

## 累积量稀疏表示的扩展阵列的 DOA 估计方法

韩树楠, 李东生, 张浩

(电子工程学院, 合肥 230037)

**摘要:** 针对现有稀疏重构 DOA 估计算法不能抑制噪声项、在高斯色噪声背景下不适用以及能够分辨的最大信源数小于阵元数的问题, 首先利用阵列输出数据的四阶累积量矩阵构建稀疏表示模型, 该模型抑制了噪声项, 并通过产生虚拟阵元实现了阵列扩展; 然后对累积量矩阵进行奇异值分解来化简模型, 化简后的模型不仅减小了数据规模而且进一步抑制了噪声。在利用加权  $l_1$  范数法对稀疏表示模型求解时, 不需要选取平衡重构残差与解的稀疏性的正则化参数。理论分析与仿真实验表明所提算法在高斯白噪声以及色噪声背景下均适用, 能够分辨的最大信源数大于阵元数且具有较高的角度分辨力。

**关键词:** 信号处理; DOA 估计; 四阶累积量; 稀疏重构; 阵列扩展

**中图分类号:** TN911.23      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2015)10-0030-05

## An Approach for DOA Estimation Based on Sparse Representation of Cumulans in Extended Array

HAN Shu-nan, LI Dong-sheng, ZHANG Hao

(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

**Abstract:** The existing sparse reconstruction algorithms for DOA estimation cannot suppress noise and are not applicable under colored Gaussian noise, and the maximum number of sources that could be handled by these algorithms is smaller than the number of array elements. In order to solve these problems, a sparse representation model is constructed based on the fourth-order cumulant of received data, which suppresses the noise and realizes array extension by producing virtual array elements. And then, singular value decomposition is used upon the cumulant matrix to simplify the model. The simplified model not only reduces the scale of data, but also further suppresses noise. When the sparse representation model is solved by using weighted  $l_1$  norm algorithm, it's unnecessary to select the regularization parameter which balances reconstruction residual with the sparsity of solution. Theoretical analysis and experimental results show that the proposed algorithm is applicable under both the white or colored Gaussian noise, and the maximum number of sources that can be handled is larger than the number of array elements, with higher angle resolution.

**Key words:** signal processing; DOA estimation; fourth-order cumulant; sparse reconstruction; array extension

### 0 引言

当空域中仅在几个方向上存在信号源, 即信源满足空域稀疏性时, 可以利用稀疏重构的方法实现信源的波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 估计。相比于阵列信号处理中传统的子空间方法, 基于稀疏重构的 DOA 估计方法能够同时处理非相关及相关信号, 且

不会引起阵列孔径的损失; 利用稀疏重构的方法可以实现更高的角度分辨力; 在快拍数较少以及信噪比较低时有更高的估计精度。求解稀疏重构问题, 通过最小化待求解矢量的  $l_0$  范数重构得到的解最为准确, 但这是一个 NP-hard 问题, 为此, 许多学者提出最小化待求解矢量的  $l_p$  ( $0 < p \leq 1$ ) 范数<sup>[1-4]</sup>来近似求解。由于通过最小化解矢量的  $l_1$  范数得到的重构结果是全局最优解, 因此在稀疏重构 DOA 估计算法中, 以基于  $l_1$  范数的成果最多, 其中有直接利用阵列输出数据稀疏表示的  $l_1$ -SVD 算法<sup>[5]</sup>, 但该算法在求解稀疏表示模型时, 需要选取平衡重构残差与解的稀疏性的

收稿日期: 2014-10-10

修回日期: 2015-08-18

基金项目: 国家自然科学基金(61179036, 61201379)

作者简介: 韩树楠(1989—), 男, 吉林德惠人, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理。

正则化参数,目前对该参数的选取缺乏有效的理论方法。为此,有学者提出了利用阵列输出数据协方差矩阵稀疏表示的 SPICE 算法<sup>[6]</sup>和 SRACV 算法<sup>[7]</sup>,这两种算法无需选取正则化参数,但其计算复杂度都较大。此外,上述算法仅适用于高斯白噪声背景下,不适用于高斯色噪声背景下;能够分辨的信源数均小于阵元数。本文利用阵列输出数据的四阶累积量矩阵构造了稀疏表示模型,该模型在高斯白噪声以及色噪声背景下均能够抑制噪声项,利用  $l_1$  范数法对模型求解不需要选取平衡重构残差与解的稀疏性的正则化参数。此外,四阶累积量矩阵的构造实现了阵列扩展,使得本文算法能够分辨的最大信源数大于实际阵元数。

