

## 岸基航空兵多约束预先配置整数规划建模

罗木生<sup>1</sup>, 沈培志<sup>1</sup>, 马佳<sup>2</sup>, 葛文才<sup>3</sup>

(1. 海军航空兵工程学院, 山东 烟台 264001; 2. 空军空降兵学院, 广西 桂林 541003;

3. 中国人民解放军91880部队, 山东 胶州 266300)

**摘要:** 针对多约束条件下的航空兵预先配置问题展开研究。通过分析航空兵作战需求, 抽象出作战效果最大与兵力数量最少两类兵力预先配置优化问题; 根据航空兵配置的影响因素, 建立了兵力数量、任务需求、机场容量与保障能力等多约束条件下的两类航空兵预先配置整数规划模型; 设计了遍历法求解方法, 并给出了其关键解算代码, 可求出满足目标函数的所有最优解。最后对两类模型及算法进行了仿真计算, 结果表明, 建立的整数规划模型及设计的求解方法, 能解算得出航空兵预先配置最优方案。

**关键词:** 岸基航空兵; 兵力预先配置; 整数规划; 遍历法

**中图分类号:** V271.4; E273.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)10-0035-04

## Shore-Based Aviation Force Pre-disposition through Integer Programming Under Multiple Constraints

LUO Mu-sheng<sup>1</sup>, SHEN Pei-zhi<sup>1</sup>, MA Jia<sup>2</sup>, GE Wen-cai<sup>3</sup>

(1. Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. Air Force Airborne Academy, Guilin 541003, China; 3. No. 91880 Unit of PLA, Jiaozhou 266300, China)

**Abstract:** The problem of aviation pre-disposition under multiple constraints was studied. Through analyzing requirements of aviation operation, two kinds of force pre-disposition optimization problems, maximized operational efficiency and minimized quantity of operational force, were presented. According to influencing factors of aviation pre-disposition, integer programming models were built up for the two kinds of aviation force pre-disposition, in which multiple constraints were taken into consideration, such as force quantity, task requirement, airfield capacity and supportability. The solution by traverse algorithm was designed to those two models, and the key calculating codes were given, then all the optimum solutions satisfying the objective function could be obtained. Finally, simulation was made to the two kinds of models and the algorithms. The results show that the optimum aviation pre-disposition scheme can be obtained by using the integer programming models and the solution methods.

**Key words:** shore-based aviation; force pre-disposition; integer programming; traverse algorithm

### 0 引言

航空兵具有机动速度快、作战范围大、突击威力强、可遂行多样化作战任务等特点, 是应对空中威胁、守卫领空安全的重要作战力量。在夺取和保持制空权、实施空中进攻作战与防空作战, 以及支援陆上、海上兵力的作战中, 航空兵担负着极其重要的作战任务。

预先配置是将兵力兵器预先布置在适当位置的活动, 可有效应对重点区域或重要方向的敌方威胁。预先配置涉及兵力需求计算<sup>[1-2]</sup>、配置方案制定等问题。在兵力预先配置方面的研究主要有两种方法: 一种是利用作战模拟等仿真方法, 或构建评估指标体系并进行评估的方法<sup>[3]</sup>, 对多种预先配置方案进行排序, 得出可选方案中的最优者; 另一种是采用解析法, 建立数学模型, 得出预先配置的最优解<sup>[4-7]</sup>, 且能根据战场态势变化, 求解出新态势下的最优解。显然, 前一种方法的结果受限于可选方案优劣, 且态势变化后需重新提供可选方案, 适应性较差; 后一种方法可得全局最优解、

收稿日期: 2014-11-29 修回日期: 2015-01-03

基金项目: 国家社会科学基金(14GJ003-154)

作者简介: 罗木生(1982—), 男, 江西广昌人, 博士生, 研究方向为兵种战术学。

适应性好,但需要确定配置优化的目标函数,解析模型的构建与求解较为困难;部分研究采用0-1整数规划方法解算<sup>[7]</sup>,对于兵力数量较多时的预先配置问题难以求解。本文针对航空兵预先配置中的数学问题,建立解析模型,以解决航空兵作战中的多约束、多兵力的预先配置优化问题。

