

趋势线寿命评估方法的理论模型研究

庄弘炜¹, 张蕊², 李博¹, 麻宏亮², 庄维伟¹, 赵法栋¹
(1. 武警工程大学, 西安 710086; 2. 陕西应用物理化学研究所, 西安 710061)

摘要: 对国外趋势线寿命评估方法的理论模型进行了研究, 结合容忍区间与容忍限、正态总体的容忍区间与容忍限等基本概念, 推导了该方法所建立的理论模型。在此基础上, 为提高预测精度, 修改了回归模型, 并结合解决问题的实际情况, 对改进后的回归模型进行讨论, 确定了趋势线寿命评估方法使用一元线性回归模型的合理性。最后以某底火为例进行了实例计算, 得出该底火的寿命约为22年。

关键词: 寿命评估; 趋势线; 理论模型; 武器装备

中图分类号: O213.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)10-0073-04

On Theoretical Models of Trendline Life Assessment Methods

ZHUANG Hong-wei¹, ZHANG Rui², LI Bo¹, MA Hong-liang², ZHUANG Wei-wei¹, ZHAO Fa-dong¹
(1. Engineering University of CAPF, Xi'an 710086, China;
2. Xi'an Modern Physics and Chemistry Research Institute, Xi'an 710061, China)

Abstract: This paper focuses on the foreign theoretical models of trendline life assessment methods. Based on the basic concepts of tolerance intervals, tolerance limits, tolerance interval and limit of normal population, the established theoretical model is derived. On this basis, the regression model is improved in order to increase the prediction accuracy. Considering the actual situation, the improved regression model is discussed, the rationality of using a linear regression model as a trendline life assessment method is proved. Finally, taking a certain primer as an example for calculation, the result shows that the storage life of the primer is approximately 22 years.

Key words: life assessment; trendline; theoretical model; weaponry

0 引言

在可靠性工程领域, 加速寿命试验由于在较短的时间内可以获得较多的寿命信息, 所以一直倍受国内外学者的青睐。但对于“高可靠性、长寿命”的武器装备来说, 以传统的失效数据作为统计量, 试验时间长, 统计难度大; 且对于成败型试验的产品来说, 在一定试验时间内即使可以得到产品的失效数, 也无法直接准确测得其具体失效时间。随着武器装备技术的发展, 特别是新型高价值弹药对其贮存和服役过程中的安全性、可靠性要求越来越高, 美国极力推崇寿命监控试验, 利用X射线、N射线等检测手段, 密封性、冲击、震动等测试方法, 最大限度地获得自然贮存下的真实数

据, 监控产品长期变化过程, 来给产品的寿命评估提供依据。

趋势线寿命评估就是一种基于寿命监控试验、利用性能参数的退化数据对产品寿命进行定量预测的方法。2005年, 文献[1]首次提出该方法, 并将其应用在含能元件的寿命监控中, 利用某含能元件性能参数从出厂到服役190个月期间监控的数据, 应用该方法计算在可靠度为90%、置信度为0.9的情况下, 该产品的服役寿命约为450个月。同年, 美国在AIAA/SMC军火标准中将趋势线分析作为一种新的方法写入其中。在2007年的AIAA会议上, L C Yang对含能元件寿命趋势线分析进行了进一步的研究, 并且将该方法应用在了电子爆炸装置中, 对该装置的延寿情况进行了充分的说明^[2]。文献[3]对趋势线分析的理论进行了研究, 并利用文献[2]的数据, 将计算的结果与文献的结果进行了对比验证, 结果表明具有很好的一致

收稿日期: 2014-11-17

修回日期: 2014-12-22

作者简介: 庄弘炜(1969—), 女, 福建福清人, 博士, 教授, 研究方向为非致命武器技术。

性^[3],与此同时,该方法也被应用于几种典型火工品的寿命评估中,在国内显现出良好的应用前景^[4]。但对于理论模型中各参数的含义及如何改进现有模型来满足更高计算精度的要求等方面还有待进一步研究完善。

