

混沌同步非线性观测器设计及其在信号加密中的应用

沈志萍¹, 闫荣¹, 邬依林²

(1. 河南师范大学数学与信息科学学院, 大数据统计分析与优化控制河南省工程实验室, 河南 新乡 453007;

2. 广东第二师范学院计算机科学系, 广州 510310)

摘要: 针对一类状态不能全部测量且含有不确定因素的混沌系统的同步问题, 基于LMI方法设计了一个非线性观测器; 观测器增益和混沌系统同步控制器的实际设计可以通过求解一个线性矩阵不等式获得; 另外利用设计的观测器, 给出了一个保密通信方案。最后通过对蔡氏电路数值模拟验证了所提方法的有效性。

关键词: 保密通信; 混沌系统; 混沌同步; 观测器; LMI方法

中图分类号: TN956; O221.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)10-0102-05

Chaos Synchronization Nonlinear Observer Design and Its Application in Secure Communication

SHEN Zhi-ping¹, YAN Rong¹, WU Yi-lin²

(1. Henan Engineering Laboratory for Big Data Statistical Analysis and Optimal Control, School of

Mathematics and Information Sciences, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;

2. Department of Computer Science, Guangdong University of Education, Guangzhou 510310, China)

Abstract: To the synchronization problem of the chaotic systems with uncertainties and not all the state variables are measured, a nonlinear observer is designed based on Linear Matrix Inequality (LMI) method. Assuming that the nonlinear variable satisfies a certain condition, the designed controller will synchronize with the drive system. The existence of the controller is given in terms of a LMI, and the design of the controller is obtained by solving the LMI. Moreover, a secure communication scheme is given by using the observer designed. Finally, analysis of the synchronization system and numerical simulation are presented to show that the method proposed is effective.

Key words: secure communication; chaotic system; chaos synchronization; observer; LMI approach

0 引言

混沌系统是一种特殊的非线性系统, 由于它对初值具有极度敏感性, 混沌系统的同步曾一度被认为是控制界的难点。自从 PECORA 和 CARROL^[1-2] 于 20 世纪 90 年代初首先提出用 PC 方法实现混沌系统同步后, 混沌同步已经引起了学者们的广泛关注, 并随之出现了多种同步方法^[3-10]。

近年来, 混沌同步已广泛应用于工程领域, 如保密通信、化学化工、航空航天等, 其中在混沌通信中, 混沌

系统的参数被调制成信息的携带者, 它能在接收端通过混沌同步被解码。利用混沌信号的复杂性和连续宽频带, 将有用信号隐藏在其中, 从而达到保密通信的目的。具体实现混沌保密通信, 接收端和发送端混沌同步是前提。在各种同步方法中, 观测器方法是一种较为理想的同步方法^[11-15], 它易于工程实现, 且不需要计算 Lyapunov 指数。其中, 文献[12]将状态观测器设计与相空间重构起来, 用任意标量信号同步一类混沌系统, 但其所设计的控制器较复杂; 文献[13-14]基于状态观测器方法实现了混沌系统的同步, 其设计过程中需知道系统的精确模型; 文献[15]通过设计一个非线性状态观测器的方法来实现混沌系统同步, 但存在两个缺点: 1) 要求系统所有状态变量均有界, 而在系统未实现同步前假设观测器状态是有界的缺乏理论依据; 2) 所给的控制律, 虽然能实现同步, 但是当所需控制能量很

收稿日期: 2014-11-10

修回日期: 2015-07-17

基金项目: 国家自然科学基金(61203293); 广东省自然科学基金(S2012010008462)

作者简介: 沈志萍(1984—), 女, 河南驻马店人, 博士, 讲师, 研究方向为网络控制、混沌控制、最优控制、鲁棒控制等。

大时,很难正确估计控制增益的大小。基于上述讨论,本文在文献[15]的基础上进行了改进,利用线性矩阵不等式(LMI)方法给出了混沌系统同步的充分条件和控制器设计方法,所得到的控制器结构简单且易于实现,克服了文献[12-15]中方法的不足,最后利用所设计的观测器,给出了一个保密通信方案,并通过对蔡氏电路数值模拟验证了所提方法的有效性。

