

三旋翼构型倾转旋翼无人机建模与悬停控制研究

王海洋, 路平, 江涛
(军械工程学院, 石家庄 050003)

摘要: 针对一种三旋翼构型倾转旋翼无人机的建模和悬停控制问题进行研究, 采用牛顿欧拉法建立了这种三旋翼构型倾转旋翼无人机的六自由度非线性动力学模型, 并对模型进行简化。在此基础上, 分别设计了悬停模式下的高度控制器和姿态控制器。高度控制器是在反馈线性化的基础上采用PID控制设计而成, 姿态控制器由基于Backstepping的PID控制器构成。最后, 对所设计的控制器进行仿真实验, 实验结果表明: 所设计的控制器能满足系统的控制性能要求。

关键词: 三倾转旋翼无人机; 建模; 悬停控制; PID; 姿态控制

中图分类号: V212 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)10-0051-05

Modeling and Hovering Control of a Tilt-Rotor UAV with Tri-Rotor Configuration

WANG Hai-yang, LU Ping, JIANG Tao
(Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Modeling and hovering control of a tilt-rotor UAV with tri-rotor configuration were studied. A 6-DOF nonlinear dynamic model of this tri-tilt-rotor UAV was established with Newton-Euler method, which was then simplified. On such basis, altitude and attitude controllers in hovering mode were designed respectively. The altitude controller was designed with PID control based on feedback linearization, and the attitude controller was composed of Backstepping-based PID controllers. Finally, the designed controllers were used for simulation experiment, and the experimental results show that the designed controllers can meet the system's requirements for performance control.

Key words: tri tilt-rotor UAV; modeling; hovering control; PID; attitude control

0 引言

倾转旋翼无人机同时具有固定翼无人机高速飞行和旋翼无人机垂直起降能力以及良好的机动性等特性, 因此, 被称为空中的“混血儿”。目前, 倾转旋翼无人机主要有3种构型: 双旋翼构型倾转旋翼无人机、三旋翼构型倾转旋翼无人机和四旋翼构型倾转旋翼无人机。很多研究者对这几种构型的倾转旋翼无人机进行了研究, 文献[1]设计了一种四倾转旋翼无人机, 采用欧拉法对其进行了详细的动力学和运动学建模; 文献[2]采用级联RBF神经网络对倾转旋翼飞行器进行了四自由度的动力学建模, 采用仿真实验与标准逆向传递算法进行比较; 文献[3]通过对滚转、俯仰和偏航运动的分析建立双旋翼构型的倾转旋翼无人机的六自

由度模型, 随后又对双叶旋翼进行了详细的建模和分析; 文献[4]采用四元数法对双旋翼构型的倾转旋翼无人机的旋翼和机体进行了详细的空气动力学建模, 用以验证控制算法的有效性。建立准确的模型对研究控制算法的控制性能十分重要, 目前的研究对飞行器进行了初步的建模, 模型的有效性有待进一步验证。

文献[5]构建了三旋翼构型的倾转旋翼无人机实验平台, 介绍了所构建实验平台的主要组成部分, 对其进行理论分析, 建立了系统悬停状态的运动学和动力学非线性模型, 并对非线性模型进行了线性化处理。对模型进行解耦处理后设计了PID- $\alpha\beta$ 姿态控制器, 通过仿真实验进行控制性能分析, 研究表明所设计的控制器使倾转旋翼无人机在直升机模式下能够以很小的误差趋近于期望姿态。文献[6]研究了基于双旋翼构型的倾转旋翼无人机悬停状态的姿态控制问题, 建立了六自由度的非线性模型, 对模型进行线性化, 采用PID控制进行控制器设计, 在实验平台上进行了控制器

收稿日期: 2014-12-17

修回日期: 2015-01-07

作者简介: 王海洋(1991—), 男, 陕西商洛人, 硕士生, 研究方向为测控与飞行控制技术。

的验证。文献[7]通过采用可倾转旋翼提高四旋翼的性能,设计了可倾转旋翼四旋翼的自适应控制算法,通过大量的 Matlab 仿真,证明了所设计的控制算法使得可倾转旋翼四旋翼相对于传统四旋翼具有更好的性能,而且采用自适应控制算法的可倾转旋翼四旋翼较其他可倾转旋翼四旋翼有更好的稳定性能。文献[8]采用 Backstepping 方法和基于 θ -D 控制的方法设计了倾转旋翼无人机的鲁棒自适应控制器,所设计的控制器对时变系统的参数和来自复杂环境下的干扰具有很好的鲁棒性,极大地提高了倾转旋翼无人机的飞行性能和稳定性。

