

基于 Sage-Husa 的优化粒子滤波算法

蔡宗平, 戴定成, 牛创, 朱斌
(第二炮兵工程大学自动化系, 西安 710025)

摘要: 针对非线性系统噪声未知时粒子滤波容易发散或者精度下降的问题, 提出一种粒子滤波和改进的 Sage-Husa 估计器相结合的混合滤波算法。首先用粒子滤波对系统状态进行初步估计, 将初步估计值作为次级 Sage-Husa 滤波器的输入量测值, 并与系统状态方程组成新的系统, 进而用改进的 Sage-Husa 算法实时估计系统噪声的统计特性并进行滤波, 得到最终的系统状态估计值; 为了进一步比较算法的性能, 对算法的复杂度进行了定量计算, 分析表明优化的算法并未明显提高算法的计算量; 最后通过目标跟踪仿真实验验证了算法的有效性。

关键词: 目标跟踪; 粒子滤波; Sage-Husa 滤波; 非线性滤波

中图分类号: V249.32 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)01-0016-04

An Optimized Particle Filtering Algorithm Based on Sage-Husa

CAI Zong-ping, DAI Ding-cheng, NIU Chuang, ZHU Bin
(Department of Automation, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: To solve the filtering accuracy reduction and divergence problems in the nonlinear system when the noise characteristics are unknown, a hybrid filter composed of Sage-Husa filter and particle filter is proposed. Firstly, a preliminary estimate of the state variables is provided by particle filter, which is then taken as the input measurement value of the secondary filter, and forms a new system with the state equation. After that, the modified Sage-Husa filter is used for estimating the statistic property of system noise in real time, and the final system state estimated value is obtained. The calculation complexity of the algorithms is calculated out quantitatively to compare the algorithms' performance further, the result shows that the calculation complexity keeps unchanged in new algorithm. Finally, target tracking simulation results demonstrated the availability of the new algorithm.

Key words: target tracking; particle filter; Sage-Husa filtering; non-linear filtering

0 引言

非线性滤波一直是滤波研究的热点, 其在目标跟踪、组合导航、信息融合与数字通信等领域有着广泛的应用^[1-4]。粒子滤波(Particle Filter, PF)是一种基于蒙特卡罗方法和递推贝叶斯估计的统计滤波方法, 能够在非线性非高斯的条件下取得较好的滤波效果, 但是当系统噪声未知或者观测噪声较大时, 滤波精度会降低甚至发散。文献[5]提出了一种卡尔曼滤波(KF)与PF相结合的混合粒子滤波算法(PF-KF), 其主要思想

是在PF的基础上进一步进行KF, 得出更高精度的估计值; 但是对于PF算法, 由于样本贫乏和粒子退化以及重采样的原因, PF的估计值与状态真值之间误差的统计特性是未知变化的^[6], 而KF对于初始条件十分苛刻, 对于噪声为动态的系统显然精度不够; 文献[7]提出一种自适应Sage-Husa粒子滤波算法(APF), 其主要思想是在PF过程中对每个粒子进行一次Sage-Husa滤波, 这种方法对于运算量本来就很大的PF来说是不够合理的, 并且文献[7]并没有详细阐述线性系统的Sage-Husa算法是如何应用到非线性系统中进行滤波的。本文提出一种新的Sage-Husa粒子滤波算法(PF-SHF), 首先利用PF对系统进行初始估计, 然后将PF的输出值作为Sage-Husa滤波器的量测输入, 并与状态方程组成一个新的系统, 如果系统状态方程为线性, 则通过Sage-Husa估计器

收稿日期: 2014-03-03 修回日期: 2014-10-13

基金项目: 国家自然科学基金(61203007)

作者简介: 蔡宗平(1964—), 男, 陕西岐山人, 教授, 硕导, 研究方向为导航制导与控制。

在线估计噪声的统计特性,如果系统方程为非线性,利用扩展卡尔曼滤波(EKF)的方法,将系统近似为线性,再使用 Sage-Husa 算法进行噪声估计,然后对滤波发散进行判断和抑制并滤波,得到最后的状态估计值。

