

## 四旋翼无人机 $SO(3)$ 快速终端滑模姿态控制器设计

吴文海<sup>1</sup>, 刘锦涛<sup>1</sup>, 李静<sup>2</sup>, 杨维保<sup>3</sup>

(1. 海军航空工程学院青岛校区, 山东 青岛 266041; 2. 海军航空工程学院战略导弹系, 山东 烟台 264200;  
3. 中国人民解放军91423部队, 山东 莱阳 265200)

**摘要:** 为实现四旋翼大姿态角快速跟踪控制, 在  $SO(3)$  空间中设计了一种非奇异快速终端滑模控制器, 所设计的控制具有较为简洁的结构, 避免了欧拉角姿态表示奇异及局部线性化的问题。改进的趋近律可加速系统远离滑模态的趋近速度且能有效去除抖振; 通过 Lyapunov 稳定性理论对所设计的控制器进行了严格的稳定性证明; 最后进行了姿态控制仿真, 结果表明姿态跟踪迅速、精度高且抖振小。

**关键词:** 特殊正交群; 终端滑模变结构; 姿态控制; 四旋翼无人机

**中图分类号:** TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)11-0006-05

## Design of a Fast Terminal Sliding Mode Attitude Controller on $SO(3)$ for Quadrotor UAVs

WU Wen-hai<sup>1</sup>, LIU Jin-tao<sup>1</sup>, LI Jing<sup>2</sup>, YANG Wei-bao<sup>3</sup>

(1. Qingdao Branch, Naval Aeronautical Engineering Academy, Qingdao 266041, China; 2. Department of Strategic Missile Engineering, Naval Aeronautical Engineering Academy, Yantai, 264200, China; 3. No. 91423 Unit of PLA, Laiyang 265200, China)

**Abstract:** To implement fast tracking control of large angle maneuvering of quadrotor UAVs, a nonsingular fast terminal sliding mode controller with more compact structure is designed on the  $SO(3)$ , which eliminates the singularity of Euler angle description and the problem of local linearization. The modified reaching law can accelerate the system approaching speed when far from the sliding state, and eliminate the chattering effectively. The stability of the controller is proved by using the Lyapunov stability theory. The simulation results show that the attitude is tracked quickly with high precision and low chattering.

**Key words:** special orthogonal group; terminal sliding mode variable structure; attitude control; quadrotor UAV

### 0 引言

四旋翼无人机在诸多领域已得到广泛应用, 其飞行控制问题也得到了国内外研究人员的广泛关注。四旋翼姿态控制器的设计是其飞行控制的核心, 且性能和鲁棒性要求严格。姿态运动模型具有明显的非线性, 目前, 四旋翼飞行器常用的控制方法仍然基于线性化模型进行。一些先进的控制方法如滑模变结构控制<sup>[1-7]</sup>、鲁棒自适应控制<sup>[6,8-11]</sup>、反演控制<sup>[4,7,12-14]</sup>等先后被用于解决四旋翼无人机的控制问题, 取得了良好的控制效果。但由于欧拉角姿态表示存在奇异性且需

要对模型进行线性化, 难以实现大角度控制。

本文将在  $SO(3)$  空间中建立四旋翼无人机姿态误差模型。为提高系统对参数摄动和外部扰动的鲁棒性, 本文基于  $SO(3)$  误差模型设计了一种快速终端滑模控制器 (NTFS), 对双幂次趋近律<sup>[15]</sup>进行了改进, 实现了非奇异, 可加速系统远离滑模态的趋近速度且能有效地去除抖振, 通过 Lyapunov 稳定性证明得到能够使系统全局稳定的控制器。最后, 通过仿真验证了所设计控制器的大角度动态跟踪性能。

### 1 问题描述

本文研究的四旋翼无人机结构如图 1 所示。图中:  $e_1, e_2, e_3$  为惯性参考坐标系;  $b_1, b_2, b_3$  为机体参考坐标系,  $b_1, b_2$  位于 4 个旋翼中心确定的平面内, 分别与四旋翼无人机的两轴重合, 第 3 轴  $b_3$  与  $b_1, b_2$  满足右手