1 问题的描述

考虑如下—类混沌系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + g(x(t), t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态,不完全可测; $y(t) \in \mathbf{R}^r$ 为系统输出; $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $C \in \mathbf{R}^{r \times n}$ 为常数矩阵且 (A, C) 可观; $g(x(t), t): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为非线性向量函数。

由于式(1)系统状态不完全可测,本文的目的是利用观测器实现混沌系统同步。

引理 1^[16] 对任意适维向量 a, b 和任意常数 $\varepsilon > 0$, 下面不等式成立

$$2a^T b \leq \varepsilon a^T a + \varepsilon^{-1} b^T b。$$

引理 2^[16] (舒尔补引理)对给定的对称矩阵 $S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$, 其中, S_{11} 是 $r \times r$ 维的。以下 3 个条件是等价的: 1) $S < 0$; 2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$; 3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ 。

2 状态观测器的设计和混沌同步的实现

针对 g 结构已知和 g 结构未知两种情况分别设计状态观测器。

2.1 g 结构已知

第一种情况,若 g 结构已知,且满足 Lipschitz 条件,即存在常数 $\gamma > 0, \|g(x_1(t), t) - g(x_2(t), t)\| \leq \gamma \|x_1(t) - x_2(t)\|$, 设计观测器(I),即

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + g(\hat{x}(t), t) + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\hat{x}(t)$ 为状态观测器的状态; L 为待定常向量。

定义观测误差为 $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$, 则误差方程为 $\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + g(\hat{x}(t), t) - g(x(t), t)$ (3) 此时,与式(1)混沌系统同步问题,转化为寻找一个合适观测器增益 L ,使得式(3)渐近稳定,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

定理 1 对于 g 结构已知情况,若存在正定阵 $P > 0$ 和矩阵 W 使得下面线性矩阵不等式成立

$$\begin{pmatrix} PA - WC + A^T P - C^T W^T + \gamma^2 I & P \\ P & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (4)$$

则通过设计观测器(I)(其中取 $L = P^{-1}W$),可实现

与式(1)混沌系统同步,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

证明 取 Lyapunov 函数 $V = e^T P e, P > 0$, 对 V 关于误差 e 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P] e + \\ & 2e^T P [g(\hat{x}(t), t) - g(x(t), t)] \leq \\ & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P] e + e^T P^2 e + \\ & \|g(\hat{x}(t), t) - g(x(t), t)\|^2 \leq \\ & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P] e + e^T P^2 e + \gamma^2 \|e\|^2 = \\ & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P + P^2 + \gamma^2 I] e \end{aligned} \quad (5)$$

显然,如果下式成立,则 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P + P^2 + \gamma^2 I < 0。 \quad (6)$$

应用矩阵的舒尔补性质(引理 2),式(6)等价于矩阵不等式

$$\begin{pmatrix} P(A - LC) + (A - LC)^T P + \gamma^2 I & P \\ P & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (7)$$

式(7)(关于 P, L)不是线性的,为便于用 Matlab 中的 LMI 工具箱求解,记 $W = PL$,将式(7)转化成(关于 P, W)线性矩阵不等式

$$\begin{pmatrix} PA - WC + A^T P - C^T W^T + \gamma^2 I & P \\ P & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (8)$$

若线性矩阵不等式(8)有可行解: $P > 0, W = PL$,则观测器增益可取为 $L = P^{-1}W$ 。

2.2 g 结构未知

第二种情况,若 g 结构未知,观测器(I)将无法实现,为此设计观测器(II),即

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), t) + L(y - \hat{y}) + Bu \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中: B 为适当维数的矩阵; u 为要设计的控制器。

观测误差方程为

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + f(\hat{x}(t), t) - g(x(t), t) + Bu \quad (10)$$

此时,与式(1)混沌系统同步问题,转化为寻找一个合适观测器增益 L 和控制律 u ,使得式(10)渐近稳定,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

假设 1) f 满足 Lipschitz 条件,即存在 $\mu > 0$,使

$$\|f(x_1(t), t) - f(x_2(t), t)\| \leq \mu \|x_1(t) - x_2(t)\|。$$

2) $f(x, t) - g(x, t)$ 满足匹配条件: $f(x, t) - g(x, t) = Bh(x, t), \|h(x, t)\| \leq M$ 。