1 Sage-Husa 粒子滤波算法

不合适的系统模型以及未知的噪声统计特性往往会导致滤波精度降低,Sage-Husa 的次优无偏极大后验(Maximum a Posteriori, MAP) 噪声估计器^[8-9]原理清晰、运算方便,能同时估计噪声的一阶矩和二阶矩,较好地解决了这一问题。

1.1 改进的 Sage-Husa 算法

设线性离散化系统状态方程和量测方程分别为

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

式中: \mathbf{X}_k 为系统状态变量; $\Phi_{k,k-1}$ 为 t_{k-1} 至 t_k 时刻状态转移矩阵; Γ_{k-1} 为状态噪声系数矩阵; \mathbf{H}_k 为观测系数矩阵; \mathbf{W}_{k-1} 为状态噪声; \mathbf{V}_k 为观测噪声,并且满足

$$\text{cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j] = \delta_{kj} \mathbf{Q}_k, \text{cov}[\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_j] = \delta_{kj} \mathbf{R}_k \quad (3)$$

改进的 Sage-Husa 算法为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \hat{\mathbf{R}}_{k-1}]^{-1} \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_{k-1} \mathbf{K}_k^T \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_k = (1 - d_k) \mathbf{r}_{k-1} + d_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_k = (1 - d_k) \mathbf{R}_{k-1} + d_k (\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T) \quad (11)$$

$$d_k = (1 - b) / (1 - b^k) \quad (12)$$

式中, $0 < b < 1$,遗忘因子 b 根据具体情况选择,通常取 $0.95 < b < 0.99$ 。需要说明的是,Sage-Husa 算法在系统状态噪声和量测噪声统计特性均未知的情况下不能同时对两者进行估计,否则会导致滤波发散。系统的观测噪声一般可以通过先验知识获取,这里主要对状态噪声进行估计。

1.2 滤波发散的判断与抑制

利用协方差匹配的思想进行滤波发散的判断。根据文献[8],滤波发散的判据为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_k > \lambda \cdot \text{tr}[\mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}_k^T \boldsymbol{\varepsilon}_k)] \quad (13)$$

式中: λ 为储备系数, $\lambda > 1$;tr 为求矩阵的迹运算; $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 为新息。若式(13)成立,说明滤波出现异常,需要通过新观测数据修正观测噪声统计特性,重新估计 \mathbf{R}_k ,如果式(13)不成立,则不需要修正 \mathbf{R}_k ,即 $\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_{k-1}$ 。

1.3 PF-SHF 算法

PF 适用范围广泛,本文主要针对如下非线性系统

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, k) + \mathbf{u}_{k-1} \quad (14)$$

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (15)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$, 为 k 时刻系统的状态; $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^m$, 为系统状态 \mathbf{x}_k 的量测值; $\mathbf{u}_{k-1} \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^m$, 分别为系统的状态和量测噪声; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 为非线性运算。

算法的基本步骤如下所述。

1) 初始化。

$k=0$ 时,根据先验概率分布 $p(\mathbf{x}_0)$ 采样 N 个粒子 $\{\mathbf{x}_0^i\}_{i=1}^N$, 粒子权值均为 $1/N$ 。

2) 预测更新。

在 k 时刻,根据重要性函数

$$\pi(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{y}_k, \mathbf{x}_{0:k-1}^i) = p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i) \quad (16)$$

更新粒子,并计算粒子重要性权值

$$w_k^i = w_{k-1}^i p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^i) \quad (17)$$

3) 自适应调整权值。

由步骤2)得到粒子权值后,记录粒子中最大权值 $w_{k-\max}^i$ 和 $w_{k-\min}^i$, 及其对应的新息 $\boldsymbol{\eta}_{k-\max}^i$, $\boldsymbol{\eta}_{k-\min}^i$, 并计算最大权值和最小权值粒子之间的欧氏距离 L_{\max} 以及每个粒子与最大权值粒子之间的欧氏距离 L_i , 即

$$L_{\max} = (\boldsymbol{\eta}_{k-\min}^i - \boldsymbol{\eta}_{k-\max}^i)^T (\boldsymbol{\eta}_{k-\min}^i - \boldsymbol{\eta}_{k-\max}^i) \quad (18)$$

$$L_i = (\boldsymbol{\eta}_k^i - \boldsymbol{\eta}_{k-\max}^i)^T (\boldsymbol{\eta}_k^i - \boldsymbol{\eta}_{k-\max}^i) \quad (19)$$