收稿日期: 2014-12-19 修回日期: 2015-01-14

基金项目: 国家自然科学基金 (11461075)

作者简介: 吴文海 (1962—), 男, 江苏泰兴人, 博士, 教授, 研究方向为精确制导与飞行控制。

定则。从机体参考坐标系至惯性参考坐标系的旋转矩阵(又称姿态矩阵)构成特殊正交群 SO(3),具有以下性质  $\{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} | R^T R = I, \det R = 1\}$ 。

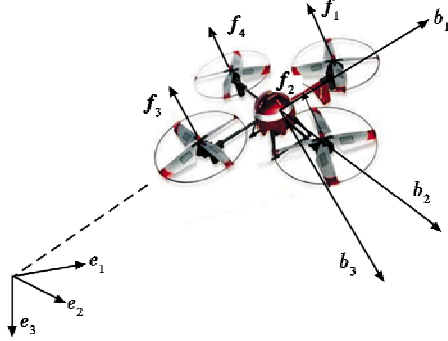


图 1 四旋翼无人机模型

Fig. 1 The model of quadrotor UAV

四旋翼无人机的姿态运动方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{R}(t) = R(t)\hat{\Omega}(t) \\ J\dot{\Omega}(t) + \Omega(t) \times J\Omega(t) = M(t) + \Delta_R \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为四旋翼无人机相对机体坐标系的转动惯量矩阵;  $R(t) \in \text{SO}(3)$  为从机体坐标系到惯性坐标系的转换矩阵;  $\Omega(t) \in \mathbb{R}^3$  为四旋翼无人机在机体坐标系中的角速度;  $M(t) \in \mathbb{R}^3$  为控制力矩矢量;  $\Delta_R \in \mathbb{R}^3$  为干扰力矩, 假设  $\Delta_R$  未知且有界, 满足  $\|\Delta_R\| \leq \delta_R$ ; hat 映射  $\hat{\cdot}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \text{SO}(3)$  定义为使得  $\hat{x}y = x \times y$  对任意  $x, y \in \mathbb{R}^3$  均成立的映射关系, hat 映射的逆映射表示为 vee 映射  $\text{vee}: \text{SO}(3) \rightarrow \mathbb{R}^3$ 。

四旋翼无人机在机体坐标系中的力矩矢量<sup>[16-17]</sup>可表示为

$$\begin{pmatrix} f \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -d & 0 & d \\ d & 0 & -d & 0 \\ -c_{rf} & c_{rf} & -c_{rf} & c_{rf} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式(2)中系数矩阵的行列式为  $8c_{rf}d^2$ , 当  $c_{rf} \neq 0$  且  $d \neq 0$  时它是可逆的, 因此对于给定的推力大小和力矩矢量  $M$ , 每个螺旋桨的推力都可以通过式(2)得到。利用该等式, 可将推力大小  $f \in \mathbb{R}$  和力矩矢量  $M \in \mathbb{R}^3$  看作四旋翼无人机系统的控制输入量  $u_1(t)$  和  $u(t)$ 。

控制目标: 给定期望的状态轨迹  $R_d(t), \Omega_d(t)$ , 设计控制器  $u$ , 使得系统状态量  $R(t), \Omega(t)$  全局指数收敛到各自的期望轨迹。

为简化推导, 在本文后面的推导中, 将视情省略时间变量  $t$ , 例如将  $R(t)$  表示为  $R$ 。本文中  $\|\cdot\|$  定义为向量的 2 范数,  $\|\cdot\|_F$  定义为矩阵的 Frobenius 范数。

