误差的协方差矩阵

$$W_i = \text{diag} \{ \sigma_{\theta_{i1}}^2, \sigma_{\theta_{i2}}^2, \dots, \sigma_{\theta_{in}}^2, \sigma_{\phi_{i1}}^2, \sigma_{\phi_{i2}}^2, \dots, \sigma_{\phi_{in}}^2 \} \quad (11)$$

## 3 仿真实验

### 3.1 实验条件

假设基站为6元均匀线阵,位于*x*轴上-3000~3000 m之间,炸点声源呈随机状态分布,坐标区间分别为: $X(-3000, 3000), Y(1000, 7000), Z(-500, 500)$ ,基站方位角 $\phi$ 与俯仰角 $\theta$ 的测向精度 $\sigma$ 分别为 $0.5^\circ, 1.0^\circ, 1.5^\circ, 2.0^\circ, 2.5^\circ, 3.0^\circ$ 。

### 3.2 实验结果及分析

图2~图4分别为本算法与伪线性估计(PLF)、最大似然估计(MLE)及克拉美-罗下界(CRLB)采用1000次蒙特卡罗实验估计的均方误差估计(RMSE)的

结果。图 2 为方位角和俯仰角测向误差的标准方差  $\sigma_\varphi$  和  $\sigma_\theta$  相等,同时从  $0.5^\circ$ 变化到  $3^\circ$ 时 RMSE 的变化曲线;图 3 为当方位角测向误差的标准方差  $\sigma_\varphi = 0.5^\circ$ ,而俯仰角测向误差的标准方差  $\sigma_\theta$  从  $0.5^\circ$ 变化到  $3^\circ$ 时 RMSE 的变化曲线;图 4 为当俯仰角测向误差的标准方差  $\sigma_\theta = 0.5^\circ$ ,而方位角测向误差的标准方差  $\sigma_\varphi$  从  $0.5^\circ$ 变化到  $3^\circ$ 时 RMSE 的变化曲线。

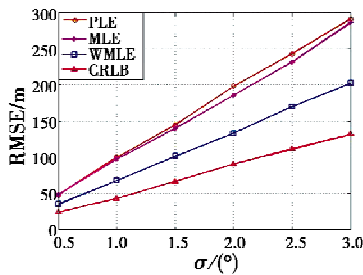


图 2 当  $\sigma_\varphi, \sigma_\theta$  同时变化时 RMSE 变化曲线

Fig. 2 Performance comparison of RMSE for  $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$

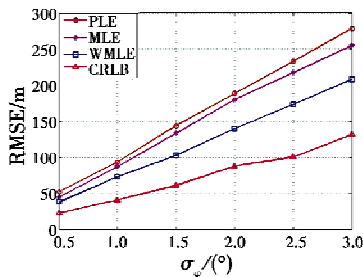


图 3 当  $\sigma_\theta = 0.5^\circ, \sigma_\varphi$  变化时 RMSE 变化曲线

Fig. 3 Performance comparison of RMSE for  $\sigma_\theta = 0.5^\circ$

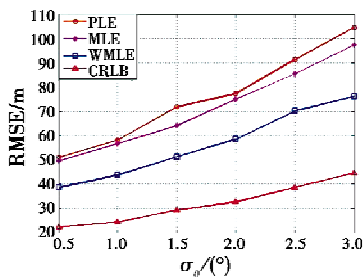


图 4 当  $\sigma_\varphi = 0.5^\circ, \sigma_\theta$  变化时 RMSE 变化曲线

Fig. 4 Performance comparison of RMSE for  $\sigma_\varphi = 0.5^\circ$

从实验结果可以得出以下结论。

1) 3 种算法的定位精度都随着测向误差标准方差的增大而降低,但综合来看 PLE 算法的定位精度最差,本文所介绍的 WMLE 算法定位精度最好,因为其最逼近于 CRLB,而 MLE 算法的定位精度正好介于 WMLE 算法与 PLE 算法之间。因此,在不改变测向交叉定位系统其他设备的条件下,选用 WMLE 算法可以进一步提高系统定位精度。

2) 当  $\sigma_\varphi$  或  $\sigma_\theta$  其中之一固定而另一个变化时,结论 1) 仍然成立,但比较图 3 和图 4 可以发现, RMSE 受  $\sigma_\varphi$  的影响要高于受  $\sigma_\theta$  的影响,即炸点声源测向交叉

定位精度受俯仰角测向误差的影响要明显高于方位角测向误差的影响。因此,在 3D 条件下,提高俯仰角的测向精度更有助于提高系统对炸点声源测向交叉定位的精度。

## 4 结论

本文对多站测向交叉定位算法进行了研究,在 MLE 算法的基础上,提出基于测向误差标准方差受目标距离远近影响的 WMLE 算法。实验表明,该算法定位精度要明显高于 PLE 算法的定位精度,且可弥补 MLE 算法在迭代过程中始终假设测向误差的标准方差  $\sigma$  固定不变的不足,改善非均匀环境对测向误差的影响,同 MLE 算法相比,WMLE 算法可进一步提高多站测向交叉定位系统的精度。

## 参考文献

- [1] 崔逊学,汪涛.地面无线定位技术[M].北京:电子工业出版社,2012. (CUI X X, WANG T. Ground-based wireless positioning [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2012. )
- [2] 蔡宗义,赵俊渭,许学忠,等.多基阵无源声测定位算法的研究与仿真[J].火力与指挥控制,2004,29(4):79-82. (CAI Z Y, ZHAO J W, XU X Z, et al. A study on algorithm of acoustic passive location with multiple arrays [J]. Fire Control and Command Control, 2004, 29(4): 79-82. )
- [3] BISHOP A A, PATHIRANA P N. A discussion on passive location discovery in emitter networks using angle-only measurements [C]//Proceedings of the 2006 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference, Vancouver, 2006:1337-1343.
- [4] 孙仲康,周一宇,何黎星.单多基地有源无源定位技术[M].北京:国防工业出版社,1996. (SUN Z K, ZHOU Y Y, HE L X. Active and passive location technology for single station and multi-station [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996. )
- [5] 李洪梅,陈培龙.三维多站测向交叉定位算法及精度分析[J].指挥控制与仿真,2007,29(2):54-59. (LI H M, CHEN P L. Algorithm and accuracy analysis for 3D direction-finding crossing location in multi-stations [J]. Command Control & Simulation, 2007, 29(2): 54-59. )
- [6] 王本才.多站无源定位最佳配置分析[J].中国科学:信息科学,2011,41(10):1251-1267. (WANG B C. Optimal allocation of multi-sensor passive localization [J]. Scientia Sinica: Informations, 2011, 41(10): 1251-1267. )
- [7] KOSTAS E B, MAX G, LYDIA E K. Evaluation of algorithms for bearing-only SLAM [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, (下转第 47 页)