然后进行权值调整

$$w_k^{i*} = w_k^i + (w_{k-\max}^i / N) \cdot \sin(L_i / L_{\max} \times \pi / 2) \cdot \beta \quad (20)$$

式中, β 为自适应系数,由量测噪声的统计特性决定

$$\beta = \begin{cases} K/\alpha & \alpha \leq \xi \\ 0 & \alpha > \xi \end{cases} \quad (21)$$

式中: α 为量测噪声统计性能的精度因子; ξ 为阈值。进一步进行权值归一化

$$w_k^i = w_k^{i*} / \sum_{i=1}^N w_k^{i*} \quad (22)$$

4) 重采样。

利用马尔可夫链蒙特卡罗移动(MCMC)方法进行重采样^[10],得到新的粒子集 $\{\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^i\}_{i=1}^N$, 新粒子权值均为 $1/N$ 。

5) 计算 PF 估计值。

$$\hat{\mathbf{x}}_k^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\mathbf{x}}_k^i \quad (23)$$

6) Sage-Husa 滤波。

将 PF 估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k^*$ 看作系统真实状态的观测值,并与系统状态方程组成新的系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, k) + \mathbf{u}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^* = \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\mu}_k \end{cases} \quad (24)$$

式中: $\boldsymbol{\mu}_k$ 为量测噪声; \mathbf{x}_k 为系统真实状态。显然该系统中,观测系数矩阵为 $\mathbf{H} = \mathbf{I}$, 即单位阵。需要指出的是,Sage-Husa 算法只能应用于线性系统中。如果系统状态方程是线性的,则直接应用上述 Sage-Husa 算法的

式(4)~式(12)进行滤波。如果系统方程为非线性,则按照EKF的方法进行泰勒展开,进行线性近似

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_1} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}_n} \end{bmatrix} \quad (25)$$

然后代入Sage-Husa算法进行运算,最终得出 k 时刻的二级滤波估计值为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (26)$$

7)时间更新, $k = k + 1$,转到步骤2)。

1.4 算法复杂度分析

假设状态变量的维数为 n ,使用 N 个粒子,算法产生均匀分布、高斯分布的计算量分别为 c_1 和 c_2 ,计算高斯似然函数、重采样的运算量分别为 c_3 和 c_4 ,按照文献[5]所给出的统计方法,对PF,PF-KF,APF以及本文中提出的PF-SHF进行计算复杂度分析,其结果见表1。

表1 算法计算复杂度比较

Table 1 Comparison of calculation complexity

算法	计算复杂度
PF	$N \times (c_1 n + c_2 n + c_4 n + c_3 + n + 2)$
PF-KF	$N \times (c_1 n + c_2 n + c_4 n + c_3 + n + 2) + 5n^3 + n^2$
APF	$N \times (c_1 n + c_2 n + c_4 n + c_3 + n^3 + n^2 + 2n + 2)$
PF-SHF	$N \times (c_1 n + c_2 n + c_4 n + c_3 + n + 2) + 6n^3 + 4n^2 + n$

PF中选取的粒子数一般较大($N \geq 50$),由表1可以清晰看出,APF的运算量与粒子数成正比,计算复杂度最高,而PF-SHF和PF-KF则相对较小,与标准PF相比,PF-SHF的复杂度并未显著提升。

2 仿真实验

2.1 仿真场景

分别采用PF,PF-KF以及PF-SHF3种算法进行仿真。假设目标在二维平面做匀速直线运动,雷达位于坐标轴原点,目标的运动模型为

$$\mathbf{X}_k = \Phi \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma \mathbf{W}_{k-1} \quad (27)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \quad (28)$$

式中:状态变量 $\mathbf{X}_k = [x_k \quad v_x \quad y_k \quad v_y]^T$,分别表示在 x, y 方向上目标的位移和速度分量; $\Gamma = [T^2/2 \quad T$

$$T^2/2 \quad T]^T$$
,为状态噪声系数矩阵; $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

