

## 区间时变时滞系统的时滞相关稳定性分析

张涛<sup>1,2a</sup>, 邵诚<sup>1</sup>, 崔艳秋<sup>2b</sup>

(1. 大连理工大学先进控制技术研究所, 辽宁 大连 116024;

2. 大连民族学院, a. 机电信息工程学院; b. 信息与通信工程学院, 辽宁 大连 116600)

**摘要:** 研究了具有区间时变时滞线性不确定系统的稳定性问题。通过引入新型的 Lyapunov 泛函, 结合改进型的 Jensen 积分不等式, 推导出区间时变时滞线性系统的时滞相关鲁棒稳定新判据。该方法在推导过程中没有用到模型变换及自由权矩阵方法, 简化了计算上的复杂性。由于判据中充分利用了时变时滞的中值及时滞变化范围两个参数, 减少了结果的保守性。数值算例表明了提出方法的有效性及其优越性。

**关键词:** 时滞系统; 稳定性; 区间时变时滞; 时滞相关

**中图分类号:** V271.4; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)01-0045-03

## Research on Delay-Dependent Stability for Systems with Interval Time-Varying Delay

ZHANG Tao<sup>1,2a</sup>, SHAO Cheng<sup>1</sup>, CUI Yan-qiu<sup>2b</sup>

(1. Institute of Advanced Control Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Dalian Nationalities University, a. College of Electromechanical and Information Engineering; b. College of Information and Communication Engineering, Dalian 116600, China)

**Abstract:** This paper is concerned with the stability of systems with interval time-varying delay. By constructing an appropriate type of Lyapunov functional and employing a new and tighter integral inequality, Jensen, the improved delay-dependent stability criteria are derived. Because neither any model transformation nor free weighting matrices are employed in the theoretical derivation, the developed stability criteria reduce the complexity of the computation. By taking full advantage of the median estimate and varying range of the delay, the conservative is also reduced. Numerical examples are given to demonstrate the effectiveness and the benefits of the proposed method.

**Key words:** system with time delay; stability; interval time-varying delay; delay-dependent

### 0 引言

长期以来, 对时滞系统稳定问题的研究已经取得了很大的进展<sup>[1]</sup>, 但是, 研究成果大多集中在小时滞情况下, 即时滞不大于某个常数或随着时间由 0 到一个上界变化。最近, 随着网络控制系统的快速发展, 区间时变时滞系统(即时滞在某一个区间内变化, 但下界不限定为 0, 可以是某个正数)引起了学者们的重视, 并得到了深入研究<sup>[2-12]</sup>。现有的模型变换方法<sup>[3-5]</sup>还有自

由权矩阵方法<sup>[6-8]</sup>, 其主旨都是寻找一个新的积分项来消去 Lyapunov 函数求导过程中产生的二次型积分项, 而不是直接对二次型积分项进行界定。

本文以此作为出发点, 利用近期在区间时变时滞稳定性分析中常用的 Jensen 积分不等式<sup>[9-12]</sup>, 直接对二次型积分项进行界定, 同时, 在 Lyapunov 函数的选择上, 巧妙地使用了时滞参数的中值及时滞变化范围两个参数, 得到新的时滞相关的稳定性判据。该方法在推导过程中没有用到模型变换及自由权矩阵方法, 简化了计算上的复杂性, 而且充分利用时滞参数信息, 减少了结果的保守性。

### 1 问题的描述

考虑由以下状态方程描述的具有区间时变时滞的

收稿日期: 2014-03-18

修回日期: 2014-10-16

基金项目: 国家自然科学基金(61074020); 中央高校自主科研基金(DC120101022)

作者简介: 张涛(1977—), 男, 山东昌邑人, 博士, 副教授, 研究方向为时滞系统的鲁棒控制。

线性系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t - \tau(t)) \quad t > 0 \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ , 为状态变量;  $\mathbf{x}(t) = \phi(t)$ ,  $t \in [-\tau_{\max}, 0]$ , 为初始值;  $\mathbf{A}_0$  和  $\mathbf{A}_1$  为适当维数的常数矩阵;  $\tau(t)$  为区间时变状态时滞。满足

$$0 \leq \tau_{\min} \leq \tau(t) \leq \tau_{\max}, \text{ 且 } \dot{\tau}(t) \leq \mu \quad (2)$$

式中,  $\mu$  表示已知的时滞参数的导数上界。通过定义

$$\tau_{\text{med}} = \frac{1}{2}(\tau_{\max} + \tau_{\min}), \tau_{\text{med}} \text{ 表示时变时滞参数的中值,}$$

$$\delta = \frac{1}{2}(\tau_{\max} - \tau_{\min}), \delta \text{ 为时变时滞参数变化的范围, 可}$$