目前,对倾转旋翼无人机的研究主要集中在双旋翼构型和四旋翼构型的倾转旋翼无人机上,而三旋翼构型的倾转旋翼无人机(本文称其为“三倾转旋翼无人机”)理论研究比较匮乏,本文在建立三倾转旋翼无人机悬停模式六自由度模型的基础上,对其悬停状态飞行控制进行了详细研究。

1 建模分析

1.1 飞行器动力学建模

三倾转旋翼无人机的飞行过程包括悬停模式、过渡模式和固定翼模式。本文主要研究其悬停模式下的问题,在此模式下三倾转旋翼无人机可简化为三旋翼,如图1所示。三倾转旋翼无人机悬停模式的控制策略如下:通过控制3个旋翼提供的总升力实现其高度控制;俯仰运动通过改变尾旋翼的升力来实现;滚转运动的控制是通过改变两个主旋翼的升力和尾旋翼的倾转来实现的,尾旋翼在滚转运动中主要起平衡扭矩的作用;偏航运动通过控制尾旋翼的倾转角度来实现。

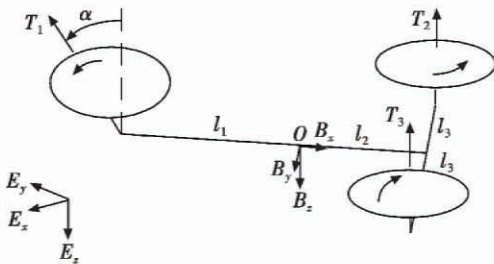


图1 三倾转旋翼无人机悬停模式简图

Fig.1 Hover mode diagram of tri tilt-rotor UAV

$E_b = [B_x, B_y, B_z]$ 为机体坐标系,原点 O 位于机体重心,其中, B_x 指向机头方向, B_y 指向机身右方, B_z 垂直于机身向下。 $E = [E_x, E_y, E_z]$ 为惯性坐标系,采用东-北-地坐标系。 $P = [x, y, z]^T$ 为机体在惯性坐标系 E 下的坐标, $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ 为机体的欧拉角, $\Omega = [p, q, r]^T$ 为机体的角速度, $V = [u, v, w]^T$ 为机体坐标系 E_b 相对于惯性坐标系 E 的线速度, α 为尾旋翼倾转的角度。惯性坐标系 E 到机体坐标系 E_b 下转换矩阵为

$R^{i \rightarrow b}$,其表达式可参见文献[7]。由牛顿欧拉公式^[8]可推导出机体的非线性动力学方程为

$$\begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega \times mV \\ \Omega \times J\Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_b - T_b \\ M_b \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $I_{3 \times 3}$ 为三阶单位对角矩阵; J 为转动惯量矩阵,为反对称矩阵; T_b 为旋翼在机体坐标系下的升力,假设 T_i 为各个旋翼产生的升力($i=1,2,3$),由文献[9]可知,旋翼的升力为 $T_i = k_T s_i^2$,其中, s_i 为旋翼的转速($i=1,2,3$),则 T_b 可表示为

$$T_b = \begin{bmatrix} 0 \\ T_1 \sin \alpha \\ T_3 + T_2 + T_1 \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_T s_1^2 \sin \alpha \\ k_T s_3^2 + k_T s_2^2 + k_T s_1^2 \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

G_b 为重力在机体坐标系下的分量, g 为重力加速度, G_b 可表示为

$$G_b = \begin{bmatrix} mg \sin \theta \\ mg \sin \phi \cos \theta \\ mg \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