## 1 基于四阶累积量的稀疏表示模型

### 1.1 四阶累积量矩阵

假设阵元间距为半个波长,  $K$  个远场窄带信号入射到  $M(M > K)$  个阵元上,则阵列输出数据可以稀疏表示为

$$Y(t) = A(\theta)S(t) + N(t) \quad (1)$$

式中:  $A(\theta) = (a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_N))$ ,  $a(\theta_i) = (1, e^{j\pi \sin \theta_i}, \dots, e^{j\pi(M-1)\sin \theta_i})^T$  为导引矢量,  $A(\theta)$  为由覆盖空域的  $N$  个导引矢量构成的过完备原子基矩阵;  $S(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t))^T$  为稀疏解矢量, 仅在存在信号的位置上存在非零元素;  $N(t)$  为零均值的复高斯噪声。

由多快拍阵列输出数据  $Y(t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ , 计算得到  $M^2 \times M^2$  的四阶累积量矩阵<sup>[8]</sup>(过程略)

$$C_Y = \text{cum}\{Y(t), Y^T(t), Y^*(t), Y^H(t)\} = (A(\theta) \otimes A^*(\theta)) C_S (A(\theta) \otimes A^*(\theta))^H \quad (2)$$

式中,

$$C_S = \text{cum}\{S(t), S^T(t), S^*(t), S^H(t)\} = E\{(S(t) \otimes S^*(t))(S(t) \otimes S^*(t))^H\} - E\{(S(t) \otimes S^*(t))\} E\{(S(t) \otimes S^*(t))^H\} - E\{S(t)S^H(t)\} \otimes E\{(S(t)S^H(t))^*\} \quad (3)$$

$C_S$  为空域稀疏的源信号的四阶累积量矩阵, 其中, 第  $(k_1 - 1)M + k_3$  行、 $(k_2 - 1)M + k_4$  列的元素值为  $\text{cum}(s_{k_1}(t), s_{k_2}(t), s_{k_3}^*(t), s_{k_4}^*(t))$ ,  $k_1, k_2, k_3, k_4 \in \{1, 2, \dots, N\}$ , 即

$$C_S((k_1 - 1)M + k_3, (k_2 - 1)M + k_4) = \text{cum}(s_{k_1}(t), s_{k_2}(t), s_{k_3}^*(t), s_{k_4}^*(t)) \quad (4)$$

### 1.2 稀疏表示模型

假设源信号为非相关信号, 根据四阶累积量的

性质, 当  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$ , 且  $s_k(t) \neq 0$  时, 累积量  $\text{cum}(s_{k_1}(t), s_{k_2}(t), s_{k_3}^*(t), s_{k_4}^*(t))$  不为零, 即  $C_S$  矩阵中, 仅在其对角线上、并且有源信号的位置上存在非零元素, 此时式(2)可简化为

$$C_Y = \sum_{k=1}^N C_S((k-1)M+k, (k-1)M+k) (a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k)) (a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k))^H \quad (5)$$

式中, 原阵列导引矢量的克罗内克积  $a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k)$  会形成虚拟阵元, 使得阵元数由  $M$  个扩展为  $(2M-1)$  个, 但矢量  $a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k)$  的大小为  $M^2 \times 1$ , 说明矢量  $a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k)$  中包含冗余信息, 即存在相同元素, 多个元素表示同一位置的阵元信息<sup>[9]</sup>, 阵元位置  $P$  与表示其位置信息的元素数量  $N_{\text{num}}$  的关系为

$$N_{\text{num}} = M - \frac{|P|}{d} - (M-1)d \leq P \leq (M-1)d \quad (6)$$

式中,  $d$  为阵元间距。由此可知,  $M^2 \times M^2$  的矩阵  $(a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k)) (a(\theta_k) \otimes a^*(\theta_k))^H$  中存在大量相同元素, 将其中的相同元素累积相加, 相应位置上,  $C_Y$  中的元素也累积相加, 由此可将矩阵大小由  $M^2 \times M^2$  减小为  $(2M-1) \times (2M-1)$ , 并表示为  $b(\theta_k) b^H(\theta_k)$  的形式, 其中  $b(\theta_k)$  为新的导引矢量, 即

$$b(\theta_k) = (e^{-j(M-1)\theta_k}, 2e^{-j(M-2)\theta_k}, \dots, (M-1)e^{-j\theta_k}, 0, (M-1)e^{j\theta_k}, \dots, 2e^{j(M-2)\theta_k}, e^{j(M-1)\theta_k})^T \quad (7)$$