对任意的  $x, y \in \mathbb{R}^3, A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, R \in \text{SO}(3)$ , hat 映射和 vee 映射具有如下基本性质<sup>[9]</sup>

$$\hat{x}y = x \times y = -y \times x = -\hat{y}x - \frac{1}{2}\text{tr}[\hat{x}\hat{y}] = x^T y \quad (3)$$

$$\text{tr}[\hat{x}A] = \text{tr}[A\hat{x}] = \frac{1}{2}\text{tr}[\hat{x}(A - A^T)] = -x^T(A - A^T)^V \quad (4)$$

$$\hat{x}A + A^T\hat{x} = (\{\text{tr}[A]I_{3 \times 3} - A\}x)^\wedge \quad (5)$$

$$R\hat{x}R^T = (Rx)^\wedge \quad (6)$$

对于式(1)系统, 建立其误差模型<sup>[8]</sup>如下所述。  
定义

$$e_R = \frac{1}{2}(R_d^T R - R^T R_d)^V \quad (7)$$

$$e_\Omega = \Omega - R^T R_d \Omega_d \quad (8)$$

显然,  $e_R, e_\Omega \in \mathbb{R}^3$ 。

其误差状态方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_R = E(R, R_d)e_R \\ \dot{e}_\Omega = J^{-1}(-\Omega \times J\Omega + u + \Delta_R) - \alpha_d \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} E(R, R_d) = \frac{1}{2}(\text{tr}(R^T R_d)I - R^T R_d) \\ \alpha_d = (R^T R_d \dot{\Omega}_d - \hat{\Omega} R^T R_d \Omega_d) \end{cases} \quad (10)$$

观察式(9)可知  $e_\Omega$  是比  $e_R$  高阶的状态量。由式(9)可得二阶误差方程

$$\ddot{e}_R = \dot{E}(R, R_d)e_\Omega + E(R, R_d)\dot{e}_\Omega = \frac{1}{2}(\text{tr}(\delta_d)I - \delta_d)e_\Omega + E(R, R_d)(J^{-1}(-\Omega \times J\Omega + u + \Delta_R) - \alpha_d) \quad (11)$$

式中,  $\delta_d = R^T R_d \hat{\Omega}_d - \hat{\Omega} R^T R_d \Omega_d$ 。

下面分析  $E(R, R_d)$  奇异性: 令  $Q = R_d^T R \in \text{SO}(3)$ , 根据罗德里格斯公式, 存在  $x \in \mathbb{R}^3$ , 其中  $\|x\| \leq \pi$ , 使得<sup>[18]</sup>

$$Q = \exp \hat{x} = I + \frac{\sin \|x\|}{\|x\|} \hat{x} + \frac{(1 - \cos \|x\|)}{\|x\|^2} \hat{x}^2 \quad (12)$$

利用 Matlab Symbolic Computation Tool, 可求得矩阵  $Q$  的特征值为

$$\begin{cases} \lambda_Q^1 = 1 \\ \lambda_Q^2 = \cos \|x\| + \sin \|x\| i \\ \lambda_Q^3 = \cos \|x\| - \sin \|x\| i \end{cases} \quad (13)$$

由此可得

$$\text{tr}(R^T R_d) = \sum_{j=1}^3 \lambda_Q^j = 1 + 2\cos \|x\| \quad (14)$$

对于式(7)、式(8)所描述的模型, 利用式(13)和式(14)可得  $E(R, R_d)$  的特征值为

$$\begin{cases} \lambda_E^1 = \cos \|x\| \\ \lambda_E^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos \|x\| - \sin \|x\| i) \\ \lambda_E^3 = \frac{1}{2}(1 + \cos \|x\| + \sin \|x\| i) \end{cases} \quad (15)$$

进一步得

$$\det(E(R, R_d)) = \prod_{j=1}^3 \lambda_E^j = \frac{1}{2}\cos \|x\| (1 + \cos \|x\|) \quad (16)$$

式(16)表明  $E(\mathbf{R}, \mathbf{R}_d)$  仅在  $\|\mathbf{x}\| = \pi/2$  和  $\|\mathbf{x}\| = \pi$  时是不可逆的。