以得到  $\tau(t) = \tau_{\text{med}} + \delta q(t)$ 。其中,

$$q(t) = \begin{cases} \frac{2\tau(t) - (\tau_{\max} + \tau_{\min})}{\tau_{\max} - \tau_{\min}} & \tau_{\max} > \tau_{\min} \\ 0 & \tau_{\max} = \tau_{\min} \end{cases}, |q(t)| \leq 1,$$

所以时变时滞也可以表达为

$$\tau(t) \in [\tau_{\text{med}} - \delta, \tau_{\text{med}} + \delta] \quad (3)$$

**引理** (改进型 Jensen 不等式)<sup>[10]</sup> 对于任意常数矩阵  $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ , 时滞参数  $0 \leq \tau_{\min} \leq \tau(t) \leq \tau_{\max}$ ,  $\tau_{\text{med}} = (\tau_{\max} + \tau_{\min})/2$ ,  $\delta = (\tau_{\max} - \tau_{\min})/2$ , 以及向量函数  $\dot{\mathbf{x}}(t): [-\tau_{\max}, -\tau_{\min}] \rightarrow \mathbf{R}^n$  使得以下相关积分项有

$$\text{定义, 则有 } - (h_2 - h_1) \int_{t-h_2}^{t-h_1} \dot{\mathbf{x}}(s) \mathbf{R} \dot{\mathbf{x}}(s) ds \leq \xi^T(t) \cdot$$

$\Omega \xi(t)$ , 当  $\tau_{\text{med}} \leq \tau(t) \leq \tau_{\max}$ ,  $h_2 = \tau_{\max}$ ,  $h_1 = \tau_{\text{med}}$ ; 当  $\tau_{\min} \leq \tau(t) \leq \tau_{\text{med}}$ ,  $h_2 = \tau_{\text{med}}$ ,  $h_1 = \tau_{\min}$ ; 当  $\tau_{\text{med}}$  未知时,  $h_2 = \tau_{\max}$ ,  $h_1 = \tau_{\min}$ 。其中:

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} x(t-h_1) \\ x(t-\tau(t)) \\ x(t-h_2) \end{bmatrix}; \Omega = \begin{bmatrix} -\mathbf{R} & \mathbf{R} & 0 \\ * & -2\mathbf{R} & \mathbf{R} \\ * & * & -\mathbf{R} \end{bmatrix}。$$

## 2 主要结论

**定理** 考虑具有区间时变状态时滞的标称系统式(1), 假设  $\tau_{\min}, \tau_{\max}$  为已知正数, 且  $\tau_{\max} \geq \tau_{\min} \geq 0$ ,  $\tau_{\text{med}} = (\tau_{\max} + \tau_{\min})/2$ ,  $\delta = (\tau_{\max} - \tau_{\min})/2$ , 如果存在适当维数的矩阵  $\mathbf{P} > 0, \mathbf{Q} > 0, \mathbf{Q}_i > 0 (i=1, 2), \mathbf{R}_j > 0 (j=1, 2)$ , 使得式(4)所示线性矩阵不等式(LMI)成立, 即

$$\begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{R}_1 & \mathbf{P}\mathbf{A}_1 & 0 & \tau_{\text{med}} \mathbf{A}_0^T \mathbf{R}_1 & \delta \mathbf{A}_0^T \mathbf{R}_2 \\ * & -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -(1-\mu)\mathbf{Q} - 2\mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_2 & \tau_{\text{med}} \mathbf{A}_1^T \mathbf{R}_1 & \delta \mathbf{A}_1^T \mathbf{R}_2 \\ * & * & * & -\mathbf{Q}_2 - \mathbf{R}_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{R}_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\mathbf{R}_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

那么系统(1)渐近稳定。其中,  $\Sigma = \mathbf{P}\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_0^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 - \mathbf{R}_1$ 。

证明: 分为以下两种情况考虑。

1) 当  $\tau_{\text{med}} \leq \tau(t) \leq \tau_{\max}$  时, 构造如下形式的 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\begin{aligned} V(x_t) = & \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t) + \int_{t-\tau(t)}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q} \mathbf{x}(s) ds + \\ & \int_{t-\tau_{\text{med}}}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(s) ds + \int_{t-\tau_{\max}}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(s) ds + \\ & \tau_{\text{med}} \int_{-\tau_{\text{med}}}^0 ds \int_{t+s}^t \dot{\mathbf{x}}^T(\theta) \mathbf{R}_1 \dot{\mathbf{x}}(\theta) d\theta + \\ & \delta \int_{-\tau_{\max}}^{-\tau_{\text{med}}} ds \int_{t+s}^t \dot{\mathbf{x}}^T(\theta) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{x}}(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