据此式(5)可以简化为

$$C'_Y = \sum_{k=1}^N C_S((k-1)M+k, (k-1)M+k) b(\theta_k) b^H(\theta_k) = B(\theta) \text{diag}\{C_S(1,1), \dots, C_S((N-1)M+N, (N-1)M+N)\} B^H(\theta) \quad (8)$$

式中,  $B(\theta) = (b(\theta_1), b(\theta_2), \dots, b(\theta_N))$ 。

设  $X = \text{diag}\{C_S(1,1), \dots, C_S((N-1)M+N, (N-1)M+N)\} B^H(\theta)$ , 由于仅在存在信号时, 对角矩阵  $\text{diag}\{C_S(1,1), \dots, C_S((N-1)M+N, (N-1)M+N)\}$  中的元素值才不为零, 因此  $X$  与式(1)中的  $S(t)$  有相同的行稀疏性, 由此得到稀疏表示模型为

$$C'_Y = B(\theta) X \quad (9)$$

### 1.3 模型化简

对四阶累积量矩阵  $C'_Y$  进行奇异值分解并提取其信号子空间, 可以减小重构数据规模并进一步减弱噪声影响, 由奇异值分解得到  $C'_Y = ULV^H$ , 对四阶累积量矩阵  $C'_Y$  右乘对角矩阵  $L$  中  $K$  个较大奇异值所对应的特征向量, 即矩阵  $V$  的前  $K$  列, 得到信号子空间为

$$C'_{\text{Ysv}} = UL D_K \quad (10)$$

式中,  $D_K = (I_K \quad \mathbf{0})^T$ ,  $I_K$  为  $K \times K$  单位阵,  $\mathbf{0}$  为  $K \times (M-K)$  的零矩阵。此时将式(9)的稀疏表示模型简化为

$$\mathbf{C}'_{\text{YSV}} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{X}_{\text{SV}} \quad (11)$$

$\mathbf{X}$  和  $\mathbf{X}_{\text{SV}}$  有相同的行稀疏性。

## 2 模型求解

对待求解矩阵  $\mathbf{X}_{\text{SV}}$  的每一行求  $l_2$  范数,可以得到矢量  $\mathbf{x}^i = (\|\mathbf{X}_{\text{SV}}(1, :)\|_2, \dots, \|\mathbf{X}_{\text{SV}}(N, :)\|_2)^T$ , 以矢量  $\mathbf{x}^i$  的  $l_1$  范数作为最小化的目标函数,将稀疏表示模型的求解转化为凸优化<sup>[10]</sup>问题

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^N w_i \|\mathbf{X}_{\text{SV}}(i, :)\|_2 \\ \text{s. t. } \mathbf{C}'_{\text{YSV}} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{X}_{\text{SV}} \end{aligned} \quad (12)$$

式中,目标函数中的  $w_i, i = 1, 2, \dots, N$ , 为加权权值,加权的目的是促进解的稀疏性,抑制空间谱伪峰。因此其性质应为信源方向上的权值  $w_i$  较小,无信源的方向上的权值  $w_j$  较大,利用信号子空间与噪声子空间正交的性质可以计算得到满足上述特性的权值<sup>[11]</sup>。提取四阶累积量矩阵的噪声子空间,即式(10)中西矩阵  $\mathbf{U}$  的第  $(K+1)$  到第  $(2M-1)$  列,计算得到权值  $w_i$  为

$$w_i = \mathbf{b}^H(\theta_i) \mathbf{U}(:, (K+1):(2M-1)) \mathbf{U}^H(:, (K+1):(2M-1)) \mathbf{b}(\theta_i) \quad (13)$$

计算得到权值后,利用凸优化工具箱中的函数即可求解式(12)。

## 3 算法可分辨最大信源数与复杂度分析

假设阵元数为  $M$ , 信号源数为  $K$ , 原子基数为  $N$ , 采样点数为  $T$ 。本文算法通过构造虚拟阵元将阵元数由  $M$  个扩展到  $(2M-1)$  个,因此可分辨的最大信源数为  $(2M-2)$  个,大于实际阵元数。本文算法的计算量集中在四阶累积量矩阵的计算,奇异值分解以及利用内点法对式(12)的求解上,四阶累积量的计算复杂度为  $O(M^4 T^2)$ , 对矩阵  $\mathbf{C}'_i$  的奇异值分解的复杂度为  $O(M^3)$ , 内点法求解的复杂度为  $O(K^3 N^3)$ 。舍去低阶项,则本文算法的计算复杂度为  $O(K^3 N^3 + M^4 T^2)$ 。