## 2 控制系统设计及稳定性分析

### 2.1 控制器设计

选取 NFTSM<sup>[19]</sup>滑模面如下形式

$$\mathbf{S} = \mathbf{e}_R + m_1^{-1} |\mathbf{e}_R|^c \cdot \text{sgn } \mathbf{e}_R + m_2^{-1} |\dot{\mathbf{e}}_R|^d \cdot \text{sgn } \dot{\mathbf{e}}_R \quad (17)$$

注:在实际工程应用中,对  $\mathbf{e}_R$  的直接微分很可能导致噪声信息的放大,本文利用陀螺测量的角速度值及期望加速度值通过式(8)得到  $\mathbf{e}_\Omega$ ,再由式(9)计算得到  $\dot{\mathbf{e}}_R$ 。

在文献[15,20]的基础上,设计一种无奇异趋近律,通过在趋近律中增加高幂次项,构成双幂次形式,可加快远离平衡点时的趋近速度,通过抵消状态负指数项,可有效避免远离平衡点时可能出现的“收敛停滞”现象。选取双指数趋近律<sup>[15]</sup>,为抵消控制器设计中的负指数项,点乘向量  $|\dot{\mathbf{e}}_R|^{d-1}$  项,最终得到趋近律如下所示

$$\dot{\mathbf{S}} = (-k_1 |\mathbf{S}|^a \cdot \text{sgn } \mathbf{S} - k_2 |\mathbf{S}|^b \cdot \text{sgn } \mathbf{S} \cdot |\dot{\mathbf{e}}_R|^{d-1}) \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{S} = (s_1(t), s_2(t), s_3(t))^T$ ;  $\text{sgn } \mathbf{S} = (\text{sgn } s_1, \text{sgn } s_2, \text{sgn } s_3)^T$ 。

定义运算:  $|\mathbf{S}|^b \cdot \text{sgn } \mathbf{S} = (|s_1|^b \text{sgn } s_1, |s_2|^b \text{sgn } s_2, |s_3|^b \text{sgn } s_3)^T$ ,其他亦同。其中,参数取值范围为  $a, b, c, d \in \mathbf{R}^+$ ,  $a > 1, b < 1, 1 < d < 2, c > d > 1, k_1, k_2, m_1, m_2 \in \mathbf{R}^+$ 。

将  $E(\mathbf{R}, \mathbf{R}_d)$  简写为  $E, E^{-1}$  为逆阵,最终可得到如下的控制器

$$\mathbf{u} = \mathbf{J}E^{-1} \left( -\mathbf{f} - \frac{1}{d} m_2 (\mathbf{A} + \mathbf{B}) \right) \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{A} = (k_1 |\mathbf{S}|^a \text{sgn } \mathbf{S} + k_2 |\mathbf{S}|^b \text{sgn } \mathbf{S})$ ;  $\mathbf{B} = (E\mathbf{e}_\Omega)^{2-d} \cdot$

$$\text{sgn } (E\mathbf{e}_\Omega) \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{e}_R^{c-1} \text{sgn } \mathbf{e}_R \right); \mathbf{f} = \frac{1}{2} (\text{tr } (\boldsymbol{\delta}_d) \mathbf{I} -$$

$\boldsymbol{\delta}_d) \mathbf{e}_\Omega + E[\mathbf{J}^{-1}(-\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega}) - \boldsymbol{\alpha}_d]$ 。由于  $1 < d < 2, c > d > 1$ ,故式(19)中的指数皆大于零,此时控制律无奇异。

### 2.2 “收敛停滞”分析

$$\text{设 } \mathbf{e}_R = \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{pmatrix}, \dot{\mathbf{e}}_R = \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix}, \text{由于式(18)趋近律中存在}$$