则对该函数关于时间  $t$  求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) = & 2\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{x}^T(t) [\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2] \mathbf{x}(t) - \\ & (1 - \dot{\tau}(t)) \mathbf{x}^T(t - \tau(t)) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t - \tau(t)) - \mathbf{x}^T(t - \tau_{\text{med}}) \cdot \\ & \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t - \tau_{\text{med}}) - \mathbf{x}^T(t - \tau_{\max}) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t - \tau_{\max}) + \dot{\mathbf{x}}^T(t) \cdot \\ & [\tau_{\text{med}}^2 \mathbf{R}_1 + \tau_{\max}^2 \mathbf{R}_2] \dot{\mathbf{x}}(t) - \tau_{\text{med}} \int_{t-\tau_{\text{med}}}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{R}_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - \\ & \delta \int_{t-\tau_{\max}}^{t-\tau_{\text{med}}} \dot{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \quad (6) \end{aligned}$$

由 Jensen 不等式以及引理, 处理式(6)中的最后两项可得

$$\dot{V}(x_t) \leq \xi^T(t) \Xi \xi(t) \quad (7)$$

式中:  $\xi^T(t) = [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^T(t - \tau_{\text{med}}), \mathbf{x}^T(t - \tau(t)), \mathbf{x}^T(t - \tau_{\max})]$ ;

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{R}_1 & \mathbf{P}\mathbf{A}_1 & 0 \\ * & -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_2 & 0 \\ * & * & -(1-\mu)\mathbf{Q} - 2\mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_2 \\ * & * & * & -\mathbf{Q}_2 - \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} +$$

$$[\mathbf{A}_0 \ 0 \ \mathbf{A}_1 \ 0]^T (\tau_{\text{med}}^2 \mathbf{R}_1 + \delta^2 \mathbf{R}_2) [\mathbf{A}_0 \ 0 \ \mathbf{A}_1 \ 0]。$$

由 Schur 补定理可以知道,  $\Xi < 0$  和不等式(4)是等价的。因此, 如果式(4)成立, 则  $\dot{V}(x_t) < 0$ , 从而由 Lyapunov 稳定性定理可知系统是渐近稳定的。

2) 当  $\tau_{\min} \leq \tau(t) < \tau_{\text{med}}$  时, 选择 Lyapunov-Krasovskii 泛函具有如下形式

$$\begin{aligned} V(x_t) = & \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t) + \int_{t-\tau(t)}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q} \mathbf{x}(s) ds + \\ & \int_{t-\tau_{\text{med}}}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(s) ds + \int_{t-\tau_{\min}}^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(s) ds + \\ & \tau_{\text{med}} \int_{-\tau_{\text{med}}}^0 ds \int_{t+s}^t \dot{\mathbf{x}}^T(\theta) \mathbf{R}_1 \dot{\mathbf{x}}(\theta) d\theta + \\ & \delta \int_{-\tau_{\text{med}}}^{-\tau_{\min}} ds \int_{t+s}^t \dot{\mathbf{x}}^T(\theta) \mathbf{R}_2 \dot{\mathbf{x}}(\theta) d\theta \quad (8) \end{aligned}$$

除了选择  $\xi^T(t) = [x^T(t), x^T(t - \tau_{med}), x^T(t - \tau(t)), x^T(t - \tau_{min})]$  之外,证明过程同  $\tau_{med} \leq \tau(t) \leq \tau_{max}$  时的过程相似。综合以上两种情况,定理得到证明。

当时变时滞参数的导数未知时,可以通过去掉定理中的含  $Q$  项得到下面的推论。

**推论** 考虑具有区间时变状态时滞的系统(1),假设  $\tau_{min}, \tau_{max}$  为已知正数,且  $\tau_{max} \geq \tau_{min} \geq 0, \tau_{med} = (\tau_{max} + \tau_{min})/2, \delta = (\tau_{max} - \tau_{min})/2$ ,如果存在适当维数的矩阵  $P > 0, Q_i > 0 (i = 1, 2), R_j > 0 (j = 1, 2)$ ,使得下面 LMI 成立

