

基于残差分析的星点筛选方法研究

刘先一, 周召发, 张志利, 张新帅

(第二炮兵工程大学兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 西安 710025)

摘要: 运用数字天顶仪对测站点位置进行定位是一种高精度的天文定位方法。在对测站点位置解算的过程中, 缺少一种对星点数据进行有效筛选的方法。往往直接对实验获得的星点数据进行处理, 影响了最终的定位精度。为了解决上述问题, 提出了一种星点筛选的方法, 该方法以残差为研究对象, 运用格罗布斯准则, 在迭代计算的过程中反复对星点数据进行筛选, 然后再使用最小二乘算法进行解算。实验数据的处理结果剔除了部分含有粗大误差的星点, 提高了解算数据的可靠性, 使定位的精度提高了大约 5 m。

关键词: 数字天顶仪; 天文定位; 残差; 格罗布斯准则; 定位精度

中图分类号: P232 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)10-0099-03

A Star Screening Method for Astronomy Orientation Based on Residual Analysis

LIU Xian-yi, ZHOU Zhao-fa, ZHANG Zhi-li, ZHANG Xin-shuai

(State Key Discipline Laboratory of Armament Launch Theory and Technology,
The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: Using digital zenith instrument for positioning the observation station is an astronomical positioning method with high accuracy. In calculating the position of observation station, there lacks an effective method for screening the star data. Direct processing of the star data obtained from experiment always has an influence on the final positioning accuracy. In order to solve the above problems, a method for star screening is proposed. With residual error as the object of study, it uses Grubbs criterion for repeating screening of star data in iterative computation, and then uses the least square algorithm for calculation. The processed result of experimental data has rejected the stars with gross error and improved the reliability of calculated data, which can improve the positioning accuracy by about 5 m.

Key words: digital zenith instrument; astronomical positioning; residual error; Grubbs criterion; positioning accuracy

0 引言

采用数字天顶仪进行天文定位是 21 世纪对天文大地测量技术的革新, 改变了传统天文大地测量操作复杂、消耗大量物力财力的状况。数字天顶仪通过旋转并在不同的方位上进行星图的拍摄^[1-2], 将星图与星表结合进行星图的识别, 并建立识别恒星的图像坐标系与天球切平面坐标系之间的转换关系, 迭代运算数次后实现对测站点位置的解算^[3]。

在对恒星数据进行处理时, 文献[4-5]直接运

用了最小二乘算法对数据进行处理, 未考虑恒星数据中可能因恒星质心误差或匹配错误等原因造成的粗大误差; 文献[6-7]中介绍了天文定位的系统原理及误差修正过程, 但缺少对星点数据的筛选。为了提高定位解算的精度, 在传统天文定位处理模型的基础上, 选取残差为研究对象, 运用格罗布斯准则, 在迭代计算过程中反复进行数据筛选。

本文首先介绍了天文定位原理, 其次运用最小二乘算法求解出坐标转换的系数, 并针对实际中可能存在粗大误差的星点数据, 进行了筛选剔除; 然后在数据迭代的过程中反复进行上述操作; 最后对实验的测量结果进行处理, 证明实验星点数据中粗大误差的存在以及对解算精度的影响。

1 天文定位原理

天文定位是一种通过观测天体确定测站点位置的技术,具有抗干扰能力强、可靠性高等特点。在进行测站点目标解算时,引入天球理想切平面坐标系和 CCD 图像的量度坐标系,分别求出识别恒星的切平面坐标 (ξ, η) 和 CCD 量度坐标 (x, y) 。切平面示意如图 1 所示。

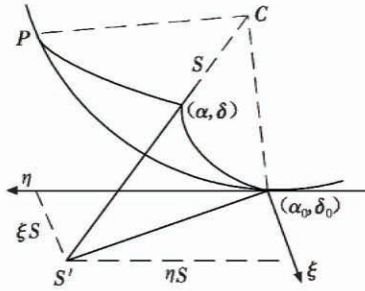


图 1 切平面示意图

Fig. 1 The schematic diagram of tangent plane

由星图识别得出识别恒星的天文坐标 (α, δ) ,通过恒星的天文坐标求出切平面坐标 (ξ, η) 为

$$\cot q = \cot \delta \cos(\alpha - \alpha_0) \tag{1}$$

$$\xi = \frac{\tan(\alpha - \alpha_0) \cos q}{\cos(q - \alpha_0)} \tag{2}$$

$$\eta = \tan(q - \delta_0) \tag{3}$$

通过四参数法实现天球切平面坐标与 CCD 坐标之间的坐标转换

$$\begin{cases} \xi = -ax + by + c_1 \\ \eta = bx + ay + c_2 \end{cases} \tag{4}$$