$\dot{\mathbf{e}}_R$  指数项,如果参数选取不当,  $\dot{\mathbf{e}}_R$  中的  $x_{21}, x_{22}, x_{23}$  某一项先于  $\mathbf{S}$  中对应的  $s_1, s_2, s_3$  趋近于零,会使收敛速度相当缓慢,称为“收敛停滞”问题<sup>[19]</sup>。双幂次趋近律由于增加了  $\mathbf{S}$  的高次项,可加速在  $e_{1i}, e_{2i} \gg 1, i = 1, 2, 3$  时的收敛速度,由于向量展开后的结构对称性,展开后取其中一项  $(x_{1i}, x_{2i}, s_i) \in \{(x_{11}, x_{21}, s_1), (x_{12}, x_{22}, s_2), (x_{13}, x_{23}, s_3)\}$  进行如下分析。

收敛停滞时,  $\dot{x}_{2i} \approx 0$ ,由式(9)、式(19)得

$$(k_{1i} |s_i|^a \text{sgn } s_i + k_{2i} |s_i|^b \text{sgn } s_i) + |x_{2i}|^{2-d} \text{sgn } x_{2i} (1 + cm_{1i} |x_{1i}|^{c-1} \text{sgn } x_{1i}) \approx 0 \quad (20)$$

当  $x_{1i}, x_{2i} \gg 1$  时,有  $k_{1i} |s_i|^a \text{sgn } s_i + k_{2i} |s_i|^b \text{sgn } s_i \approx k_{1i} |x_{1i}|^{ad} \text{sgn } x_{1i}, 1 + cm_{1i} |x_{1i}|^{c-1} \text{sgn } x_{1i} \approx cm_{1i} |x_{1i}|^{c-1} \cdot \text{sgn } x_{1i}$ 。

整理式(20)得

$$\dot{x}_{1i} \approx -(k_{1i} cm_{1i})^{\frac{1}{a+b}} |x_{1i}|^{\frac{ad+b}{a+b}} \text{sgn } x_{1i} \quad (21)$$

由于  $a > 1, |x_{1i}| > 1$ ,由上式可见增大  $a$  可加速  $x_{1i}$  收敛速度。同理,当  $x_{1i}, x_{2i} \ll 1$  时,有

$$k_{1i} |s_i|^a \text{sgn } s_i + k_{2i} |s_i|^b \text{sgn } s_i \approx k_{1i} |x_{1i}|^{ad} \text{sgn } x_{1i} \text{ 和 } 1 + cm_{1i} |x_{1i}|^{c-1} \text{sgn } x_{1i} \approx 1 \text{ 可简化为}$$

$$\dot{x}_{1i} = x_{2i} \approx -(k_{2i})^{\frac{1}{a+b}} |x_{1i}|^{\frac{b}{a+b}} \text{sgn } x_{1i} \quad (22)$$

参数  $a, b, c, d$  为系统结构参数,  $k_{1i}, k_{2i}$  为系统比例系数,为消除收敛停滞现象,应满足  $k_{1i} cm_{1i} > 1, k_{2i} > 1$  或  $\frac{ad-c+1}{2-d} > 1$  (整理得,  $ad-c+d > 1$ ),观察式(21),

由于  $x_{1i}$  存在指数  $a > 1$ ,可加快收敛速度。

### 2.3 稳定性分析

所设计的 SO(3) 滑模变结构控制系统的稳定性可总结为如下的定理。

**定理** 对于式(1)所示的四旋翼无人机姿态控制系统,假设  $\det(E(\mathbf{R}, \mathbf{R}_d)) \neq 0$ ,采用式(17)所示的滑模面,式(19)控制器系数满足  $k_1, k_2 \geq dm_2^{-1} \|\mathbf{J}^{-1}\| \delta_R$ ,系统是全局指数渐近稳定的。

**证明** 选取  $\mathbf{S} = \mathbf{e}_R + m_1^{-1} |\mathbf{e}_R|^c \cdot \text{sgn } \mathbf{e}_R + m_2^{-1} |\dot{\mathbf{e}}_R|^d \cdot \text{sgn } \dot{\mathbf{e}}_R$ ,构建 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (23)$$