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & R_1 & PA_1 & 0 & \tau_{med} A_0^T R_1 & \delta A_0^T R_2 \\ * & -Q_1 - R_1 - R_2 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -2R_2 & R_2 & \tau_{med} A_1^T R_1 & \delta A_1^T R_2 \\ * & * & * & -Q_2 - R_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & -R_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

那么系统(1)渐近稳定。其中,  $\Sigma_1 = PA_0 + A_0^T P + Q_1 + Q_2 - R_1$ 。

**注意** 定理既适用于慢时变时滞系统,也适用于快时变时滞系统,只要时滞参数的导数上界  $\mu$  是已知的。但是当系统的时滞参数不可求导或者  $\mu$  是未知时,这在网络控制系统是非常普遍的,定理就无能为力了,此时可以通过推论来分析系统的稳定性。

### 3 数值算例及仿真

考虑标称系统(1)的系数矩阵为  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ,

$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ,有如下两种情况。

1) 当  $\mu = 0.3$  时,针对不同的  $\tau_{min}$ ,利用定理求得保证系统稳定的时滞上界  $\tau_{max}$ ,如表 1 所示。与已有研究成果相比,本文方法具有更小的保守性。

表 1  $\mu = 0.3$  时最大允许时滞上界

Table 1 The maximum upper bounds on delay for  $\mu = 0.3$

$\tau_{min}$	1	2	3	4	5
文献[6]	2.212 5	2.409 1	3.334 2	4.279 9	5.239 3
文献[11]	2.247 4	2.479 8	3.389 3	4.325	5.277 3
定理	2.25	2.766	3.636	4.538	5.464

2) 当  $\mu$  未知时,利用推论求得保证系统稳定的时滞上界  $\tau_{max}$  如表 2 所示。与已有文献相比,推论的保守性更小。

针对表 2 第 1 列数据进行仿真,图 1 所示为时滞参数在  $[0, 1.218]$  范围内随机变化曲线,图 2 所示为系统的响应曲线,状态变量  $x_1, x_2$  的初值分别为 1 和 -1,从图中可以看出此时系统是稳定的。

表 2  $\mu$  未知时最大允许时滞上界  
Table 2 The maximum upper bounds on delay for unknown  $\mu$

$\tau_{min}$	0.0	0.5	0.8	1.0	2.0
文献[6]	0.77	1.099 1	1.347 6	1.518 7	2.4
文献[11]	0.87	1.219 1	1.453 9	1.616 9	2.479 8
文献[15]	1.06	1.38	1.60	1.75	2.58
推论	1.218	1.568	1.794	1.948	2.766

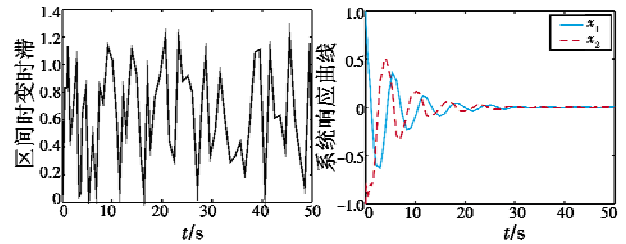


图 1 区间时变时滞变化曲线

图 2 系统响应曲线

Fig. 1 Interval time-varying delay

Fig. 2 Response curve of the system

### 4 结束语

本文研究了具有区间时变时滞线性系统的稳定性问题。通过引入新型的 Lyapunov 泛函,结合改进型的 Jensen 积分不等式,推导出了区间时变时滞线性系统的时滞相关稳定新判据。由于判据中充分利用了时变时滞的中值及时滞变化范围两个参数,减少了结果的保守性。数值算例表明,新的稳定性分析方法是有效的,并且具有更低的保守性。

### 参考文献

- [1] GU K Q, KHARITONOV V L, CHEN J. Stability of time-delay systems[M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [2] WU M, HE Y, SHE J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.
- [3] JIANG X F, HAN Q L, YU X H. Robust  $H^\infty$  control for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with interval time-varying delay[C]//Proceedings of the American Control Conference, 2005: 1114-1119.
- [4] JIANG X F, HAN Q L. Delay-dependent robust stability for uncertain linear systems with interval time-varying delay[J]. Automatica, 2006, 42(6): 1059-1065.
- [5] HE Y, WANG Q G, LIN C, et al. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2007, 43(2): 371-376.
- [6] JIANG X F, HAN Q L. New stability criteria for linear sys-