为系统状态转移矩阵; T 为系统采样间隔; \mathbf{z}_k 为观测值;

$\mathbf{h}(\mathbf{X}_k) = \begin{bmatrix} r_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\ \arctan(y_k/x_k) \end{bmatrix}$,其中, r_k 为斜距,

θ_k 为方位角。假定状态噪声 \mathbf{W}_{k-1} 和观测噪声 \mathbf{V}_k 分别

为独立的零均值高斯白噪声,其方差分别为 $\mathbf{Q}_k, \mathbf{R}_k$ 。设定采样间隔为 $T = 1$ s,目标初始状态为 $\mathbf{X}_0 = [2 \ 000 \ 100 \ 1 \ 000 \ 10]^T$,量测噪声方差为 $\mathbf{R} = \text{diag}\{30^2, 0.01^2\}$,选用200个粒子进行滤波,仿真时间为100 s。

仿真场景1,定常噪声 $\mathbf{Q}_k = \text{diag}\{0.5^2, 0.5^2\}$ 。

仿真场景2,时变噪声

$$\mathbf{Q}_k = \begin{cases} \text{diag}\{0.2^2, 0.2^2\} & 0 \leq k \leq 40 \\ \text{diag}\{0.4^2, 0.4^2\} & 40 < k \leq 60 \\ \text{diag}\{0.8^2, 0.8^2\} & 60 < k \leq 100 \end{cases} \quad (29)$$

2.2 仿真结果

对PF-SHF算法和标准PF以及PF-KF进行100次蒙特卡罗仿真,遗忘因子 $b = 0.95$,先验状态噪声设为 $\mathbf{Q} = \text{diag}\{0.1^2, 0.1^2\}$ 。仿真实验的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)定义为

$$E_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\mathbf{X}}_k^i - \mathbf{x}_k^i)^2} \quad (29)$$

3种算法运行的时间如表2所示。

表2 算法运行时间比较

Table 2 Comparison of operation time

算法	PF	PF-KF	PF-SHF
计算时间/s	2.013	2.721	3.223

在场景1中,仿真的实验结果如图1和图2所示。

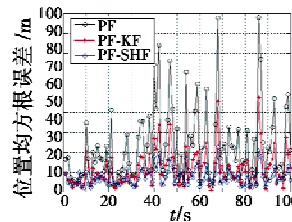


图1 场景1位置均方根误差

Fig. 1 RMSE of position for scenario 1

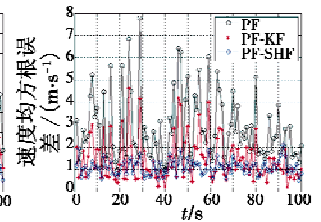


图2 场景1速度均方根误差

Fig. 2 RMSE of velocity for scenario 1

场景2的仿真结果如图3和图4所示。

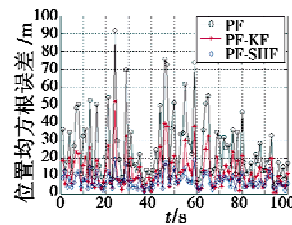


图3 场景2位置均方根误差

Fig. 3 RMSE of position for scenario 2

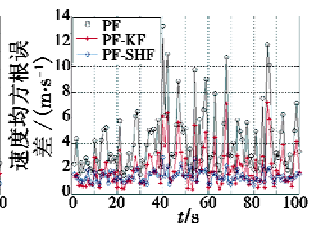


图4 场景2速度均方根误差

Fig. 4 RMSE of velocity for scenario 2

2.3 结果分析

从仿真结果图中可以看出,当系统噪声未知时,PF容易出现精度降低甚至发散的情况;PF-KF虽然一定程度上提高了滤波精度,但是由于没有对噪声进行实

时估计,因此,滤波效果也并不理想;而 PF-SHF 算法在充分考虑噪声动态变化的情况下,对 PF 的输出值进行二次滤波取得了较好的效果;同时,由于 Sage-Husa 滤波的输入是 PF 的输出,因此最终的滤波精度也在一定程度上受到 PF 初步估计精度的影响。