1 基本概念

趋势线寿命评估方法是线性回归分析为基础理论,以容忍区间估计为关键技术,通过各项性能指标的规格限与容忍限的交点对应的横坐标来分析产品的寿命情况。其中,容忍区间与统计学中常见的置信区间和预测区间在估计上具有本质区别。置信区间是对样本总体的均值而言的,为样本均值提供了一个良好的估计;预测区间是对未来观测值而言的,为单个观测值提供了一个良好的估计,而容忍区间既是一种特殊的置信区间,又是一种特殊的预测区间,其核心思想是引入了固定比例的概念,通过样本的情况,预测整体的大多数情况,而且这种预测是在一定的置信水平下进行的^[5]。图1给出了3种区间在置信度为95%以下的区间长度对比。

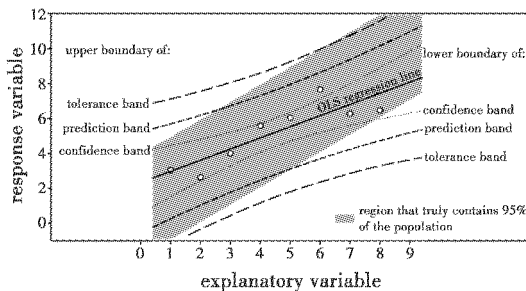


图1 3种区间估计的比较

Fig. 1 Comparison of three kinds of interval estimation

由图1可以看出,在相同的置信水平下,容忍区间的长度最大,预测区间次之,置信区间长度最小。

1.1 容忍区间与容忍限

设 $X = (X_1, \dots, X_n)$ 为从总体 $X \sim F_\theta, \theta \in \Theta$ 中抽取的简单样本。又设 $T_1 = T_1(X)$ 和 $T_2 = T_2(X)$ 为两个统计量,且 $T_1 \leq T_2$,若对任意给定的 $\beta, \gamma \in (0, 1)$ (通常取较小的数,如 $\beta = 0.05, \gamma = 0.01$) 有

$$P_\theta \{P_\theta^* (T_1 \leq X \leq T_2) \geq 1 - \beta\} = P_\theta \{F_\theta(T_2) - F_\theta(T_1) \geq 1 - \beta\} \geq 1 - \gamma \quad (1)$$

则称 $[T_1, T_2]$ 是 F_θ 的一个水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍区间。

设 $T_L = T_L(X)$ 和 $T_U = T_U(X)$ 为两个统计量,若对任意给定的 $\beta, \gamma \in (0, 1)$,一切 $\theta \in \Theta$,分别有

$$P_\theta \{P_\theta^* (T_L \leq X) \geq 1 - \beta\} = P_\theta \{1 - F_\theta(T_L) \geq 1 - \beta\} = P_\theta \{F_\theta(T_L) \leq \beta\} \geq 1 - \gamma \quad (2)$$

$$P_\theta \{P_\theta^* (X \leq T_U) \geq 1 - \beta\} = P_\theta \{F_\theta(T_U) \geq 1 - \beta\} \geq 1 - \gamma \quad (3)$$

则称 T_L 和 T_U 分别是 F_θ 的一个水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍下限和容忍上限。

1.2 正态总体的容忍区间与容忍限

设 $X = (X_1, \dots, X_n)$ 为从总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取的随机样本, $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 的充分统计量为

$$\begin{cases} \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \\ S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \end{cases} \quad (4)$$

将基于充分统计量 (\bar{X}, S^2) 来构造正态总体的容忍限和容忍区间。

在总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中,若 μ 和 σ^2 已知,则水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍上下限和容忍区间分别为 $\mu + \sigma u_\beta, \mu - \sigma u_\beta$ 和 $[\mu - \sigma u_{\beta/2}, \mu + \sigma u_{\beta/2}]$,其中, u_β 为标准正态分布水平 β 的上侧分位数,那么,根据正态分位数的特性可知

$$-u_\beta = u_{1-\beta} \quad (5)$$

在总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中,若 μ 和 σ^2 未知,根据式(4)

可知, \bar{X} 和 S^2 分别是 μ 和 σ^2 的无偏估计,因此将上述容忍上限中的 μ 和 σ 用 \bar{X} 和 S 代替得到 $\bar{X} + Su_\beta$ 。但是,由于估计而带来的随机性,水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍上限不见得正好是 $\bar{X} + Su_\beta$,而可能要将系数 u_β 修改为某个 λ , λ 既与 β 有关,也与 γ 有关,容忍下限和容忍区间也要如此处理。因此在求容忍上限的过程中,应找到 λ 使得 $\bar{X} + \lambda S$ 为水平 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍上限。根据式(3)可知

$$P_\theta \{P_\theta^* (X \leq \bar{X} + \lambda S) \geq 1 - \beta\} \geq 1 - \gamma \quad (6)$$