由于

$$\dot{\mathbf{S}} = \dot{\mathbf{e}}_R + cm_1^{-1} (|\mathbf{e}_R|^{c-1} \cdot \text{sgn } \mathbf{e}_R) \cdot \dot{\mathbf{e}}_R + dm_2^{-1} (|\dot{\mathbf{e}}_R|^{d-1} \cdot \text{sgn } \dot{\mathbf{e}}_R) \cdot \ddot{\mathbf{e}}_R \quad (24)$$

将控制律式(19)代入式(11)得到  $\dot{\mathbf{e}}_R$ ,再代入到式(24)可得  $\dot{\mathbf{S}} = (-k_1 |\mathbf{S}|^a \cdot \text{sgn } \mathbf{S} - k_2 |\mathbf{S}|^b \text{sgn } \mathbf{S} + dm_2^{-1} \mathbf{J}^{-1} \mathbf{E} \boldsymbol{\Delta}_R) \cdot |\dot{\mathbf{e}}_R|^{d-1}$ 。对所设计的 Lyapunov 函数求导:  $\dot{V} = \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^T \mathbf{D} (-k_1 |\mathbf{S}|^a \cdot \text{sgn } \mathbf{S} - k_2 |\mathbf{S}|^b \text{sgn } \mathbf{S} + dm_2^{-1} \mathbf{J}^{-1} \mathbf{E} \boldsymbol{\Delta}_R)$ 。其中,  $\mathbf{D} = \text{diag} (|\dot{\mathbf{e}}_{R1}|^{d-1}, |\dot{\mathbf{e}}_{R2}|^{d-1}, |\dot{\mathbf{e}}_{R3}|^{d-1})$ ,由于  $\|\mathbf{E}\| \leq 1$ <sup>[8]</sup>,  $\|\boldsymbol{\Delta}_R\| \leq \delta_R$ ,

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^3 |\dot{\mathbf{e}}_{Ri}|^{d-1} (k_1 |s_i|^{a+1} + k_2 |s_i|^{b+1}) + dm_2^{-1} \|\mathbf{J}^{-1}\| \sum_{i=1}^3 |\dot{\mathbf{e}}_{Ri}|^{d-1} |s_i| \delta_R \quad (25)$$

当  $k_1, k_2 \geq dm_2^{-1} \|\mathbf{J}^{-1}\| \delta_R$  时,  $\dot{V} \leq 0$ ,此时系统是指数渐近稳定的。

证毕。

### 3 仿真分析

设目标飞行器的转动惯量

$$J = \begin{pmatrix} 0.43 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0.43 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 1.02 \times 10^{-2} \end{pmatrix}, \text{单}$$

位为  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ , 质量  $m = 0.455 \text{ kg}$ 。

滑模控制器参数设为  $a = 2, b = 1/2, c = 7/3, d = 5/3, k_1 = k_2 = 20.5, m_1 = 0.1, m_2 = 8$ 。

增大  $M_2$  可加速滑模收敛速度,但同时会产生比较大的控制输出,可能导致出现输出饱和。增大  $k_1, k_2$  可增加趋近速度,但过大会加剧颤振以及产生超调。在参数选择上应折衷考虑以上情况。

四旋翼设为零初始条件(位置、速度、姿态、角速度均为 0),仿真时间为 0.5 s。

仿真 1 阶跃指令  $\phi_d = 30^\circ, \theta_d = 40^\circ, \psi_d = 50^\circ$ , 构

$$\text{成 } R_d = \begin{pmatrix} 0.4929 & -0.4568 & 0.7408 \\ 0.5868 & 0.8029 & 0.1050 \\ -0.6428 & 0.3830 & 0.6634 \end{pmatrix}。$$

仿真结果如图 2 所示。当大角度指令时,姿态误差函数  $e_R$ (见图 2a)、姿态误差变化率函数  $\dot{e}_R$ (见图 2b)和滑模面  $S$ (见图 2c)都能在较短的时间内收敛,且控制器力矩输出也较为平滑(见图 2d)。