定理 2 若存在正定阵 $P > 0, \Gamma > 0$ 和矩阵 W 使线性矩阵不等式

$$\begin{pmatrix} PA - WC + A^T P - C^T W^T + \mu^2 I & P \\ P & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (11)$$

成立,且 $B^T P = \Gamma C$,则通过设计观测器(II),其中取

$$L = P^{-1}W, u = -M \text{sgn}(\Gamma(\hat{y} - y)) \quad (12)$$

可实现与式(1)混沌系统同步。

证明 取 Lyapunov 函数 $V = e^T P e, P > 0$, 将 V 关于误差 e 求导得

$$\dot{V} = e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P] e + 2e^T P [f(\hat{x}(t), t) - f(x(t), t) + f(x(t), t) - g(x, t) + Bu] \quad (13)$$

对式(13)最后一项应用引理1,得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P] e + e^T P^2 e + \\ & \|f(\hat{x}(t), t) - f(x(t), t)\|^2 + 2e^T P [f(x(t), t) - g(x, t) + \\ & Bu] \leq e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P] e + e^T P^2 e + \\ & \mu^2 \|e\|^2 + 2e^T P [f(x(t), t) - g(x, t) + Bu] \quad (14) \end{aligned}$$

由假设2得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P + P^2 + \mu^2 I] e + \\ & 2e^T PB [h(x(t), t) + u] \leq e^T [P(A - LC) + (A - \\ & LC)^T P + P^2 + \mu^2 I] e + 2M \|e^T PB\| + 2e^T PBu = \\ & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P + P^2 + \mu^2 I] e + \\ & 2M \|e^T PB\| + 2(ICE)^T u \quad (15) \end{aligned}$$

将控制律 $u = -M \operatorname{sgn}(\Gamma(\hat{y} - y))$ 代入式(15),得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P + P^2 + \mu^2 I] e + \\ & 2M(ICE)^T - 2M(ICE)^T \operatorname{sgn}(ICE) \leq e^T [P(A - LC) + \\ & (A - LC)^T P + P^2 + \mu^2 I] e + 2M \|ICE\| - 2M \|ICE\|_1 \leq \\ & e^T [P(A - LC) + (A - LC)^T P + P^2 + \mu^2 I] e \quad (16) \end{aligned}$$

式中, $\|ICE\|_1$ 表示 l_1 范数。

和定理1一样的推导,若存在正定阵 $P > 0, \Gamma > 0$ 和矩阵 W 使线性矩阵不等式(11)成立,则 $\dot{V} < 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

3 在混沌保密通信中的应用

上文结果可以应用到保密通信中,设主动系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + g(x(t), t) + Ls(t) \\ M(t) = Cx(t) + s(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (17)$$

式中: $s(t)$ 为被加密的信号; $M(t) = Cx(t) + s(t)$ 为发送端的输出信号。

若 g 结构未知,接收端采用定理2的状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), t) + L(M(t) - \hat{y}) + Bu \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (18)$$

若 g 结构已知,接收端采用定理1中的状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + g(\hat{x}(t), t) + L(M(t) - \hat{y}) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (19)$$

接收端按下式解密

$$\hat{s} = M(t) - C\hat{x} \quad (20)$$

定理3 1) g 结构未知情况,若存在正定阵 $P > 0, \Gamma > 0$ 和矩阵 W 使线性矩阵不等式

$$\begin{pmatrix} PA - WC + A^T P - C^T W^T + \gamma^2 I & P \\ P & -I \end{pmatrix} < 0 \text{ 成立且 } B^T P =$$

ΓC , 利用式(18)观测器,其中取 $L = P^{-1} W, u = -M \cdot$

$\operatorname{sgn}(\Gamma(\hat{y} - y))$, 则解密信号与原被加密的信号同步,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{s}(t) = s(t)$ 。

2) g 结构已知情况,若存在正定阵 $P > 0$ 和矩阵 W

使线性矩阵不等式 $\begin{pmatrix} PA - WC + A^T P - C^T W^T + \mu^2 I & P \\ P & -I \end{pmatrix} <$