3 结论

针对非线性非高斯条件下的滤波问题,本文提出了一种 PF-SHF 算法,利用改进的 Sage-Husa 估计器在线实时估计系统噪声,同时引入滤波发散判断,提高了滤波精度和算法稳定性。通过对算法计算复杂度的定量分析,比较了几种算法的计算成本,得出了 PF-SHF 并未显著提升计算复杂度的结论。最后通过目标跟踪的仿真实验,比较了 PF, PF-KF 以及 PF-SHF 3 种算法的滤波效果,实验结果验证了算法的有效性。

参考文献

- [1] 朱志宇. 粒子滤波算法及其应用[M]. 北京:科学出版社,2010. (ZHU Z Y. Particle filter and its application [M]. Beijing: Science Press, 2010.)
 - [2] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEE Proceedings Part F: Radar, Sonar and Navigation, 1993, 140(2):107-113.
 - [3] MO Y W, XIAO D Y. Hybrid system monitoring and diagnosing based on particle filter algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(5):641-648.
 - [4] YU Y H, ZHENG X Y. Particle filter with ant colony optimization for frequency offset estimation in OFDM systems with unknown noise distribution[J]. Signal Processing, 2011, 91(5):1339-1342.
 - [5] 夏楠,邱天爽,李景春,等. 一种卡尔曼滤波与粒子滤波相结合的非线性滤波算法[J]. 电子学报,2013,41(1):148-152. (XIA N, QIU T S, LI J C, et al. A nonlinear filtering algorithm combining the Kalman filter and the particle filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1):148-152.)
 - [6] KOTTECHA J H, DJURIC P M. Gaussian sum particle filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(10):2602-2612.
 - [7] 薛丽,高社生,胡高歌. 自适应 Sage-Husa 粒子滤波及其在组合导航中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(1):84-88. (XUE L, GAO S S, HU G G. Adaptive Sage-Husa particle filtering and its application in integrated navigation[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(1):84-88.)
 - [8] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics[C]//Proceedings of Joint Automatic Control Conference, Boulder:CO, 1969:760-769.
 - [9] 魏伟,秦永元,张晓冬,等. 对 Sage-Husa 算法的改进[J]. 中国惯性技术学报,2012,20(6):678-686. (WEI W, QIN Y Y, ZHANG X D, et al. Amelioration of the Sage-Husa algorithm[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(6):678-686.)
 - [10] DOUCET A, GODSILL S, ANDRIEU C. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering[J]. Statistics and Computing, 2000, 10(3):197-208.
 - [11] 石勇,韩崇昭. 自适应 UKF 算法在目标跟踪中的应用[J]. 自动化学报,2011,37(6):755-759. (SHI Y, HAN C Z. Adaptive UKF method with applications to target tracking[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(6):755-759.)
-
- (上接第15页)
- [5] 刘跃峰,张安. 有人机/无人机编队协同任务分配方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(3):584-588. (LIU Y F, ZHANG A. Cooperative task assignment method of manned/unmanned aerial vehicle formation [J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(3):584-588.)
 - [6] 廖沫,陈宗基,周锐. 基于 MAS 的多 UAV 协同任务分配设计与仿真[J]. 系统仿真学报,2007,19(10):2313-2317. (LIAO M, CHEN Z J, ZHOU R. Design and simulation of multi-UAV coordinated task allocation based on MAS [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(10):2313-2317.)
 - [7] BEARD R W, MCLAIN T W. Multiple UAV cooperative search under collision avoidance and limited range communication constraints [C]//Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, 2003:25-30.
 - [8] GEORGE J M, PINTO J, SUJIT P B, et al. Multiple UAV coalition formation strategies [C]//Proceedings of the 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2010:1503-1504.
 - [9] CHEN J, ZANG C, LIANG W, et al. Auction-based dynamic coalition for single target tracking in wireless sensor networks [C]//Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2006:94-98.
 - [10] NEHME C E, CRANDALL J W, CUMMINGS M L. Using discrete-event simulation to model situational awareness of unmanned-vehicle operators [C]//Virginia Modeling, Analysis and Simulation Center Capstone Conference, Norfolk, VA, 2008:1-7.