M_b 为机体坐标系下机体的力矩矩阵,假设 τ_1, τ_2, τ_3 为3个旋翼产生的扭矩,则 M_b 可表示为

$$M_b = \begin{bmatrix} l_3(T_3 - T_2) \\ -l_1 T_1 \cos \alpha + l_2(T_2 + T_3) \\ l_1 T_1 \sin \alpha - \tau_1 \cos \alpha - \tau_2 + \tau_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由文献[10]可知,机体坐标下的角速度 $\Omega = [p, q, r]^T$ 和欧拉角 $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$ 之间的关系,即姿态角运动方程为

$$\dot{\Theta} = H\Omega \quad (5)$$

式中,

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

假设 u_1, u_2, u_3, u_4 为三倾转旋翼无人机的控制输入量

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_3 + T_2 + T_1 \cos \alpha \\ l_3(T_2 - T_3) \\ -l_1 T_1 \cos \alpha + l_2(T_2 + T_3) \\ l_1 T_1 \sin \alpha - \tau_1 \cos \alpha - \tau_2 + \tau_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: u_1 为总升力控制量; u_2 为滚转力矩输入控制量; u_3 为俯仰力矩控制量; u_4 为偏航力矩控制量。

将式(2)~式(4)和式(7)代入式(1),结合式(5)可推导出三倾转旋翼无人机悬停模式的六自由度非线性模型,转化为仿射非线性形式为

$$\begin{cases} \dot{X} = F(X) + G(X)U \\ Y = H(X) \end{cases} \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{X} = [u, v, \mathbf{w}, p, q, r, \phi, \theta, \psi]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{U} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} vr - wq - g \sin \theta \\ -ur + wp + g \cos \theta \sin \phi \\ uq - vp + g \cos \theta \cos \phi \\ \frac{(a_1 r + a_2 p) q}{\Pi} \\ \frac{a_5 p r - a_6 (p^2 - r^2)}{\Gamma} \\ \frac{(a_7 p - a_2 r) q}{\Pi} \\ p + (r \cos \phi + q \sin \phi) \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ \frac{1}{\cos \theta} (r \cos \phi + q \sin \phi) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_3}{\Pi} & 0 & \frac{a_4}{\Pi} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Gamma} & 0 \\ 0 & \frac{a_4}{\Pi} & 0 & \frac{a_8}{\Pi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{X}) = [u, v, \mathbf{w}, \phi, \theta, \varphi]^T \quad (13)$$

式中: $a_1 = (J_{yy} - J_{zz})J_z - J_{xz}^2$; $a_2 = (J_{xx} - J_{yy} + J_{zz})J_x$; $a_3 = J_{zz}$; $a_4 = J_{xz}$; $a_5 = J_{zz} - J_{xx}$; $a_6 = J_{xz}$; $a_7 = J_{xx}(J_{xx} - J_{yy}) + J_{xz}^2$; $a_8 = J_{xx}$; $\Pi = J_{xx}J_z - J_{xz}^2$; $\Gamma = J_{yy}$ 。

1.2 悬停模式下模型的简化

由于本文主要研究三倾转旋翼无人机悬停模式的控制问题,进行姿态控制和高度控制问题的研究,可以忽略机体在 x 轴和 y 轴的运动,即令 $u = v = 0$ 。悬停模式下,机体的俯仰角和滚转角比较小,因而 $\sin \phi = \sin \theta \approx 0$ 。另外,由于机体结构关于 OXZ 平面对称,故机体各个方向的惯性积为零,即 $J_{xy} = J_{yz} = J_{xz} = 0$ 。故而,悬停模式下的控制模型可简化为

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \cos \theta \cos \phi \\ \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} \\ \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} \\ \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

2 控制器设计

控制器采用双闭环控制策略进行悬停模式的飞行

控制,外环为 PID 高度控制器,进行高度控制。内环为姿态控制器,进行悬停姿态控制,采用基于反演法的 PID 控制器。

2.1 高度控制器设计

由式(14)可得高度子系统为

$$\dot{w} = g \cos \theta \cos \phi - u_1 \quad (15)$$

对式(15)进行输入-输出反馈线性化可得

$$u_1 = g \cos \theta \cos \phi - \xi \quad (16)$$

式中, ξ 为待定新输入。本文采用 PID 控制器进行三倾转旋翼无人机的高度控制,因而

$$\xi = K_p e_w + K_I \int e_w dt + K_D \frac{de_w}{dt} \quad (17)$$

式中: $e_w = w - w_d$, w_d 为给定的机体 z 轴速度值; K_p, K_I, K_D 为 PID 控制器的参数。

2.2 姿态控制器设计

姿态控制器采用基于 Backstepping 设计方法^[9]的 PID 控制,进行悬停模式的姿态控制。以俯仰通道为例,定义俯仰角度误差为

$$e = \theta - \theta_d \quad (18)$$

式中, θ_d 为期望俯仰角值。Backstepping 第一步的误差定义为

$$x_1 = k_1 e + k_2 \int e dt \quad (19)$$

式中, k_1, k_2 为大于 0 的可调节参数。构造关于 x_1 的 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} x_1^2 \quad (20)$$

$$\dot{V}_1 = x_1 \dot{x}_1 = x_1 (k_1 \dot{\theta} - k_1 \dot{\theta}_d + k_2 e) \quad (21)$$