由匹配成功的星对组合,通过坐标之间的变换,解算出坐标变换系数。根据坐标转换计算对应的切平面坐标,进而得出测站点的天文坐标。若已知切平面坐标 (ξ, η) ,则可得出测站点天文坐标 (α_i, δ_i) 为

$$\begin{cases} \alpha_i = \alpha_0 + \arctan \frac{\xi}{\cos \delta_0 - \eta \sin \delta_0} \\ \delta_i = \arctan \frac{(\eta + \tan \delta_0) \cos(\alpha_i - \alpha_0)}{1 - \eta \tan \delta_0} \end{cases} \tag{5}$$

式中, (α_0, δ_0) 为测站点初始概略天文坐标值。以所求得的天球坐标作为新的测站点坐标值,重复进行上述过程。经过数次计算后得到高精度的天球坐标,从而实现测站点的定位。

2 基于残差分析的星点筛选原理

通过识别恒星的切平面坐标 (ξ, η) 与 CCD 图像坐标 (x, y) ,运用最小二乘算法求得坐标转换系数,然后求出残差。对残差进行处理筛选出含有粗大误差的星

点后,将剩下的恒星作为新的识别恒星数组,重复上述操作。流程如图 2 所示。

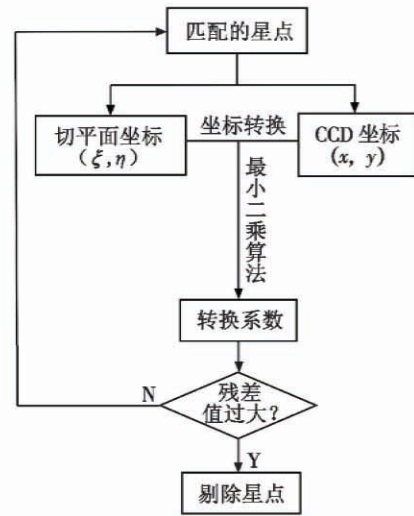


图 2 星点筛选流程图

Fig. 2 The flow chart for star selecting

最小二乘算法就是要求所选择的函数 $h(t)$ 的参数,使得观测值 Z_i 与对应的函数 $h(t_i)$ 的残值的平方和最小。切平面坐标和 CCD 图像坐标之间的转换采用最小二乘算法,可令观测值矩阵 $Z = (\xi_1 \dots \xi_m \ \eta_1 \dots \eta_m)^T$,参数 $\hat{x} = (\hat{a} \ \hat{b} \ \hat{c}_1 \ \hat{c}_2)^T$,残差 $e =$

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{2m} \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} -x_1 & y_1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -x_m & y_m & 1 & 0 \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_m & x_m & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6}$$

可写成矩阵形式为

$$Z = H\hat{x} + e \tag{6}$$

残差的平方为

$$J = \sum_{i=1}^m e_i^2 = e^T e \tag{7}$$

则有

$$J = (Z - H\hat{x})^T (Z - H\hat{x}) \tag{8}$$

求 J 对 \hat{x} 的偏导数,令偏导数为零。可得

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T Z \tag{9}$$

解算出坐标转换系数 $\hat{x} = (a \ b \ c_1 \ c_2)^T$,将所得参数代入式(4)中可以求出残差值

$$\begin{cases} e_{1i} = \xi_i - (-ax_i + by_i + c_1) \\ e_{2j} = \eta_j - (bx_j + ay_j + c_2) \end{cases} \tag{10}$$

即残差 $e = (e_1^T, e_2^T)^T$ 。

通过 CCD 敏感器拍摄的星点的数量一般在 20 到

60 颗左右。一般当数据的量在 20 到 100 时,运用格罗布斯准则进行星点筛选的可靠性最高。通过对残差的处理,筛选出含有粗大误差的星点。可得残差的均值为

$$\bar{e}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (11)$$

残差的标准差

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (12)$$

将残差值 e 按照大小的顺序排列成

$$e_{(1)} \leq e_{(2)} \leq \dots \leq e_{(n)} \quad (13)$$

若认为 $e_{(1)}$ 是可疑的,则有统计量

$$g_{(1)} = \frac{\bar{e}_i - e_{(1)}}{\sigma} \quad (14)$$

若认为 e_n 是可疑的,则有统计量

$$g_{(n)} = \frac{\bar{e}_i - e_{(n)}}{\sigma} \quad (15)$$

取显著度 α (一般为 0.05 或 0.01),再结合恒星星点数量 n 可以得出临界值 $g_n(n, \alpha)$ 。当 $g_{(1)} \geq g_n(n, \alpha)$,认为 $e_{(1)}$ 是异常数据,应剔除;当 $g_{(n)} \geq g_n(n, \alpha)$,认为 $e_{(n)}$ 是异常数据,应剔除。将剩下匹配出的恒星星点作为一组新的数据,重新运用最小二乘算法解算出相应的坐标变换系数,然后将求解的参数重新代入式(10)计算残差,对剩下的恒星进行新一轮的筛选。反复上述过程,直至得到要求的数值。