0 成立,利用式(19)观测器,其中 $L = P^{-1} W$, 则恢复信号与原被加密的信号同步。

证明 1) 记 $e = \hat{x} - x$, 将式(18)与式(17)相减,得 $\dot{e} = Ae + f(\hat{x}, t) - f(x, t) + f(x, t) - g(x, t) - LCe = (A - LC)e + f(\hat{x}, t) - f(x, t) + f(x, t) - g(x, t)$, 采用和定理2一样的推导,可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。

2) 将式(19)与式(17)相减,得 $\dot{e} = Ae + g(\hat{x}, t) - g(x, t) - LCe = (A - LC)e + g(\hat{x}, t) - g(x, t)$, 采用和定理1一样的推导,可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。由式(20)得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{s}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (M(t) - C\hat{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} (s(t) + Cx - C\hat{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} [s(t) - Ce(t)] = s(t)$, 则恢复信号与原被加密的信号同步。

4 仿真例子

本节中,将给出两个例子,以验证混沌同步及其在保密通信中的应用。

例1 考虑蔡氏电路^[13]同步问题。系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -\alpha f(x_1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ Ax(t) + g(x(t), t) \\ y(t) = (1 \ 1 \ 0)x(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (21)$$

式中, $f(x_1) = bx_1 + 1/2(a - b)(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$ 。当 $\alpha = 10, \beta = 14.87, a = -1.27, b = -0.68$ 时,系统处于混沌状态。易验证 (A, C) 可观。

由于式(21)中 g 结构已知,故可采用2.1节中定理1中结论,根据定理1求解线性矩阵不等式(4),得:

$$P = \begin{pmatrix} 32.455 \ 0 & -52.120 \ 4 & 43.034 \ 5 \\ -52.120 \ 4 & 135.120 \ 8 & -105.361 \ 2 \\ 43.034 \ 5 & -105.361 \ 2 & 102.412 \ 8 \end{pmatrix}, L =$$

$$(1.002 \ 5 \ 1.243 \ 7 \ -5.055 \ 3)^T。$$

根据定理1,设计状态观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = & \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{pmatrix} \hat{x} + \begin{pmatrix} -\alpha f(\hat{x}_1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + L(y - C\hat{x}) = \\ & A\hat{x} + g(\hat{x}(t), t) + L(y - \hat{y}) \quad (22) \end{aligned}$$

由式(21)、式(22)可得误差方程为

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + g(\hat{x}(t), t) - g(x(t), t) \quad (23)$$

图1~图3是同步误差变化图,从图像可看出,当 $t >$

1 s 时,误差都接近零。从而说明所设计的观测器的确实实现了与蔡氏系统的混沌同步。

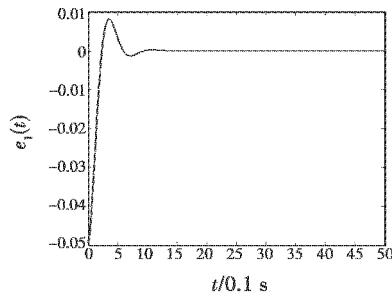


图 1 同步误差 $e_1(t)$ 效果图

Fig. 1 Curve of synchronization error $e_1(t)$

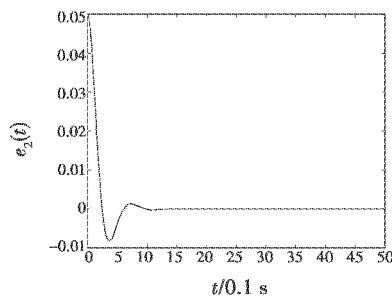


图 2 同步误差 $e_2(t)$ 效果图

Fig. 2 Curve of synchronization error $e_2(t)$

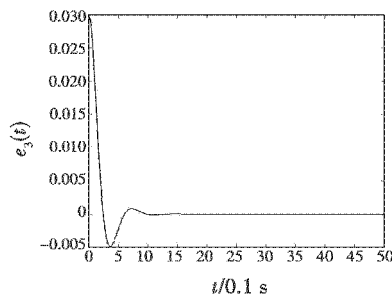


图 3 同步误差 $e_3(t)$ 效果图

Fig. 3 Curve of synchronization error $e_3(t)$

接下来,给出混沌同步在保密通信中的应用的仿真例子。

例 2 在发送端取蔡氏混沌系统(其中的 f, L 和其他参数同例 1)。

$$\dot{\hat{x}} = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{pmatrix} \hat{x} + \begin{pmatrix} -\alpha f(x_1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + Ls, M(t) =$$