要满足稳定性定理,须使得 \dot{V}_1 负定,令 $\dot{V}_1 = -b_1 x_1^2$, 其中 b_1 为大于 0 的可调节参数。定义 $\dot{\theta}_d$ 为第二步的虚拟控制量,期望的虚拟控制量为

$$\dot{\theta}_{1d} = \dot{\theta}_d - \frac{k_2 e}{k_1} - \frac{b_1 x_1}{k_1} \quad (22)$$

定义第二步虚拟控制量的误差为

$$x_2 = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}_{1d} = b_1 x_1 + \dot{x}_1 \quad (23)$$

构造第二步的 Lyapunov 函数为

$$V_2 = \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{2} x_2^2 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & x_1 \dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 = x_2 [e(k_1^2 + \frac{b_1 k_2}{k_1}) + \int e dt (k_1 k_2) + \\ & e(\frac{k_2}{k_1} + b_1) + \dot{\phi} \dot{\psi} \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} + \frac{u_3}{J_{yy}} - \ddot{\theta}_d] - x_1 (k_1 \dot{\theta} - k_1 \dot{\theta}_d + k_2 e) \end{aligned} \quad (25)$$

要满足 Lyapunov 稳定性定理, \dot{V}_2 为负定,则令 $\dot{V}_2 = -b_2 x_2^2$, 其中, b_2 为大于 0 的可调节参数^[10]。因而,控

制器选为

$$U_3 = J_{yy} \left[-e \left(k_1^2 + \frac{b_1 k_2}{k_1} + b_1 b_2 + k_1^2 + \frac{b_2 k_2}{k_1} \right) - \int edt \left(k_1 k_2 + \frac{b_1 b_2 k_2}{k_1} \right) - \dot{e} \left(\frac{k_2}{k_1} + b_1 + b_2 \right) - \dot{\phi} \dot{\psi} \frac{J_{xz} - J_{yx}}{J_{yy}} + \ddot{\theta}_d \right] \quad (26)$$

上式为PID控制表达式,其中PID的参数分别为

$$\begin{cases} K_P = k_1^2 + \frac{b_1 k_2}{k_1} + b_1 b_2 + k_1^2 + \frac{b_2 k_2}{k_1} \\ K_I = k_1 k_2 + \frac{b_1 b_2 k_2}{k_1} \\ K_D = \frac{k_2}{k_1} + b_1 + b_2 \end{cases} \quad (27)$$

采用俯仰通道控制的设计方法,可以设计出滚转通道和偏航通道基于反步方法的PID控制器为

$$U_2 = J_{xx} \left[-e \left(k_3^2 + \frac{b_3 k_4}{k_3} + b_3 b_4 + k_3^2 + \frac{b_4 k_4}{k_3} \right) - \int edt \left(k_3 k_4 + \frac{b_3 b_4 k_4}{k_3} \right) - \dot{e} \left(\frac{k_4}{k_3} + b_3 + b_4 \right) - \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \ddot{\phi}_d \right] \quad (28)$$

$$U_4 = J_{zz} \left[-e \left(k_5^2 + \frac{b_5 k_6}{k_5} + b_5 b_6 + k_5^2 + \frac{b_6 k_6}{k_5} \right) - \int edt \left(k_5 k_6 + \frac{b_5 b_6 k_6}{k_5} \right) - \dot{e} \left(\frac{k_6}{k_5} + b_5 + b_6 \right) - \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \ddot{\psi}_d \right] \quad (29)$$

3 实验结果及分析

采用文献[11-12]提出的方法对所设计控制器进行参数整定,进行控制性能的验证。实际测量的机体参数如表1所示。

表1 机体参数表

Table 1 Parameters of UAV

参数	数值
m/kg	1.5
l_1/m	0.15
l_2/m	0.5
l_3/m	0.15
$J_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2.362×10^{-3}
$J_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2.132×10^{-3}
$J_{zz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	5.376×10^{-2}