3 实验数据处理和分析

天文定位中采用数字天顶仪进行实验。采用的数字天顶仪的 CCD 像素为 4096×4096 ,视场角大小为 $3^\circ \times 3^\circ$ 。可得一组匹配的部分星点数据,如表 1 所示。

表 1 部分恒星星点坐标
Table 1 Part of the star data

CCD X 坐标/像素	CCD Y 坐标/像素	恒星经度/(°)	恒星纬度/(°)
3 177. 194 959	1 994. 001 483	108. 868 158	35. 260 906
1 472. 866 310	1 360. 529 412	109. 816 251	33. 880 934
1 489. 292 543	1 405. 151 052	109. 855 316	33. 955 266
1 343. 507 232	2 963. 621 986	108. 316 046	33. 535 571
2 865. 500 000	1 503. 500 000	109. 444 181	35. 093 108
2 871. 625 995	3 481. 421 751	107. 422 548	34. 709 972
1 490. 233 227	3 631. 734 824	107. 610 464	33. 524 657
1 696. 413 174	3 278. 580 838	107. 915 259	33. 768 173
3 367. 480 916	3 139. 503 817	107. 647 648	35. 193 580
2 107. 976 190	946. 000 000	110. 184 818	34. 560 184
863. 992 366	2 239. 572 519	109. 154 376	33. 273 772

在对星点数据反复筛选的过程中,可以得出两组星点数据含有粗大误差,如表 2 所示。

表 2 含有粗大误差的恒星数据
Table 2 The star data including gross error

CCD X 坐标/像素	CCD Y 坐标/像素	恒星经度/(°)	恒星纬度/(°)
2 107. 976 190	946. 000 000	110. 184 818	34. 560 184
1 472. 866 310	1 360. 529 412	109. 816 251	33. 880 934

将含有粗大误差的星点筛选剔除后,残差的数据值趋于稳定,如图 3 所示。

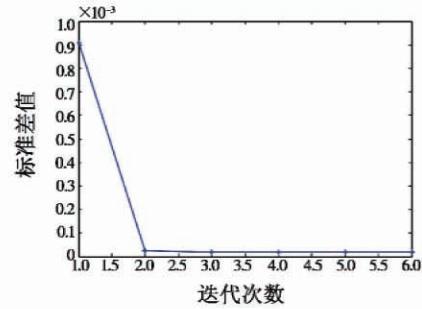


图 3 残差标准差变化曲线

Fig. 3 The changing trend of residual error

此时可以解算出测站点经纬度坐标为 $(109. 120 807^\circ, 34. 316 151^\circ)$ 。若不进行星点的筛选剔除,可以解算出测站点位置坐标为 $(109. 120 791^\circ, 34. 316 202^\circ)$ 。对星点进行筛选后可以使解算的经度的精度提高 $0. 058''$,纬度的精度提高 $0. 18''$,这将使定位的位置提高大约 5 m。

4 结论

传统的天文定位方法计算坐标转换模型时,直接采用最小二乘算法对实验获得的星点数据进行处理。然而由于在实际的观测资料中,CCD 图像中星象质心的计算存在着误差,而且存在星图匹配错误的可能性。这些误差较大,直接影响了坐标转换模型的计算精度,对高精度的天文定位影响较大。本文在运用最小二乘算法的同时,对残差进行处理,运用格罗布斯准则,在迭代计算的过程中不断对星点数据进行筛选,很好地筛选出实验数据中含有粗大误差的星点,提高了坐标转换模型的精度,使天文定位的精度有了较大的提高。

参考文献

[1] 翟广卿,艾贵斌. 数字天顶摄影天文定位测量的工程实现[J]. 测绘科学技术学报,2014,31(3):232-235. (ZHAI G Q, AI G B. Digital zenith camera astronomical positioning measurement of project implementation [J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2014, 31(3):232-235.)