由于 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,所以,根据正态分布的特性可知

$$\frac{(X - \mu)}{\sigma} \sim N(0, 1) \quad (7)$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \quad (8)$$

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \quad (9)$$

因此对式(6)进行变形可得

$$P_\theta \left\{ P_\theta^* \left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{\bar{X} - \mu + \lambda S}{\sigma} \right) \geq 1 - \beta \right\} =$$

$$P_\theta \left\{ \frac{\bar{X} - \mu + \lambda S}{\sigma} \geq \Phi^{-1}(1 - \beta) = u_\beta \right\} \geq 1 - \gamma \quad (10)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为正态分布的分布函数; $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为分布函数的反函数。

由式(8)可知, $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$, 所以对式(10)

进行变形可得

$$P_\theta \left\{ \frac{\bar{X} - \mu + \lambda S}{\sigma} \geq u_\beta \right\} = P_\theta \left\{ \frac{Z - \sqrt{n} u_\beta}{S^*} \geq -\sqrt{n} \lambda \right\} \geq 1 - \gamma \quad (11)$$

式中, $S^* = \frac{S}{\sigma}$, 根据式(9)可推得 $S^* \sim \sqrt{\frac{\chi^2(n-1)}{(n-1)}}$.

由非中心 t 分布的定义可知, 设随机变量 $X \sim N(\delta, 1)$, $Y \sim \chi_n^2$, 且 X 和 Y 相互独立, 则称 $T = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$ 的分布是自由度为 n 和非中心参数为 δ 的非中心 t 分布, 记为 $t \sim t(n, \delta)$ 。因此式(11)中的 $\frac{Z - \sqrt{n} u_\beta}{S^*}$ 就满足一个自由度为 $(n-1)$ 、非中心参数 $\delta = -\sqrt{n} u_\beta$ 的非中心 t 分布, 记为 $\frac{Z - \sqrt{n} u_\beta}{S^*} \sim t(n-1, -\sqrt{n} u_\beta)$ 。所以, 对式(11)进行变形可得

$$P_\theta \{ t(n-1, -\sqrt{n} u_\beta) \geq -\sqrt{n} \lambda \} \geq 1 - \gamma \quad (12)$$

则 $\lambda = -\frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\gamma}(n-1, -\sqrt{n} u_\beta)$ 。这里需要强调的是, 由于 γ 是一个较小的数, $1 - \gamma$ 就趋近于 1, 所以根据分位数的定义可知, $t_{1-\gamma}(n-1, -\sqrt{n} u_\beta)$ 无论偏心到何种程度, 其也应该在负半轴, 即取值为负。所以对于正态总体水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍上限 $\bar{X} + \lambda S$ 为 $T_U = \bar{X} - \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\gamma}(n-1, -\sqrt{n} u_\beta) S$, 同理可得容忍下限为 $T_L = \bar{X} + \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\gamma}(n-1, -\sqrt{n} u_\beta) S$ 。

因此, 正态总体水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的容忍区间为 $\left[\bar{X} + \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\gamma/2}(n-1, -\sqrt{n} u_{\beta/2}) S, \bar{X} - \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\gamma/2}(n-1, -\sqrt{n} u_{\beta/2}) S \right]$ 。

2 理论模型

趋势线寿命评估方法的理论模型是要充分利用响应变量的大多数对单个观测值的响应变量进行预测, 因此在明确容忍区间和正态总体的容忍区间概念的基础上, 需要建立回归函数值的容忍区间。

2.1 一元线性回归模型

假设响应变量 $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则回归函数值的容忍限和容忍区间可参照正态总体的形式进行。根据式(6)的形式可得回归函数值的容忍限为^[6]

$$P_r \{ P_r^* (Y_0 \leq \hat{Y}_0 + \kappa S) \geq 1 - \beta \} \geq 1 - \gamma \quad (13)$$

由于 $Y_0 \sim N(\mu_{Y|x_0}, \sigma^2)$, 因此对式(13)进行变换可得

$$P_r \left\{ \frac{\hat{Y}_0 - \mu_{Y|x_0} + \kappa S}{\sigma} \geq \Phi^{-1}(1 - \beta) = u_\beta \right\} \geq 1 - \gamma \quad (14)$$