实验的仿真数据如下:三旋翼构型倾转旋翼无人机机体悬停状态下的姿态和机体z轴速度初值分别为 $\phi = \theta = \psi = 4.5^\circ$ 和 $w = 0.8 \text{ m/s}$ 。系统的期望机体z轴速度和姿态值为 $w_d = \sin(\pi t) \text{ m/s}$ 和 $\phi_d = \theta_d = \psi_d = 0^\circ$ 。实验的仿真结果如图2、图3所示。

机体z轴的速度控制如图2所示,在初始误差较大的情况下,所设计的控制器使得机体z轴实际速度快速地以较小的误差跟踪理想速度。机体姿态控制(见图3)能在姿态角初始误差较大的情况下,使得姿态角在0.4s内稳定地收敛在 0° 附近,并且超调量小

于10%,稳态误差较小。

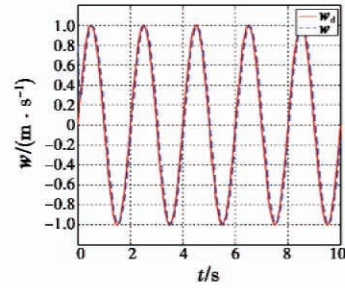


图2 Z轴速度控制

Fig. 2 Z-axis speed control

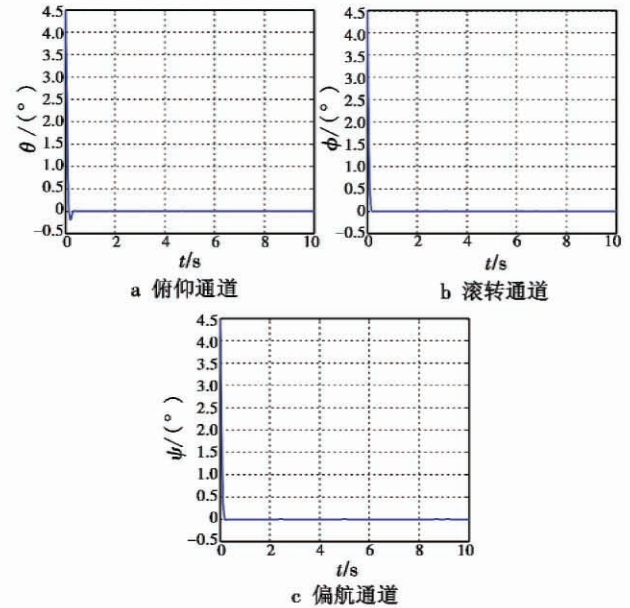


图3 机体姿态控制

Fig. 3 Attitude control of airframe

4 结论

本文对一种三旋翼构型的倾转旋翼无人机进行研究,建立机体的六自由度非线性运动模型,在此基础上进行模型的简化,对其悬停状态飞行控制进行研究,设计了基于Backstepping的PID控制器,并进行仿真实验。实验结果表明:所设计的控制器能够较好地满足机体的控制性能要求。

参考文献

- [1] CETINSOY E. Design and modeling of a gas-electric hybrid quad tilt-rotor UAV with morphing wing[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Tianjin, China, August 3-6, 2014:1193-1198.
- [2] CHEN Z, YU C Y, YANG J W. Dynamic modeling using cascade-correlation RBF networks for tilt rotor aircraft platform[C]//International Conference on Neural Networks and Brain, 2005:26-31.