[2] 田立丽,郭金运,韩延本,等. 我国的数字化天顶望远镜样机[J]. 科学通报,2014,59(12):1094-1099. (TIAN

(下转第 106 页)

- [3] LI S Y, GE Z M. Fuzzy modeling and synchronization of two totally different chaotic systems via novel fuzzy model [J]. IEEE Transactions on systems, Man and Cybernetics, 2011, 41(4):1015-1026.
- [4] YANG X, GAO J, LU J. Synchronization of Markovian coupled neural networks with nonidentical node-delays and random coupling strengths[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(1):60-71.
- [5] YAHAZADEH M, NOEI A R, GHADERI R. Synchronization of chaotic systems with known and unknown parameters using a modified active sliding mode control[J]. ISA Transactions, 2011, 50(2):262-267.
- [6] FENG X, ZHANG F, WANG W. Global exponential synchronization of delayed fuzzy cellular neural networks with impulsive effects [J]. Chaos Solitons Fractals, 2011, 44(1/2/3):9-16.
- [7] LU J, HO D W C, GAO J, et al. Exponential synchronization of linearly coupled neural networks with impulsive disturbances[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(2):329-335.
- [8] HE W, QIAN F, HAN Q L, et al. Synchronization error estimation and controller design for delayed Lur'e systems with parameter mismatches[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(10):1551-1563.
- [9] ZHOU W, TONG D, GAO Y, et al. Mode and delay-dependent adaptive exponential synchronization in p th moment for stochastic delayed neural networks with Markovian switching[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(4):662-668.
- [10] WU Z G, SHI P, SU H, et al. Exponential synchronization of neural networks with discrete and distributed delays under time varying sampling[J]. IEEE Transactions on Neural Networks Learning Systems, 2012, 23(9):1368-1376.
- [11] CHEN M Y, ZHOU D H, SHANG Y. A new observer-based synchronization scheme for private communication [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 24(4):1025-1030.
- [12] BERNARDO M D. An adaptive approach to the control and synchronization of continuous chaotic systems[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1996, 6(3):557-568.
- [13] NIJMEIJER H, MAREELS I M Y. An observer looks at synchronization[J]. IEEE Transactions on Circuits Systems I, 1997, 44(10):882-890.
- [14] LIU F, REN Y, SHAN X M, et al. A linear feedback synchronization theorem for a class of chaotic systems[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 13(4):723-730.
- [15] 姚利娜, 高金峰, 廖旋焕. 实现混沌系统同步的非线性状态观测器方法[J]. 物理学报, 2006, 55(1):35-41. (YAO L N, GAO J F, LIAO N H. Synchronization of a class of chaotic systems using nonlinear observers[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(1):35-41.)
- [16] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式方法[M]. 北京:清华大学出版社, 2002:88-89. (YU L. Robust control—linear matrix inequality method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002:88-89.)

(上接第 84 页)

- [8] SEETZEN H, HEIDRICH W, STUERZLINGER W, et al. High dynamic range display systems[C]//ACM Transactions on Graphics, 2004:760-768.
- [9] LIN F, LIAO C, LIAO L, et al. Inverse of Mapping Function (IMF) method for image quality enhancement of high dynamic range LCD TVs[J]. SID Digest, 2007, 38(1):1343-1346.
- [10] FUNAMOTO T, KOBAYASHI T, MURAO T. High-picture-quality technique for LCD television; LCD-AI[C]//Proceedings of International Display Workshop, 2000:1157-1158.

(上接第 101 页)

- L L, GUO J Y, HAN Y B, et al. Digital zenith telescope prototype of China[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(12):1094-1099.)
- [3] 王博, 田立丽, 王政, 等. 数字化天顶望远镜观测图像及数据处理[J]. 科学通报, 2014, 59(12):1100-1107. (WANG B, TIAN L L, WANG Z, et al. The image and data processing in digital zenith camera[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(12):1100-1107.)
- [4] SCHOEBEL R, HEIN G W, EISSL B. Renaissance of astrogeodetic leveling using GPS/CCD zenith camera [C]//Proceeding of the IAIN World Congress in Association with the US. ION Annual Meeting, 2000:26-28.
- [5] HIRT C, BEAT B, ANNA S. Modern determination of vertical deflections using digital zenith cameras[J]. Journal of Surveying Engineering, 2010, 1(1):1-12.
- [6] 曾志雄, 胡晓东, 高立民. 天顶摄影仪轴系误差对垂线偏差测量精度的影响及其修正方法[J]. 光学精密工程, 2004, 12(1):6-10. (ZENG Z X, HU X D, GAO L M. Effect of digital zenith camera axis error on measurement precision of vertical deflection and its correction[J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(1):6-10.)
- [7] 孙荣煜, 赵长印, 侯永刚. 加权最小二乘在精密天文定位中的应用[C]//第四届中国卫星导航学术年会, 武汉, 2013:87-90. (SUN R Y, ZHAO C Y, HOU Y G. Using weighted least square method for high precision astronomical calibration [C]//The 4th China Satellite Navigation Conference, Wuhan, 2013:87-90.)