## 1 航空兵预先配置问题描述

为防范敌方兵力从空中、水面、水下侵犯本国主权,各个国家一般都在本国陆上各地部署一定数量的航空兵,尤其是沿海一带,实施日常的空中巡逻警戒任务。但若某些海域成为热点,或很有可能出现冲突或战争,则非常有必要在冲突或战争爆发之前调整航空兵的兵力配置,即针对重点方向或作战区域,实施兵力预先配置,以有效应对可能出现的突发情况。

在某地区,建有一定数量的机场和若干重要港口,如图1所示。为加强A,B等热点海域的侦察警戒,在采取其他措施的同时,可增援并调整各个机场航空兵的兵力配置,加强热点海域的巡逻监控。

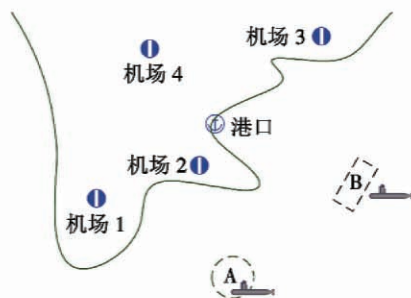


图1 航空兵机场位置分布

Fig.1 Distribution of airports

实施兵力预先配置时,可能面临的选择可概括为以下2类。

1) 航空兵兵力数量一定,使作战效果最大。考虑到航空兵兵力数量有限,需要解决如何将一定数量的航空兵,预先配置到各个机场,使得航空兵在A,B等海域的作战效果最大,如使持续巡逻警戒的时间尽可能长。

2) 为完成预定任务,使用最少兵力。实现在一定作战区域完成预定作战任务的前提下,如使航空兵对A,B等海域持续巡逻警戒的时间不少于一定时长,使得配置到各个机场的航空兵总兵力数量最少。这主要是解决如何根据作战需求,运用最少的航空兵完成预定的作战任务。

## 2 航空兵预先配置主要影响因素分析

影响航空兵兵力预先配置的因素较多,具体而言,

主要影响因素有以下4项。

1) 作战任务需求。作战任务需求是航空兵兵力预先配置所要达成的目标,通常情况,任务需求越大,则需配置的兵力也将越多。若需要对较大海域、或需持续较长时间对预定海域进行巡逻,则需要的兵力也将越多。

2) 武器装备性能。作战平台及其武器装备是兵力配置的对象,同时也是制约兵力配置的重要客观因素。飞机航程大小、机动性能强弱、自卫能力强弱、机载弹药的威力及其精确性等方面,都是影响兵力配置灵活性、作战效果的重要因素。

3) 机场布局。机场布局是指机场的数量、质量及其分布,对兵力预先配置有两方面的影响:①能否驻扎,如机场的质量等级决定了作战飞机能否在该机场正常起降,也就决定了能否驻扎该机场;②预先配置计划能否实现,如机场的数量和容量,若预定配置数量超过机场剩余的容量,预先配置计划就不能实现。

4) 机场机务、保障能力。航空兵作为高技术兵种,对各种保障的要求相对较高,若机场没有对应机种的机务人员,或者缺少某一种油料等,都会造成无法正常起飞的尴尬局面。因而,机场的机务、后勤保障是制约兵力预先配置是否可行的一个极为重要的方面。

## 3 航空兵预先配置整数规划建模

结合上述影响因素,针对前述两类问题,分别构建兵力预先配置优化模型。

### 3.1 模型一:兵力数量一定,使作战效果最大

作战效果不仅与任务要求、平台性能密切相关;同时,还受到平台探测器材、攻击武器的性能、战场环境、敌方兵力等诸多因素的制约。为避免陷入过细的作战过程建模,以在作战空域持续作战的时间来描述作战效果。因此,兵力预先配置的目标函数为使得在作战空域持续巡逻的时间尽可能长,即

$$\max \sum_j \sum_i (x_{ij} \cdot t_{ij,search}) \quad (1)$$

式中: $x_{ij}$ 表示预先配置在第*i*个机场、对第*j*号海域巡逻警戒的飞机数量, $x_{ij} \in \{0,1,2,\dots\}$ , $i=1,2,\dots,j=1,2,\dots$ ;  $t_{ij,search}$ 表示第*i*个机场起飞的单架飞机能对第*j*号海域持续巡逻警戒的时间。