- [3] KENDOUL F, FANTONI I, LOZANO R. Modeling and control of a small autonomous aircraft having two tilting rotors[C]// Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, Seville, Spain, December 12-15, 2005; 8144-8149.
- [4] 顾安平. 倾转旋翼飞行器建模可视化与控制方法验证[D]. 南京:南京航空航天大学, 2008. (GU A P. Tilt-rotor aircraft modeling visualization and flight control validation[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008.)
- [5] PAPACHRISTOS C, ALEXIS K, TZES A. Linear quadratic optimal position control for an unmanned control for an unmanned tri tiltrotor[C]//2013 International Conference on Control, Decision and Information Technologies(CoDIT), May 6-8, 2013; 708-713.
- [6] PAPACHRISTOS C, ALEXIS K, TZES A. Design and experimental attitude control of an unmanned tilt rotor aerial vehicle[C]//The 15th International Conference on Advanced Robotics Tallinn University of Technology Tallinn, Estonia, June 20-23, 2011; 465-470.
- [7] ENKUL F, ALTU E. Adaptive control of a tilt roll rotor quadrotor UAV[C]//2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Orlando, FL, USA, 2014; 1132-1137.
- [8] KRISHNAMURTHY P, KHORRAMI F. Adaptive backstepping and θ -D based controllers for a tilt-rotor aircraft[C]//The 19th Mediterranean Conference on Control and Automation Aquis Corfu Holiday Palace, Corfu, Greece June 20-23, 2011; 540-545.
- [9] 刘鹤鸣, 徐国强, 黄长强, 等. 无人作战飞机自主攻击非线性控制器设计[J]. 电光与控制, 2014, 21(6): 81-85. (LIU H M, XU G Q, HUANG C Q, et al. Design of a nonlinear flight controller for UCAV's autonomous attacking[J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(6): 81-85.)
- [10] MIAN A A, WANG D B. Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6-DOF quadrotor helicopter[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(3): 261-268.
- [11] RANGER P, DESBIENS A. Improved backstepping-based adaptive PID Control[C]//The 4th International Conference on Control and Automation, 2003; 123-127.
- [12] BENASKEUR A R, DESBIENS A. Backstepping-based adaptive PID control [C]//IEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2002; 54-59.

(上接第 50 页)

研究该类飞行器的非线性运动与控制,则是实现其功用的关键。本文提出了新型变桨距四旋翼飞行器的基本思路与可能的控制方案,对小型四旋翼及其他多旋翼无人机的发展改进都有参考作用。

参考文献

- [1] SLOTINE J J E, LI W P. Applied nonlinear control[M]. Upper Saddle River, NJ:Prentice Hall, 1990.
- [2] SALIH A L, MOGHAVVEMI M, MOHAMED H A F, et al. Modelling and PID controller design for a quadrotor unmanned air vehicle[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Automation Quality and Testing Robotics, Cluj-Napoca, 2010; 1-5.
- [3] 周权, 黄向华, 朱理化. 四旋翼微型飞行平台姿态稳定控制试验研究[J]. 传感器与微系统, 2009, 28(5): 72-74, 79. (ZHOU Q, HUANG X H, ZHU L H. Experiment study on attitude stabilization control of quadrotor micro-aircraft[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2009, 28(5): 72-74, 79.)
- [4] 宿敬亚, 樊鹏辉, 蔡开元. 四旋翼飞行器的非线性 PID 姿态控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(9): 1054-1058. (SU J Y, FAN P H, CAI K Y. Attitude control of quadrotor aircraft via nonlinear PID[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(9): 1054-1058.)
- [5] 孟佳东, 赵志刚. 小型四旋翼无人机建模与控制仿真[J]. 兰州交通大学学报, 2013, 32(1): 63-67. (MENG J D, ZHAO Z G. Modeling and simulation of microquadrotor UAV[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2013, 32(1): 63-67.)
- [6] 吴友强, 纪浩, 邹力涵. 基于卡尔曼滤波的四旋翼飞行器悬停控制研究[J]. 自动化与仪表, 2013(11): 1-5. (WU Y Q, JI H, ZOU L H. Research on quadrotor hovering PID control based on Kalman filtering[J]. Automation and Instrumentation, 2013(11): 1-5.)
- [7] 李俊, 李运堂. 四旋翼飞行器的动力学建模及 PID 控制[J]. 辽宁工程大学学报, 2012, 31(1): 114-117. (LI J, LI Y T. Modeling and PID control for a quadrotor[J]. Journal of Liaoning Engineering University, 2012, 31(1): 114-117.)
- [8] 郭存良. 6-DOF 并联机器人动力学建模、非线性解耦及控制[D]. 秦皇岛:燕山大学, 2000. (GUO C L. 6-DOF parallel robot dynamics modeling, nonlinear decoupling and control[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2000.)
- [9] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京:清华大学出版社, 2002. (ZHENG D Z. Linear system theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [10] 薛定宇. 控制系统计算机辅助设计[M]. 北京:清华大学出版社, 2006. (XUE D Y. Control system computer aided design[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)