同样是基于  $l_1$  范数的稀疏重构算法  $l_1$ -SVD 和 SRACV, 由于不存在阵列扩展,其可分辨的最大信源数均为  $(M-1)$  个,小于实际阵元数,算法复杂度分别为  $O(K^3 N^3)$  和  $O(M^3 N^3)$ <sup>[12]</sup>。通常情况下,  $T > N \gg M > K$ , 则本文算法复杂度稍高于  $l_1$ -SVD 算法,小于 SRACV 算法。

## 4 仿真分析

**实验1** 比较在不同信噪比条件下,本文算法与  $l_1$ -SVD, SRACV 以及基于四阶累积量矩阵子空间的 Music-like 算法对信号的角度估计均方根误差。实验中原子基

矩阵的角度变化范围为  $-90^\circ \sim 90^\circ$ , 相邻原子基的角度间隔为  $1^\circ$ 。窄带非相关信号两信源的入射方向分别为  $18^\circ$  和  $33^\circ$ 。阵列为均匀线阵,阵元数为 8 个,阵元间距为半个波长。采样快拍数为 1000, 噪声为高斯白噪声,信噪比变化范围为  $-8 \sim 10$  dB, 相邻信噪比的间隔为 2 dB, 每个信噪比下进行 100 次实验,角度估计均方

根误差的计算式为  $E_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{100} \sum_{n=1}^{100} \sum_{i=1}^2 (\hat{\theta}_n - \theta_i)^2}$ 。

如图1所示,本文算法在信噪比较低时,DOA估计误差与  $l_1$ -SVD 算法相当,与 Music-like 算法相比,误差较小,说明了稀疏重构方法较子空间方法有更高的角度估计精度。随着信噪比的提高,本文算法的估计误差小于  $l_1$ -SVD 算法,与 SRACV 及 Music-like 算法的估计误差几乎一致。

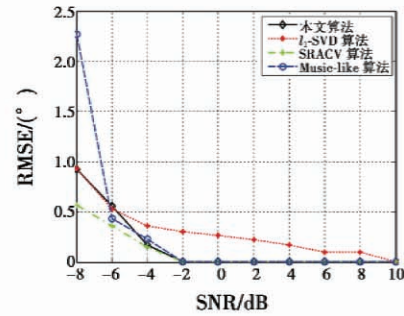


图1 不同信噪比下对非相关信号 DOA 估计的均方根误差

Fig.1 RMSE of DOA estimation versus SNR for uncorrelated signals

**实验2** 设定噪声为高斯色噪声,比较本文算法与 Music-like 算法对非相关信号的角度估计均方根误差。实验中高斯色噪声为高斯白噪声通过传递函数为  $H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$  的滤波器的输出,其他实验条件同实验1。

如图2所示,高斯色噪声背景下,信噪比较低时,本文算法的角度估计误差明显小于 Music-like 算法,随着信噪比的提高,两种算法的估计误差均为零。

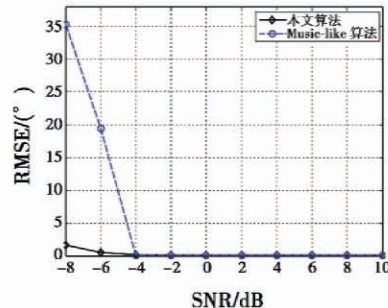


图2 高斯色噪声背景对非相关信号 DOA 估计的均方根误差

Fig.2 RMSE of DOA estimation for uncorrelated signals contaminated by colored Gaussian noise

**实验 3** 分析在低信噪比条件下,采样快拍数对本文算法的角度估计均方根误差的影响。实验中信噪比为  $-8$  dB,采样快拍数由 200 逐渐增加到 1000,每次增加 100 快拍,其他实验条件同实验 1,每个快拍数下进行 100 次实验,得到角度均方根误差随快拍数变化的曲线。

如图 3 所示,随着快拍数的增大,DOA 估计误差在逐渐减小,这是因为在计算信号的四阶累积量时,通常利用信号的时间均值来代替统计均值,那么低信噪比条件下,随着快拍数的增大,计算得到的高斯噪声的四阶累积量逐渐趋于零,加强了对噪声的抑制作用,由此减小了 DOA 估计误差。