1) 可配置兵力数量一定。预先配置飞机总数确定,为配置到各机场飞机的总数  $N_{foretotal}$ ,即

$$\sum_j \sum_i x_{ij} = N_{foretotal} \quad (2)$$

2) 作战任务需求约束。由于需要对多个海域进行巡逻警戒,为避免兵力集中于某一海区,而对其他海域巡逻警戒的时间过少,需要给定对第*j*号海域巡逻

警戒时间的最少值  $T_{j,search}^{\min}$ , 使得

$$\sum_i (x_{ij} \cdot t_{ij,search}) \geq T_{j,search}^{\min} \quad (3)$$

3) 飞机留空时间约束。除了在作战空域巡逻警戒的时间, 飞机出航飞行与返航飞行也需要耗费一定的时间。由于飞机在任务海域位置变化不大, 即出航终点与返航起点相距不远, 近似认为出航、返航时间相同。故有

$$t_{ij,search} + 2 \cdot t_{ij,fly} \leq T_{fly} \quad (4)$$

式中:  $t_{ij,fly}$  表示飞机从第  $i$  个机场起飞、前往对第  $j$  号海域巡逻警戒的空域所需时间;  $T_{fly}$  表示飞机的留空时间。

4) 机场容量约束。机场原来已经配置的飞机数量, 与新配置的飞机数量之和应不超过机场的容量。为使兵力得到有效运用, 简化认为新配置的飞机数量为该机场需要出动的飞机数量, 则有

$$N_{i,original} + \sum_j x_{ij} \leq N_{i,capacity} \quad (5)$$

式中:  $N_{i,original}$  为已配置在第  $i$  个机场的飞机数量;  $N_{i,capacity}$  为第  $i$  个机场最多能配置的飞机数量。

5) 机场保障能力约束。机场保障能力与机务人员数量和训练水平、保障设备、油料、备件, 以及机载武器弹药的库存等多个因素密切相关, 可描述为最大能保障飞机出动的架次。显然, 机场保障能力是飞机一定时间内出动架次的上限, 应满足

$$\sum_j x_{ij} \leq N_{i,support} \quad (6)$$

式中,  $N_{i,support}$  为第  $i$  个机场最多能保障飞机出动的架次。

### 3.2 模型二: 完成预定任务, 使兵力数量最少

以航空兵遂行对海巡逻警戒任务为例, 预定任务可以是航空兵在作战空域对指定海域持续巡逻警戒的时间, 也可以是巡逻警戒海域面积。同理, 为避免陷入过细的作战过程建模和探测器材效能建模, 以在作战空域对指定海域需持续巡逻警戒的时间来描述预定作战任务要求。

因此, 兵力预先配置的目标函数为使用最少的兵力完成预定的对海巡逻警戒任务, 则有

$$\min \sum_j \sum_i x_{ij} \quad (7)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_i (x_{ij} \cdot t_{ij,search}) \geq T_{j,search}^{\text{task}}, t_{ij,search} + 2 \cdot t_{ij,fly} \leq T_{fly}, \\ N_{i,original} + \sum_j x_{ij} \leq N_{i,capacity}, \sum_j x_{ij} \leq N_{i,support}, x_{ij} \in \{0, 1, 2, \dots\}, i = 1, 2, 3, \dots, j = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

式中: 第 1 个约束条件为完成预定作战任务要求时必须满足的时间约束条件;  $T_{j,search}^{\text{task}}$  为作战任务要求的对第  $j$  号海域持续巡逻警戒的时间, 其他约束见前一小节分析。