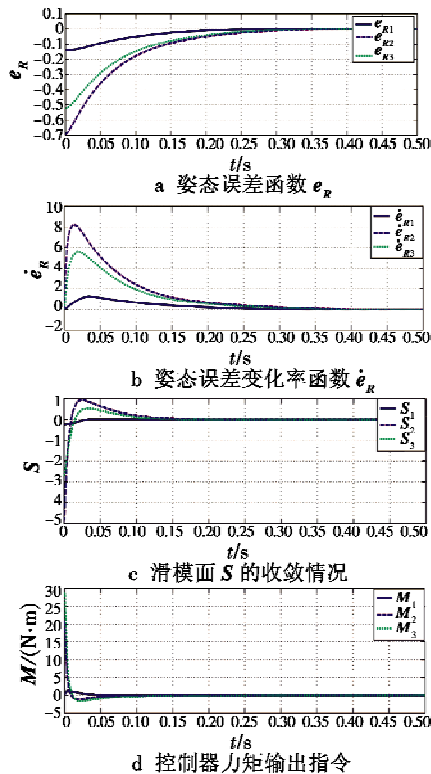


图 2 仿真 1 结果

Fig. 2 Result of simulation 1

仿真 2 设置转动跟踪指令  $R_d(t) = \exp(\pi t \hat{e}_3) \cdot \exp(4\pi t \cdot \hat{e}_2)$ , 姿态跟踪仿真结果如图 3 所示。当动态跟踪时,姿态误差函数  $e_R$ (见图 3a)、姿态误差变化率函数  $\dot{e}_R$ (见图 3b)和滑模面  $S$ (见图 3c)都能在较短的时间内收敛,且控制器力矩输出也较为平滑(见图 3d)。

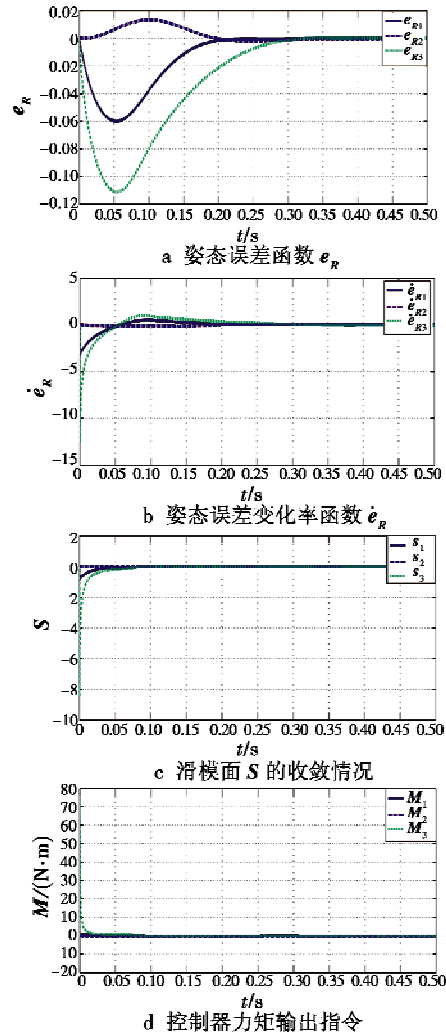


图 3 仿真 2 结果

Fig. 3 Result of simulation 2

### 4 结论

本文建立了适用于滑模变结构控制的 SO(3) 姿态误差模型,并以该模型为控制对象,设计了一种 NTFS 控制器,并对其趋近律进行了改进,得到了系统几乎全局稳定的结论,实现了对四旋翼无人机的 SO(3) 滑模变结构控制。仿真试验表明,所提出的终端滑模变结构控制方法具有快速而良好的跟踪性能。本文所提出 NTFS 控制器可应用于类似的刚体姿态控制系统,具有良好的可推广性。