由一元线性回归的基本概念和结论可知: $\bar{Y} \sim N(a + b\bar{x}, \sigma^2/n)$, $\hat{b} \sim N(b, \sigma^2/S_{xx})$, 其中 $S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, 由此可得 $\hat{Y}_0 = \hat{a} + \hat{b}x_0 = \bar{Y} + \hat{b}(x_0 - \bar{x}) \sim N(a + bx_0, \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right] \sigma^2)$ 。为简便计算, 令 $n^* = \frac{1}{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$, 即 $\frac{\hat{Y}_0 - \mu_{Y|x_0}}{\sigma \sqrt{n^*}} \sim N(0, 1)$ 。文献[7]中将 n^* 定义为观察影响数, 表示对于任意响应变量的观察值, 具体的算式为 $n^* = \frac{\hat{\sigma}^2}{s.e.(\hat{y}_i)^2}$ 。其中: $\hat{\sigma}$ 表示残余标准差的无偏估计; $s.e.(\hat{y}_i)$ 表示 \hat{y}_i 的标准差^[8]。

此时对式(14)进一步变形可得

$$P_r \left\{ \frac{\frac{\hat{Y}_0 - \mu_{Y|x_0} - \sqrt{n^*} u_\beta}{\sigma \sqrt{n^*}}}{\frac{S}{\sigma}} \geq -\sqrt{n^*} \kappa \right\} \geq 1 - \gamma \quad (15)$$

由非中心 t 分布的定义以及对式(15)进行变换求解, 可得 $\kappa = -\frac{1}{\sqrt{n^*}} t_{1-\gamma}(n-2, -\sqrt{n^*} u_\beta)$, 因此对于水平为 $(1 - \beta, 1 - \gamma)$ 的回归函数值的容忍上限 $\hat{Y}_0 + \kappa S$ 为 $\hat{a} + \hat{b}x_0 - \frac{1}{\sqrt{n^*}} t_{1-\gamma}(n-2, -\sqrt{n^*} u_\beta) S$ 。同理可推得回归函数值的容忍下限和容忍区间。

因此, 由多个容忍限所构成的非线性方程为 $L_{TOLU} = \hat{a} + \hat{b}x_0 - \frac{1}{\sqrt{n^*}} t_{1-\gamma}(n-2, -\sqrt{n^*} u_\beta) S$, $L_{TOLL} = \hat{a} + \hat{b}x_0 + \frac{1}{\sqrt{n^*}} t_{1-\gamma}(n-2, -\sqrt{n^*} u_\beta) S$ 。其中, L_{TOLU} 和 L_{TOLL} 在做非线性方程时 x_0 的定义域为 $[0, +\infty)$ 。

2.2 非线性回归模型改进及讨论

线性回归模型是趋势线寿命评估方法理论模型中的基本模型, 但在计算过程中发现, 线性回归模型算得各项性能数据的拟合度不高, 计算结果的精度必然受到影响。因此, 需要建立非线性回归函数值的容忍限和容忍区间, 以满足更高计算精度的要求。

非线性回归函数值的容忍限相对于线性回归函数值的容忍限发生改变的地方主要有两个: 一个是拟合回归线 \hat{y} , 另一个则是观察影响数 n^* 。为讨论模型修改后的结果, 利用 R 语言软件, 根据文献[7]中的试验数据, 分别利用线性回归模型和非线性回归模型对数据进行了计算, 计算结果如图 2 所示。

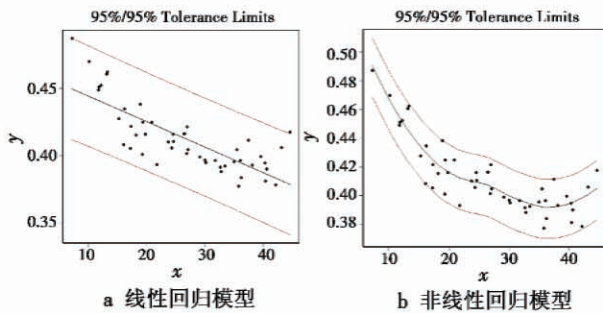


图2 不同回归函数值的容忍区间

Fig.2 Tolerance interval of different regression function values

在以上对回归模型的改进中,如果单纯从统计学的角度出发,非线性回归模型计算出来的结果精度必然好于线性回归模型。但是结合趋势线寿命评估方法,各个性能值在拟合后,应该呈现的是退化趋势,保持单调的形式,而在图2b的拟合曲线中出现了先降低后上升的情况,这与实际情况是不相符的,即使拟合度很高,也是不应该选择的。一旦数据中出现了这种情况,只能认为某些数据是一个离散点或者坏点,应该适当剔除。所以,在应用寿命趋势线分析方法解决实际问题时,并不是单纯地追求拟合度越高越好,因为回归模型的建立也要遵从科学现象的客观事实。