- [9] 张宇卓,李宇成,李洪兴. 模糊推理的变权综合算法及其构造的模糊系统响应能力分析[J]. 模糊系统与数学,2006,20(6):66-71. (ZHANG Y Z, LI Y C, LI H X. Variable weighted synthesis method for fuzzy inference and analysis of response ability of the constructed fuzzy systems [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2006, 20(6):66-71.)
- [10] 李德清,李洪兴. 状态变权向量的性质与构造[J]. 北京师范大学学报:自然科学版,2002,38(4):455-461. (LI D Q, LI H X. The properties and construction of state variable weight vectors [J]. Journal of Beijing Normal University: Natural Science, 2002, 38(4):455-461.)
- [11] 曹可劲,江汉,赵宗贵. 一种基于变权理论的空中目标威胁估计方法[J]. 解放军理工大学学报:自然科学版,2006,7(1):32-35. (CAO K J, JIANG H, ZHAO Z G. Air threat assessment based on variable weight theory [J]. Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2006, 7(1):32-35.)
- [12] 孙一杰,曾静,杨先德. 基于变权重的多因子来袭导弹威胁评估[J]. 舰船电子工程,2010,30(7):45-48. (SUN Y J, ZENG J, YANG X D. Multi-factors evaluation of threat for striking missile based on variable weight [J]. Ship Electronic Engineering, 2010, 30(7):45-48.)
- [13] 郑昌文,严平,丁明跃,等. 飞行器航迹规划[M]. 北京:国防工业出版社,2008. (ZHENG C W, YAN P, DING M Y, et al. Route planning for air vehicles [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [14] 胡中华,赵敏,姚敏. 无人机三维航路规划技术研究及发展趋势[J]. 计测技术,2009,29(6):6-9. (HU Z H, ZHAO M, YAO M. Research and development trend of 3-D route planning for UAV [J]. Metrology & Measurement Technology, 2009, 29(6):6-9.)
- [15] DUAN H B, YU Y X, ZHANG X Y, et al. Three-dimension path planning for UCAV using hybrid meta-heuristic ACO-DE algorithm [J]. Simulation Modeling Practice and Theory, 2010, 18(8):1104-1115.
- [16] 苏海军,杨煜普,王宇嘉. 微分进化算法的研究综述[J]. 系统工程与电子技术,2008,30(9):1793-1797. (SU H J, YANG Y P, WANG Y J. Research on differential evolution algorithm: a survey [J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(9):1793-1797.)
- [17] STORN R. System design by constraint adaptation and differential evolution [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3(1):22-34.

(上接第 47 页)

- tems with interval time-varying delay [J]. Automatica, 2008, 44(10):2680-2685.
- [7] ZHANG T, LI Y C, LIU G J. Robust stabilization of uncertain systems with interval time-varying state and input delays [J]. International Journal of Systems Science, 2009, 40(1):11-20.
- [8] 王新梅,裴海龙. 一类区间时变输入时滞与状态时滞线性系统的稳定性研究[J]. 控制与决策,2009,24(10):1549-1554. (WANG X M, PEI H L. Stabilization analysis of interval time-varying state and input delays systems [J]. Control and Decision, 2009, 24(10):1549-1554.)
- [9] SHAO H Y. New delay-dependent stability criterion for systems with interval delay [J]. Automatica, 2009, 45(3):744-749.
- [10] CHEN P, DONG Y, TIAN Y C. New approach on robust delay-dependent  $H^\infty$  control for uncertain T-S fuzzy systems with interval time-varying delay [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2009, 17(4):890-900.
- [11] 李涛,张合新,孙鹏. 含区间时变时滞的线性不确定系统鲁棒稳定性新判据[J]. 控制与决策,2010,25(6):953-957. (LI T, ZHANG H X, SUN P. New robust stability criteria for uncertain linear systems with interval time-varying delay [J]. Control and Decision, 2010, 25(6):953-957.)
- [12] PARK P G, KO J W, JEONG C K. Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays [J]. Automatica, 2011, 47(1):235-238.

(上接第 53 页)

- International Conference on Information Science and Engineering (ICISE), 2009:4708-4711.
- [13] 王小漠,张光义. 雷达与探测[M]. 2版. 北京:国防工业出版社,2008. (WANG X M, ZHANG G Y. Radar and detection [M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [14] 高烽. 雷达导引头概论[M]. 北京:电子工业出版社,2010. (GAO F. Conspectus of radar seeker [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010.)
- [15] 夏福梯. 防空导弹制导雷达伺服系统[M]. 北京:宇航出版社,1996. (XIA F T. Guidance radar servosystem of air defence missile [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 1996.)
- [16] SIOURIS G M. Missile guidance and control systems [M]. Berlin: Springer, 2004.
- [17] KATSUHIKO O. Modern control engineering [M]. 5th ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 2009.