### 参考文献

[1] ZHENG E, XIONG J. Quad-rotor unmanned helicopter con-

- trol via novel robust terminal sliding mode controller and under-actuated system sliding mode controller [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2014 (125):2817-2825.
- [2] ZHENG E H, XIONG J J, LUO J L. Second order sliding mode control for a quadrotor UAV [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4):1350-1356.
- [3] LEE D, KIM H J, SASTRY S. Feedback linearization vs adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2009, 7(3):419-428.
- [4] BOUABDALLAH S, SIEGWART R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor [C]//*International Conference on Robotics and Automation, Proceedings of the 2005 IEEE, Barcelona, 2005*: 2247-2252.
- [5] XU R, OZGUNER U. Sliding mode control of a quadrotor helicopter [C]//*The 45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, 2006*:4957-4962.
- [6] EFE M O. Robust low altitude behavior control of a quadrotor rotorcraft through sliding modes [C]//*Mediterranean Conference on Control & Automation, Athens, 2007*:1-6.
- [7] BOUADI H, BOUCHOUCHA M, TADJINE M. Sliding mode control based on backstepping approach for an UAV type-quadrotor [J]. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2007(26):22-27.
- [8] LEE T, LEOK M, MCCLAMROCH N H. Nonlinear robust tracking control of a quadrotor UAV on  $SE(3)$  [J]. *Asian Journal of Control*, 2013 (15):391-408.
- [9] LEE K, BACK J, CHOY I. Nonlinear disturbance observer based robust attitude tracking controller for quadrotor UAVs [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2014, 12(6):1266-1275.
- [10] LEE T, CHANDIRAMANI J, GUTIERREZ H. Robust adaptive geometric tracking controls on  $SO(3)$  with an application to the attitude dynamics of a quadrotor UAV [C]//*Conference on Decision and Control, Orlando, 2011*:7380-7385.
- [11] MOKHTARI A, BENALLEGUE A, DAACHI B. Robust feedback linearization and  $GH_\infty$  controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle [C]//*IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing, 2005*:1198-1203.
- [12] MADANI T, BENALLEGUE A. Backstepping control for a quadrotor helicopter [C]//*IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing, 2006*: 3255-3260.
- [13] DAS A, LEWIS F, SUBBARAO K. Backstepping approach for controlling a quadrotor using lagrange form dynamics [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2009, 56(1/2):127-151.
- [14] FANG Z, GAO W. Adaptive integral backstepping control of a micro-quadrotor [C]//*The 2nd International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP), 2011*:910-915.
- [15] 梅红,王勇.快速收敛的机器人滑模变结构控制[J].*信息与控制*,2009,38(5):552-557.(MEI H, WANG Y. Fast convergent sliding mode variablestructure control of robot[J].*Information and Control*,2009,38(5):552-557.)
- [16] MAHONY R, KUMAR V, CORKE P. Multirotor aerial vehicles: modeling, estimation, and control of quadrotor [J]. *Robotics & Automation Magazine, IEEE*, 2012, 19(3):20-32.
- [17] LEE T, LEOK M, MCCLAMROCH N H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on  $SE(3)$  [C]//*Conference on Decision and Control, Atlanta, 2010*:5420-5425.
- [18] LEE T. Exponential stability of an attitude tracking control system on  $SO(3)$  for large-angle rotational maneuvers [J]. *Systems and Control Letters*, 2012(61):231-237.
- [19] 李升波,李国强,王建强.非奇异快速的终端滑模控制方法[J].*信息与控制*,2009,38(1):1-8.(LI S B, LI K Q, WANG J Q. Nonsingular and fast terminal sliding mode control method [J].*Information and Control*,2009,38(1):1-8.)
- [20] 张合新,范金锁,孟飞.一种新型滑模控制双幂次趋近律[J].*控制与决策*,2013,28(2):289-293.(ZHANG H X, FAN J S, MENG F. A new double power reaching law for sliding mode control [J].*Control and Decision*,2013,28(2):289-293.)



请扫描二维码关注我刊