综上所述,在利用趋势线进行寿命评估的过程中,仅仅收集到几组监控数据,由于产品的高可靠性,无法监测到产品从性能完好到失效的全寿命数据,所以也无法确定回归模型的具体形状。与此同时,在统计学的思想中,有时利用简单的线性模型对于预测响应变量来说可能效果会很好,特别是在回归变量的值域相对较小的情况下,线性模型即使拟合程度不高,但是也将是实际中最合理的模型。因此,为便于工程计算,应用趋势线寿命评估方法进行寿命趋势预测时主要应用线性回归模型进行求解。

3 实例计算

以某底火为例,由于输出火焰持续时间是底火性能退化的敏感特征参量,所以根据文献[9]中的试验原理以及搭建的试验平台,在71℃加速条件下,对不同取样时间节点的底火性能进行测量,试验结果见表1。

表1 某底火输出火焰持续时间试验结果

Table 1 Test result of frame duration of a primer

取样时间	输出火焰持续时间/ms					平均值/ms
存储前	9.5	7.7	9.1	9.3	8.9	8.9
14 d	22.72	5.78*	46.9	22.8	19.45	21.63
28 d	58.78	98.55*	51.3	35.3	36.15	45.38
42 d	50.18	65.18	64.4	56.3	59.28	59.01
56 d	52.7	12.80*	54.4	66.8	70.1	61

表中,带*的为同组中的数据离散点,在计算过程

中应将其舍去。

由于火焰持续时间应不超过90 ms,所以在置信度为0.9、可靠度为0.9的条件下,对以上试验结果进行趋势线分析,计算结果如图3所示。

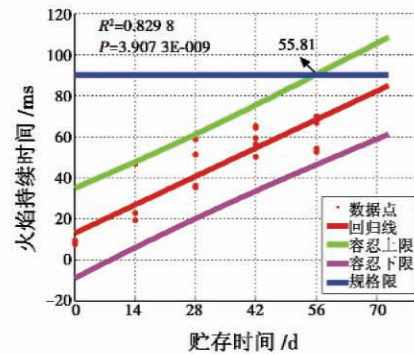


图3 某底火输出火焰长度寿命趋势预测结果

Fig.3 Life assessment result of frame duration of a primer

由图3可知,随着贮存时间的增加,输出火焰持续时间呈增大的趋势,且容忍上限与规格限交点所对应的横坐标约为56 d。根据GJB 736.8-1990《火工品试验方法71℃试验法》,外推得出该底火的寿命约为22年。

4 结束语

本文对趋势线寿命评估方法的理论模型进行了推导,并对该模型为什么选择容忍区间、容忍区间与置信区间和预测区间的区别进行了说明;同时,为解决趋势线寿命评估方法计算精度不高的问题,从统计学角度对回归模型进行了改进,并结合解决问题的实际情况,对改进后的模型进行讨论,最终确定了选择线性回归模型作为趋势线寿命评估方法的合理性和正确性,为编制寿命评估程序奠定了坚实的基础;最后以某底火为例,进行了实例计算,以输出火焰持续时间为敏感特征参量,计算得出底火寿命约为22年。

参考文献

- [1] YANG L C, MILLER D M. Advanced applications of statistical methods in testing of energetic components and systems [C]//The 41th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 2005. doi:10.2514/6.2005-4039.
- [2] YANG L C. Practical problems and solutions in age trendline analyses for energetic components [C]//The 43th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 2007. doi:10.2514/6.2007-5135.
- [3] 麻宏亮. 基于趋势线分析的火工品寿命评估方法的理论及应用研究[D]. 西安:中国兵器科学院第二一三研究所,2013. (MA H L. Study on theory and application of assessment method of explosive device's life base on trendline)

(下转第80页)

[J]. 兵工学报, 1997, 18(4):302-307. (YOU N, MA B H. Researching on the fall section of cluster bomb[J]. Journal of Materials Engineering, 1997, 18(4):302-307.)

