

高超声速滑翔式飞行器突防轨迹优化研究

国海峰¹, 黄长强¹, 丁达理¹, 肖红¹, 强晓明²

(1. 空军工程大学航空航天工程学院, 西安 710038; 2. 中国人民解放军93987部队军械教研室, 西宁 810000)

摘要: 为研究多种约束条件下的高超声速滑翔式飞行器快速突防轨迹优化问题, 提出了基于hp自适应伪谱法的多段优化求解策略。建立了高超声速滑翔式飞行器的运动学模型, 用三次样条插值拟合升力系数和阻力系数。综合考虑动压、过载和热流约束, 建立了考虑禁飞区和航路点的约束模型。详细阐述了hp自适应伪谱法的求解原理, 提出了以航路点为分段点的求解策略, 最后以最小到达时间为代价函数对高超声速滑翔式飞行器再入突防过程进行了数字仿真。仿真结果表明, 基于分段求解策略的最优轨迹能够有效满足各种约束条件的限制, 达到了快速突防的目的。

关键词: 轨迹优化; 高超声速; 滑翔; 突防; 多约束; 伪谱法

中图分类号: V271.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2014)08-0042-05

On Penetration Trajectory Optimization for the Hypersonic Gliding Aircraft

GUO Hai-feng¹, HUANG Chang-qiang¹, DING Da-li¹, XIAO Hong¹, QIANG Xiao-ming²

(1. Engineering College of Aeronautics and Astronautics, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;
2. Ordnance Teaching and Research Section, No. 93987 Unit of PLA, Xining 810000, China)

Abstract: To study the rapid penetration trajectory optimization of the hypersonic gliding aircraft considering multiple constrains, a multi-phase optimization strategy was put forward based on hp adaptive pseudo-spectral method (hpAPM). The kinetic model of the hypersonic gliding aircraft was built up, and the relationship between the lift coefficient and drag coefficient was fitted by using cubic spline interpolation. The models of no-fly zone and waypoint were found considering the constrains of dynamic press, overload and heat flux. The principle of the hpAPM was expounded, then an idea was proposed, which taking the waypoints as the segment points of the trajectory. Simulation was made to the rapid penetration optimization trajectory of the hypersonic gliding aircraft with the objective of minimizing the arrival time. The results of the simulation indicated that the optimized trajectory using the multi-phase method can satisfy all of the constrains and meet the demand of rapid penetration.

Key words: trajectory optimization; hypersonic; gliding; penetration; multi-constrain; pseudospectral method

0 引言

2003年, 美国 DARPA 与空军联合启动了 FALCON 计划, 该计划的近期目标是使用小型运载火箭将通用航空飞行器(CAV)或增强型 CAV(ECAV)发射到亚轨道, 然后 CAV 再入机动滑翔飞行实现快速打击^[1]。CAV 飞行环境复杂, 受到各种干扰和约束条件的限制, 其再入轨迹优化一直以来都是许多学者研究的热点。

轨迹优化问题实际上是最优化控制问题。求解最优化问题的数值方法主要分为间接法和直接法。间接法满足一阶最优性条件, 但是求解困难。直接法通过离散化微分方程的方法把最优控制问题转化为非线性规划问题, 求解简单, 并且对初值不敏感。具有代表性的直接法是伪谱法, 它包括高斯伪谱法、勒让德伪谱法和洛巴托伪谱法^[2-3]。近年发展起来的 hp 自适应伪谱法在求解最优控制方面, 特别是求解航天器轨迹优化方面具有很大的优势。文献[4-5]利用 Gauss 伪谱法分别对邻近空间飞行器上升段和再入段进行了轨迹优化, 虽然给出了满意的结果, 但是没有考虑到禁飞区和必经航路点的约束条件; 文献[6-7]虽然考虑了禁

收稿日期: 2013-07-07 修回日期: 2013-10-15

基金项目: 航空科学基金(20105196016)

作者简介: 国海峰(1985—), 男, 山东泰安人, 博士生, 研究方向为高超声速飞行器武器系统与轨迹优化。

飞区和航路点,但是忽略了地球自转,只考虑了飞行器的二维简化模型,并且气动参数拟合不精确,不能满足长航时、远距离的精确轨迹优化与控制需求。

本文首先建立了高超声速滑翔式飞行器的运动学模型、空气动力学模型和约束模型,基于 hp 自适应伪谱法提出了以必经航路点为分段点的分段求解策略,最后进行数字仿真。结果表明,分段优化策略产生的最优轨迹能够有效地满足各种约束条件的限制,体现了算法的有效性。