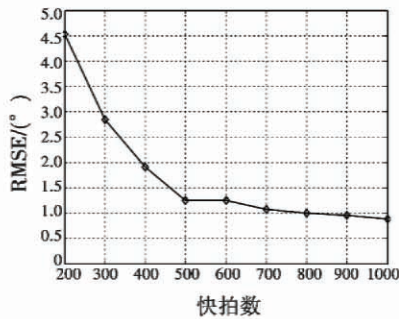


图 3 不同快拍数下 DOA 估计的均方根误差  
Fig. 3 RMSE of DOA estimation versus snapshots

**实验 4** 分析本文算法的角度分辨力。实验中阵元数为 4 个,非相关信源数为 5 个,信源数大于阵元数,入射角度分别为  $-18^\circ, 18^\circ, 33^\circ, 48^\circ, 68^\circ$ 。此时,信噪比为 10 dB,噪声为高斯白噪声,快拍数为 1000。通过本文算法与 Music-like 算法估计得到的空间谱如图 4 所示。

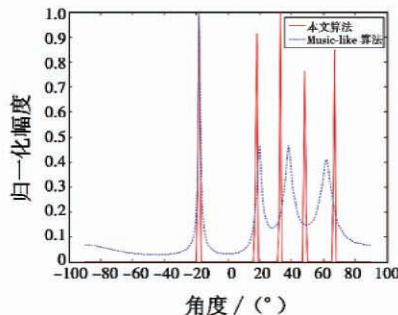


图 4 通过两种算法估计得到的空间谱  
Fig. 4 Spatial spectrum of two algorithms

由图 4 可知,在信源数大于阵元数的情况下,本文算法能够成功分辨源信号,且分辨力较高,而由 Music-like 算法得到的空间谱只有 4 个谱峰,不能正确分辨出源信号,存在较高的测向误差。

进一步分析本文算法的角度分辨力,实验中两信源的方向分别为  $18^\circ$  和  $20^\circ$ ,信噪比为 10 dB,其他实验

条件同实验 1。通过本文算法和各比较算法估计得到的空间谱如图 5 所示。

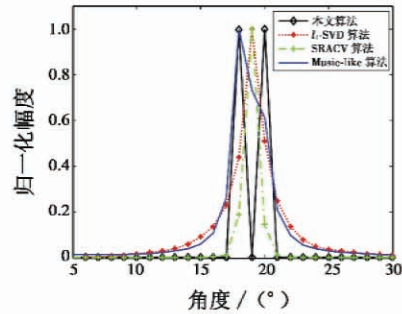


图 5 通过 4 种算法估计得到的空间谱  
Fig. 5 Spatial spectrum of four algorithms

如图 5 所示,本文算法能够成功分辨两个角度间隔为  $2^\circ$  的信源,而其他算法得到的空间谱只有一个谱峰,无法成功分辨两信源。

将两信源的角度间隔取值为  $1^\circ \sim 15^\circ$ ,每次增加  $1^\circ$ ,其他实验条件同上述实验。若与真实值相比,两信源的角度估计值的误差在  $\pm 1^\circ$  范围内,即  $|\hat{\theta}_i - \theta| \leq 1^\circ, i = 1, 2$ ,时,认为成功分辨两信源。在每个角度间隔下进行 100 次实验,得到成功分辨信源的概率。

如图 6 所示,本文算法成功分辨信源的概率最高,在  $\Delta\theta \geq 2^\circ$  时,以概率 1 成功分辨信源。由于子空间类的 Music-like 算法同样实现了阵列扩展,所以其角度分辨力高于  $l_1$ -SVD 及 SRACV 算法。

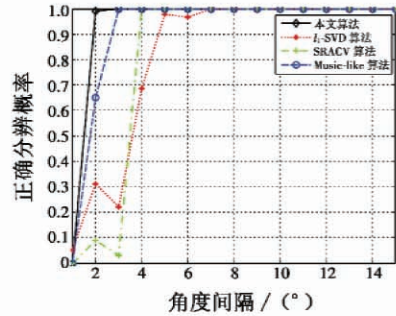


图 6 不同角度间隔下成功分辨信源的概率

Fig. 6 Probability of successful resolution versus angle interval

**实验 5** 比较各算法运算一次所需的时间。每次实验所用的计算机配置相同,得到的运算时间如表 1 所示。

表 1 算法的运行时间

Table 1 Computation time of different algorithms

本文算法	$l_1$ -SVD 算法	SRACV 算法	Music-like 算法
5.0	4.6	16.0	0.7

由表 1 可知,本文算法的运算时间略高于  $l_1$ -SVD 算法,而 SRACV 算法的耗时最长,Music-like 算法的耗时最少,验证了对各算法计算复杂度的分析正确性。