## 4 航空兵兵力预先配置模型求解

兵力的预先配置属于整数规划问题, 其可行解空间为离散点, 相比连续规划问题, 解空间结构较好确定, 但其求解却较为困难, 一般不能用连续空间的求解算法。

分支定界法<sup>[8]</sup>、割平面法<sup>[9-10]</sup>等传统求解整数规划问题的方法, 较难给出通用的求解函数, 尤其是当决策变量较多时, 不仅编程工作量大, 而且计算量成几何级增长。遗传算法<sup>[11]</sup>、蚁群算法<sup>[12]</sup>、粒子群算法<sup>[13-14]</sup>等现代智能算法, 虽然克服了传统方法逐点搜索效率低的问题, 可用于解算大规模整数规划问题, 但求解结果通常是不确定的, 一般不能得出最优解。

航空兵兵力预先配置时, 其规模不是很大, 对实时性要求不高, 且随着个人计算机性能的提高及高性能服务器的普及, 使得采用遍历法求解此类问题得以实现。遍历法是对所有解空间的点逐个代入模型计算, 检索出最优解。

遍历法求解航空兵预先配置问题, 主要是通过循环语句和条件语句来实现的, 即使用 for 循环来遍历所有解空间, 使用 if 语句来判断当前解是否满足约束条件以及是否达到目标函数。但在编程求解之前, 首先需要将前文建立的式(1)~式(6)或式(7)的航空兵预先配置模型转化为如下形式

$$\min z = \mathbf{G}_{1 \times m} \cdot (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \quad (8)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \mathbf{A}_{p \times m} \cdot (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \leq \mathbf{B}_{p \times 1}, \mathbf{C}_{q \times m} \cdot (x_1, x_2, \dots, x_m)^T = \mathbf{D}_{q \times 1}, x_i \in \{0, 1, 2, \dots\}, i = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

式中:  $\mathbf{A}$  为  $p$  行  $m$  列矩阵;  $\mathbf{C}$  为  $q$  行  $m$  列矩阵;  $\mathbf{G} = (g_1, g_2, \dots, g_m)^T$ ;  $\mathbf{B} = (b_1, b_2, \dots, b_p)^T$ ;  $\mathbf{D} = (d_1, d_2, \dots, d_q)^T$ 。若目标函数是求最大值, 或者约束条件为不小于不等式的形式时, 可采用简单的左右各乘以  $-1$  的方式进行转换。

转化成式(8)形式, 并求出 5 个系数矩阵之后, 可在 Matlab 中编写求解程序, 关键代码如下所述。

```
for y1=0:K(1), for y2=0:K(2), ...
    x_tep=[y1; y2; ...];
    if A*x_tep <= B && C*x_tep == D % 满足约束条件
        minZ_tep = G*x_tep; % 计算目标函数值
        if minZ_tep < minZ % 若小于前一个目标函数值
            minZ = minZ_tep; % 保存该目标函数值
            X_solve = []; % 清除前一个目标函数值对应的可行解
            X_solve(:, end+1) = x_tep; % 保存当前解到最后一列
        elseif minZ_tep == minZ % 若等于前一个目标函数值
            minZ = minZ_tep; % 保存该目标函数值
            X_solve(:, end+1) = x_tep; % 保存当前解到最后一列
        end
    end
end, end, ...
```

对于目标函数值为整数的整数规划问题,最有可能会出现多组最优解,如前文建立的模型式(7),其他方法一般只能给出最优解中的某一个,但上述求解程序很好地解决了此问题。通过  $\text{elseif min } Z_{\text{tep}} = \text{min } Z$  的判断,检索出具有相同目标函数值的可行解,从而可以求解得出最佳目标函数值的所有最优解。

遍历法虽然增加了计算量,但可极大简化编程工作量,对于决策变量不多的航空兵预先配置整数规划问题,不失为一种较好的求解方法。

## 5 航空兵兵力预先配置仿真与分析

为应对突发情况,G国必须派遣X型飞机到海域A、海域B实施巡逻警戒,且每天持续巡逻时间分别不少于12 h,16 h。如图1所示,G国有4个机场,各机场到海域A、B的距离如表1所示。