$Cx(t) + s(t), s(t) = 0.02\sin 3\pi t$ 。其中: $s(t)$ 为被加密的信号; $M(t)$ 为发送端的输出信号。

接收端采用定理 3 设计的观测器,由于 $f(x_1)$ 结构已知,故采用式(19)状态观测器:

$$\dot{\hat{x}} = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{pmatrix} \hat{x} + \begin{pmatrix} -\alpha f(\hat{x}_1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + L(M - C\hat{x}), \hat{y} = C\hat{x},$$

同时接收端按式 $\hat{s}(t) = M(t) - C\hat{x}(t)$ 来解密信号。

图 4~图 6 分别是被加密信号 $s(t)$,解密信号 $W(t)$ (注: $W(t) = \hat{s}(t)$) 和被加密信号与解密信号的误差 $e(t)$ (注: $e(t) = s(t) - \hat{s}(t)$) 随时间的变化曲线。从图像可以看出解密信号与原加密信号在 4 s 之后渐近同步。

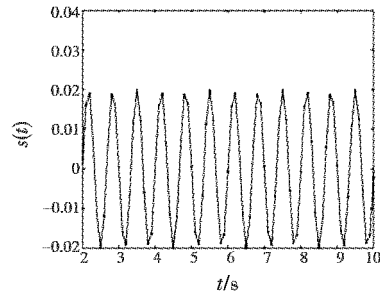


图 4 被加密信号 $s(t)$ 随时间变化曲线

Fig. 4 Curve of message signal $s(t)$

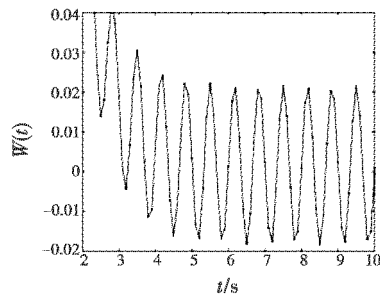


图 5 解密信号 $W(t)$ 随时间变化曲线

Fig. 5 Curve of recovered message signal $W(t)$

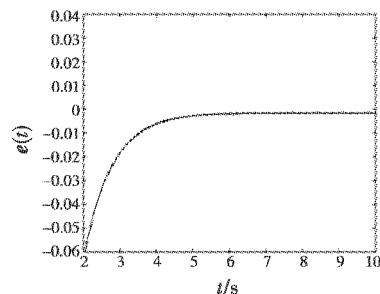


图 6 被加密信号与解密信号误差 $e(t)$ 随时间变化曲线

Fig. 6 Curve of synchronization error $e(t)$

5 结论

基于线性矩阵不等式(LMI)技术给出了混沌同步的充分条件和混沌同步观测器设计方法,同时给出观测器参数计算方法,并且将该同步方法应用到保密通信中,仿真例子验证了方法的有效性和可行性。

参考文献

- [1] PECORA L M, CARROLL T. Synchronization in chaotic system[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.
- [2] CARROLL T L, PECORA L M. Synchronizing chaotic circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits Systems, 1991, 38(4): 453-456.