1 问题的描述

1.1 高超声速滑翔飞行器运动学模型

由于高超声速滑翔式飞行器飞行高度高、速度快和射程长的特点,考虑地球自转,建立的运动坐标系如图 1 所示。

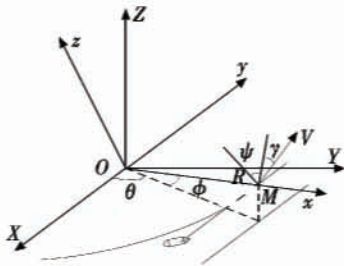


图 1 飞行器运动坐标系

Fig. 1 Coordinate systems of aircraft flight

图中:坐标系 $OXYZ$ 为地球固联坐标系;坐标系 $Oxyz$ 为地面坐标系; $R = R_e + h$, 为飞行器质心距地心的距离, R_e 为地球半径, h 为飞行器质心到地球表面的高度; θ 为经度; ϕ 为纬度; γ 为弹道倾角; ψ 为速度方位角,从北方逆时针为正; V 为飞行器相对地球的速度。

为了简化计算难度,保证运动方程各状态量同阶,建立无量纲化高超声速滑翔飞行器 3 自由度运动学模型为

$$\begin{cases} \frac{dr}{d\tau} = v \sin \gamma \\ \frac{d\theta}{d\tau} = \frac{v \cos \gamma \cos \psi}{r \cos \phi} \\ \frac{d\phi}{d\tau} = \frac{v \cos \gamma \sin \psi}{r} \\ \frac{dv}{d\tau} = -D' - \frac{\sin \gamma}{r^2} \\ \frac{d\gamma}{d\tau} = \frac{L'}{v} \cos \sigma - \frac{\cos \gamma}{r^2 v} + \frac{v \cos \gamma}{r} + w_\gamma \\ \frac{d\psi}{d\tau} = \frac{L' \sin \sigma}{v \cos \gamma} - \frac{v}{r} \cos \gamma \cos \psi \tan \phi + w_\psi \end{cases} \quad (1)$$

式中: $w_\gamma = 2w \cos \phi \cos \psi$, $w_\psi = 2w (\sin \psi \cos \phi \tan \gamma - \sin \phi)$ 为地球自转引起的角速度变化; $\tau = t/\sqrt{R_e/g_0}$, $r =$

$R/R_e, v = V/\sqrt{R_e g_0}, L' = L/(g_0 m), D' = D/(g_0 m), w = w_e \sqrt{R_e/g_0}$ 分别为无量纲化的时间、地心距、速度、升力、阻力和地球自转角速度; σ 为倾侧角。

1.2 空气动力学模型

高超声速滑翔式飞行器是一个高升阻比的升力体,外形及气动数据参考美国的 CAV-H 的升力系数表和阻力系数表,升力系数 C_l 和阻力系数 C_d 均为攻角 α 和马赫数 Ma 的函数^[8]。拟合数据如图 2 和图 3 所示。

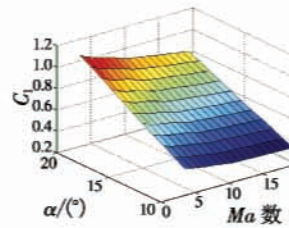


图 2 升力系数

Fig. 2 Lift coefficient

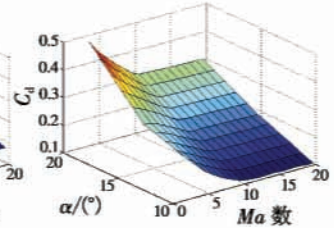


图 3 阻力系数

Fig. 3 Drag coefficient

文献[9]利用近似抛物线模型描述 C_l 和 C_d 的关系,误差较大,难以满足长航时、远距离打击任务的控制要求。本文利用 CAV-H 的 C_l 和 C_d 系数表,通过三次样条插值方法对 C_l 和 C_d 进行插值拟合,准确地表达出 C_l 和 C_d 的拟合曲线,如图 4 所示。

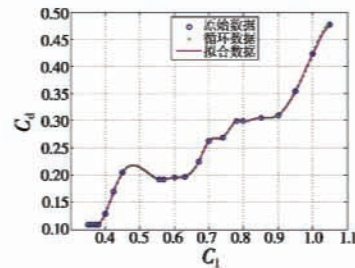


图 4 升力系数与阻力系数关系

Fig. 4 The relationship of lift coefficient and drag coefficient

气动力计算还需要大气密度模型,本文选取美国 1976 年的标准大气模型

$$\rho = \rho_0 e^{(-h/H_0)} \quad (2)$$

式中: ρ_0 为地球表面的大气密度; $h = R - R_e$, 为飞行器距地面的高度; H_0 为海平面的高度。

无量纲化的升力 L 和阻力 D 的算式为

$$\begin{cases} L' = 0.5 \rho_0 e^{-R_e(r-1)/H_0} S v^2 C_l g_0 R_e / m \\ D' = 0.5 \rho_0 e^{-R_e(r-1)/H_0} S v^2 C_d g_0 R_e / m \end{cases} \quad (3)$$