## 5 结 论

本文利用阵列输出数据的四阶累积量矩阵构建了稀疏表示模型,在高斯白噪声以及色噪声背景下,该模型均能够抑制噪声项,由此利用二阶锥规划对模型求解时不需要选取平衡残差与结果稀疏性的正则化参数;四阶累积量矩阵的构造使得阵列中产生虚拟阵元,因此本文算法能够分辨的最大信源数大于实际阵元数;仿真表明本文算法具有较高的角度分辨力,在角度间隔  $\Delta\theta \geq 2^\circ$  时,能够成功分辨两信源。存在的不足是低信噪比时,算法性能受快拍数影响较大,少量的快拍数会增大估计误差,随着快拍数的增多,误差逐渐减小;本文构建的稀疏表示模型仅适用于非相关信号,因此算法不具备解相干能力。

### 参 考 文 献

- [1] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review, 2001, 43 (1): 129-159.
- [2] GORODNITSKY I F, RAO B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a reweighted minimum norm algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45 (3): 600-616.
- [3] HYDER M M, MAHATA K. Direction of arrival estimation using a mixed  $l_{2,0}$  norm approximation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (9): 4646-4655.
- [4] PANAH I, VIBERG M. Fast LASSO based DOA tracking [C]//The 4th IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing, 2011: 397-400.
- [5] MALIOUTOV D, CETIN M, WILLSKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53 (8): 3010-3022.
- [6] STOICA P, BABU P, LI J. SPICE: a sparse covariance-based estimation method for array processing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59 (2): 629-638.
- [7] YIN J H, CHEN T Q. Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59 (9): 4489-4494.
- [8] BOAZ P, BENJAMIN F. Direction finding algorithms based on high-order statistics [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39 (9): 2016-2024.
- [9] JIANG B, ZHENG L J, CHENG Q L. Fourth-order music algorithm based on minimum redundant virtual extended array [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 42 (6): 517-600.
- [10] STEPHEN B, LIEVEN V. 凸优化 [M]. 王书宁, 许肇, 黄晓霖, 译. 北京: 清华大学出版社, 2013: 149-153. (STEPHEN B, LIEVEN V. Convex optimization [M]. Translated by WANG S N, XU J, HUANG X L. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 149-153.)
- [11] ZHENG C D, LI G, LIU Y M, et al. Subspace weighted  $l_{2,1}$  minimization for sparse signal recovery [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2012, 98 (1): 1-11.
- [12] 胡南. 基于稀疏重构的阵列信号波达方向估计算法研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2013. (HU N. Direction of arrival estimation algorithms for array signal based on sparse signal reconstruction [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2013.)
- (上接第 9 页)
- [9] 赵惠昌. 无线电引信设计原理与方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2012. (ZHAO H C. Fundamentals and methodology of radio fuze [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012.)
- [10] CHARKRAVARTI M, CHANDA V B, BAND J J, et al. An effective estimation of time-dependent Doppler frequency for weapon fuzing [C]//TENCON 2008-IEEE Region 10 Conference, 2008: 1-4.
- [11] 王鑫, 吴华, 程嗣怡, 等. 分时体制多目标干扰系统干扰资源综合管控 [J]. 电光与控制, 2014, 21 (4): 20-25. (WANG X, WU H, CHENG S Y, et al. Integrated management of jamming resources in time-sharing and multi-target interference systems [J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21 (4): 20-25.)
- [12] WATSON C J. A comparison of DDS and DRFM in the generation of "smart noise" jamming waveform [D]. Monterey: Naval postgraduate school, 1997.
- [13] 郑光勇, 袁翔宇, 施敏良, 等. 复制叠加多假目标干扰效果仿真分析 [J]. 电光与控制, 2011, 18 (5): 34-36. (ZHENG G Y, YUAN X Y, SHI M L, et al. Simulation and analysis of multi-false-target jamming effect by overlapping copied radar pulses [J]. Electronics Optics & Control, 2011, 18 (5): 34-36.)