- [3] LI S Y, GE Z M. Fuzzy modeling and synchronization of two totally different chaotic systems via novel fuzzy model [J]. IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics, 2011, 41(4):1015-1026.
- [4] YANG X, GAO J, LU J. Synchronization of Markovian coupled neural networks with nonidentical node-delays and random coupling strengths[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(1):60-71.
- [5] YAHYAZADEH M, NOEI A R, GHADERI R. Synchronization of chaotic systems with known and unknown parameters using a modified active sliding mode control[J]. ISA Transactions, 2011, 50(2):262-267.
- [6] FENG X, ZHANG F, WANG W. Global exponential synchronization of delayed fuzzy cellular neural networks with impulsive effects [J]. Chaos Solitons Fractals, 2011, 44(1/2/3):9-16.
- [7] LU J, HO D W C, GAO J, et al. Exponential synchronization of linearly coupled neural networks with impulsive disturbances[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(2):329-335.
- [8] HE W, QIAN F, HAN Q L, et al. Synchronization error estimation and controller design for delayed Lur'e systems with parameter mismatches[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(10):1551-1563.
- [9] ZHOU W, TONG D, GAO Y, et al. Mode and delay-dependent adaptive exponential synchronization in p th moment for stochastic delayed neural networks with Markovian switching[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(4):662-668.
- [10] WU Z G, SHI P, SU H, et al. Exponential synchronization of neural networks with discrete and distributed delays under time varying sampling[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(9):1368-1376.
- [11] CHEN M Y, ZHOU D H, SHANG Y. A new observer-based synchronization scheme for private communication [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 24(4):1025-1030.
- [12] BERNARDO M D. An adaptive approach to the control and synchronization of continuous chaotic systems[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1996, 6(3):557-568.
- [13] NIJMEIJER H, MAREELS I M Y. An observer looks at synchronization[J]. IEEE Transactions on Circuits Systems I, 1997, 44(10):882-890.
- [14] LIU F, REN Y, SHAN X M, et al. A linear feedback synchronization theorem for a class of chaotic systems[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 13(4):723-730.
- [15] 姚利娜, 高金峰, 廖旋焕. 实现混沌系统同步的非线性状态观测器方法[J]. 物理学报, 2006, 55(1):35-41. (YAO L N, GAO J F, LIAO N H. Synchronization of a class of chaotic systems using nonlinear observers[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(1):35-41.)
- [16] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式方法[M]. 北京:清华大学出版社, 2002:88-89. (YU L. Robust control—linear matrix inequality method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002:88-89.)

(上接第 84 页)

- [8] SEETZEN H, HEIDRICH W, STUERZLINGER W, et al. High dynamic range display systems[C]//ACM Transactions on Graphics, 2004:760-768.
- [9] LIN F, LIAO C, LIAO L, et al. Inverse of Mapping Function (IMF) method for image quality enhancement of high dynamic range LCD TVs[J]. SID Digest, 2007, 38(1):1343-1346.
- [10] FUNAMOTO T, KOBAYASHI T, MURAO T. High-picture-quality technique for LCD television; LCD-AI[C]//Proceedings of International Display Workshop, 2000:1157-1158.

(上接第 101 页)

- L L, GUO J Y, HAN Y B, et al. Digital zenith telescope prototype of China[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(12):1094-1099.)
- [3] 王博, 田立丽, 王政, 等. 数字化天顶望远镜观测图像及数据处理[J]. 科学通报, 2014, 59(12):1100-1107. (WANG B, TIAN L L, WANG Z, et al. The image and data processing in digital zenith camera[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(12):1100-1107.)
- [4] SCHOEBEL R, HEIN G W, EISSL B. Renaissance of astrogeodetic leveling using GPS/CCD zenith camera [C]//Proceeding of the IAIN World Congress in Association with the US. ION Annual Meeting, 2000:26-28.
- [5] HIRT C, BEAT B, ANNA S. Modern determination of vertical deflections using digital zenith cameras[J]. Journal of Surveying Engineering, 2010, 1(1):1-12.
- [6] 曾志雄, 胡晓东, 高立民. 天顶摄影仪轴系误差对垂线偏差测量精度的影响及其修正方法[J]. 光学精密工程, 2004, 12(1):6-10. (ZENG Z X, HU X D, GAO L M. Effect of digital zenith camera axis error on measurement precision of vertical deflection and its correction[J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(1):6-10.)
- [7] 孙荣煜, 赵长印, 侯永刚. 加权最小二乘在精密天文定位中的应用[C]//第四届中国卫星导航学术年会, 武汉, 2013:87-90. (SUN R Y, ZHAO C Y, HOU Y G. Using weighted least square method for high precision astronomical calibration [C]//The 4th China Satellite Navigation Conference, Wuhan, 2013:87-90.)