表1 机场与海域的距离

Table 1 Distance from airports to sea areas

	km			
	机场1	机场2	机场3	机场4
海域A	550	500	900	920
海域B	910	550	570	920

G国的X型作战飞机平均飞行速度500 km/h、留空时间6 h。限于机场容量和保障能力,各机场每天依次最多可起降8,4,4,10架次X型飞机。考虑到持续作战问题,要求飞机出动强度为每架每天最多出动一架次。

1) 作战效能最大时的配置模型仿真。若G国可配置的飞机数量为10架,则根据模型一,采用遍历法在Matlab软件中编程求解得最优配置方案如表2所示,可使总巡逻警戒时间最大,达38.28 h,其中,可在海域A巡逻警戒19.6 h、在海域B巡逻18.68 h,均大于在两海域最小巡逻搜索时间12 h,16 h的要求。

表2 作战效能最大的最优配置方案

Table 2 Optimal pre-disposition scheme with maximum operational efficiency

	机场1	机场2	机场3	机场4	合计飞机数量
海域A巡逻的飞机数量	2	3	0	0	5
海域B巡逻的飞机数量	0	1	4	0	5
配置飞机总数	2	4	4	0	10

2) 使兵力数量最少时的配置模型仿真。在满足海域A、B每天持续巡逻时间分别不少于12 h,16 h的前提下,G国希望配置到各机场的飞机总数量最少。则根据模型二,同样采用遍历法求解得:至少需要8架X型飞机,最优配置方案有5种,如表3所示。

表3 兵力数量最少时的最优配置方案

Table 3 Optimal pre-disposition scheme with minimum force

		各机场配置数量				所需飞机总数量
		机场1	机场2	机场3	机场4	
方案1	海域A	0	3	0	0	8
	海域B	0	1	4	0	
方案2	海域A	0	3	0	0	8
	海域B	1	1	3	0	
方案3	海域A	0	3	0	0	8
	海域B	0	1	3	1	
方案4	海域A	0	3	0	0	8
	海域B	1	0	4	0	
方案5	海域A	0	3	0	0	8
	海域B	0	0	4	1	

根据表3,决策者可任意选择某一方案,或结合兵力集中等其他原则再次从中择优。通常,决策者更可能选择效能最大的配置方案,即在海域巡逻时间最大者。根据表4所示的计算结果,显然,方案1为兵力数量最小、作战效能最大的最优配置方案。

表4 5个方案在各海域巡逻时间

Table 4 The patrolling time of the 5 schemes at each sea area

	h		
	海域A巡逻时间	海域B巡逻时间	总巡逻时间
方案1	12	18.68	30.68
方案2	12	17.32	29.32
方案3	12	17.28	29.28
方案4	12	17.24	29.24
方案5	12	17.20	29.20

## 6 结论

航空兵预先配置是有效运用航空兵应对敌方威胁的重要前提和有效手段。通过建模与仿真计算得出:

- 1) 建立的多约束条件下航空兵预先配置整数规划模型,可用于求解作战效果最大与作战兵力最少两类目标下的航空兵预先配置优化问题,并得出最优方案;
- 2) 设计的遍历法求解方法,是解算规模不大的航空兵预先配置整数规划模型的良好方法,可得出满足目标函数的所有最优解。

本文给出的解析模型及求解方法,较好地解决了航空兵预先配置优化问题,可为决策者制订航空兵预先配置最优方案提供理论依据和参考。

## 参考文献

- [1] 荆涛. 海军航空兵突击兵力需求分析系统[J]. 系统工程与电子技术,2003,25(1):49-51. (JING T. Navy air assault force demand analysis system[J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25(1):49-51.)
- [2] 刘奇志,宋宁. 空中进攻作战航空兵兵力需求分析模型[J]. 系统工程理论与实践,2008(10):138-143.

(下转第72页)