[2] 杨世荣, 李小强, 王才宏. 子母弹子弹落点模拟计算方法[J]. 火力与指挥控制, 2008, 33(4):87-89. (YANG S R, LI X Q, WANG C H. Simulated computation method of the cluster warhead's fall point[J]. Fire Control and Command Control, 2008, 33(4):87-89.)

[3] 谭守林, 张金巍, 陈力. 子母弹最佳抛撒半径与导弹精度关系研究[J]. 武汉科技大学学报, 2010, 33(1):109-112. (TAN S L, ZHANG J W, CHEN L. Relation between the best separation radius of submunition and missile's precision[J]. Journal of Wuhan University of Science and Technology, 2010, 33(1):109-112.)

[4] 孔维红, 姜春兰, 王在成. 某型航空子母弹子弹地面散布研究[J]. 航空兵器, 2005(4):43-46. (KONG W H, JIANG C L, WANG Z C. Study for bomblets distribution on ground of aerial cluster bomb[J]. Aviation Weapon, 2005(4):43-46.)

[5] 郭锐, 刘荣忠, 史争军, 等. 基于 MATLAB/Simulink 的末敏弹弹道仿真[J]. 弹药与制导学报, 2005, 25(1):169-171. (GUO R, LIU R Z, SHI Z J, et al. The simulation of target sensitivity projectile trajectory based on MATLAB/Simulink [J]. Journal of Missiles and Guidance, 2005, 25(1):169-171.)

[6] 杨启仁. 子母弹飞行动力学[M]. 北京:国防工业出版社, 1999. (YANG Q R. Cluster bomb flight dynamics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999.)

[7] 杨昊东, 刘占辰, 马尊成, 等. 航空反坦克末敏弹投弹区计算的建模与仿真[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(8):163-167. (YANG H D, LIU Z C, MA Z C, et al. The modeling and simulation about calculating the bombing ranges of aviation anti-tank terminal-sensitive cluster warhead[J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14(8):163-167.)

[8] 杨少卿. 灵巧弹药工程[M]. 北京:国防工业出版社, 2010. (YANG S Q. Smart ammunition engineering[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010.)

[9] 徐文旭, 张靖, 齐占元, 等. 子母弹抛撒内弹道建模及仿真[J]. 兵工学报, 2006, 27(5):797-801. (XU W X, ZHANG J, QI Z Y, et al. The modeling and simulation of interior trajectory for cluster munition dispersing[J]. Journal of Materials Engineering, 2006, 27(5):797-801.)

(上接第 76 页)

analysis[D]. Xi'an: A Dissertation Submitted to the 213th Research Institute China Academy of Ordnance Science for the Master Degree of Technology, 2013.)

[4] 麻宏亮, 张蕊, 李芳, 等. 趋势线分析方法在火工品寿命评估中的应用[J]. 火工品, 2013, 25(3):53-56. (MA H L, ZHANG R, LI F, et al. The application of trend-line analysis in life prediction of initiating explosive device [J]. Initiators & Pyrotechnic, 2013, 25(3):53-56.)

[5] WALPOE R E. 理工科概率统计[M]. 8 版. 周勇, 译. 北京:机械出版社, 2009:192-200. (WALPOE R E. Probability & statistics for engineers & scientists[M]. 8th ed. Translated by ZHOU Y. Beijing: China Machine Press, 2009:192-200.)

[6] STEVEN D G, LANGHANS I, VANDEBROEK M. Using the correct intervals for prediction: a tutorial on tolerance intervals for ordinary least-squares regression[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2007(87):147-154.

[7] YOUNG D S. Tolerance: an R package for estimating tolerance intervals[J]. Journal of Statistical Software, 2010, 36(5):31-32.

[8] WALLIS W A. Tolerance intervals for linear regression [C]//In J Neyman (ed.), Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 2008:43-51.

[9] 李博. 催泪弹贮存失效特性与寿命趋势预测研究[D]. 西安:武警工程大学, 2014. (LI B. Research on the storage failure factors of tear-gas grenade and trend prediction for the lifetime[D]. Xi'an: Engineering University of CAPF, 2014.)

本刊国内邮发代号为 36 - 693 欢迎订阅