式中, S 为气动横截面积。

1.3 约束模型

高超声速滑翔式飞行器从大气层外的预定高度再入,在飞行过程中受到各种约束条件和敌方火力威胁条件的约束,在向固定航路点投放战斗部后抵达固定目标点。在飞行过程中主要受到以下约束,求解时分别进行无量纲化处理。

1) 动压约束。

动压极值主要取决于热防护材料强度与气动控制铰链矩,因此动压 q 必须限制在一定的范围内,以确保热防护要求及气动控制要求,动压约束为

$$q = K_q e^{-R_f/H_0} v^2 < q_{\max} \quad (4)$$

式中: $K_q = 0.5 R_e \rho_0 g_0 e^{R_f/H_0}$ 为常数; q_{\max} 为无量纲化最大动压。

2) 过载约束。

为了保证飞行器结构强度和机载设备的承受能力,过载 n 必须限制在最大过载 n_{\max} 的范围内。

$$n = \sqrt{L^2 + D^2} < n_{\max} \quad (5)$$

3) 热流约束。

在高超声速条件下,飞行器驻点与空气摩擦产生巨大的热量,为了满足热防护的要求,保护飞行器的安全,热流密度 \dot{Q} 约束为

$$\dot{Q} = K_Q \rho^{0.5} (v \sqrt{g_0 R_e})^{3.15} < \dot{Q}_{\max} \quad (6)$$

式中: K_Q 为驻点热流密度常数; \dot{Q}_{\max} 为最大允许热流密度。

4) 航路点约束。

为了满足侦察或者定点投送的任务,要求飞行器必须通过一定的航路点,即其约束条件为

$$(r_{t_m}, \theta_{t_m}, \phi_{t_m}) = (r_1, \theta_1, \phi_1) \quad (7)$$

即在 t_m 时刻的位置坐标 $(r_{t_m}, \theta_{t_m}, \phi_{t_m})$ 必须与航路点坐标 (r_1, θ_1, ϕ_1) 相等,多个航路点的情况以此类推。

5) 禁飞区约束。

在抵达目标点的飞行过程中,飞行器会受到来自敌方空中或者地面的火力威胁,使飞行器尽量不要进入敌方火力打击的范围,设某地空导弹威胁中心的坐标点为 (r_w, θ_w, ϕ_w) , 威胁半径为 d_w , 威胁高度为 h_w , 则禁飞区约束为

$$r_{t_n} > h_w, \sqrt{(\theta_{t_n} - \theta_w)^2 + (\phi_{t_n} - \phi_w)^2} > d_w \quad (8)$$

即在时刻 t_n 的位置坐标不能进入禁飞区内。

6) 终端约束。

飞行器最终到达目标点,其终端时刻 t_f 坐标 $(r_{t_f}, \theta_{t_f}, \phi_{t_f})$ 与目标点坐标 (r_f, θ_f, ϕ_f) 相等,即终端约束为 $r_{t_f} = r_f, \theta_{t_f} = \theta_f, \phi_{t_f} = \phi_f$ 。

2 最优轨迹求解

求解高超声速滑翔式飞行器最优飞行轨迹的问题,就是在满足动压、过载和热流的约束条件下,通过航路点、避开禁飞区,以最短的时间到达目标点。轨迹优化问题实际上是最优控制问题。

2.1 最优化问题描述

求解此最优控制问题就是要在满足路径约束和终端约束的条件下,寻找控制变量,使得代价函数最小。

高超声速导弹再入轨迹优化可以归结为如下最优控制问题。

$$\min J = \phi[X(t_0), t_0, X(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} g[X(t), U(t), t] dt \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } \dot{X} &= f(X(t), U(t), t) \\ \phi(X(t_0), t_0, X(t_f), t_f) &= 0 \\ C[X(t), U(t), t] &\leq 0 \end{aligned}$$

式中: $\dot{X} = f(X(t), U(t), t)$, 为飞行器的运动学微分方程; $X(t) = [r(t), \theta(t), \phi(t), v(t), \gamma(t), \psi(t)]$, 为状态变量; 以飞行器的升力系数和倾侧角作为控制变量 $U(t) = [C_l(t), \sigma(t)]$; 路径约束为 $C[X(t), U(t), t]$; 边界约束为 $\phi[X(t_0), t_0, X(t_f), t_f]$; 被积代价函数为 $g[X(t), U(t), t]$ 。本文主要考察飞行器以最短时间突防威胁,到达目标点,选取 $\phi = -t_f, g = 0$ 。

2.2 hp 自适应伪谱法求解过程

hp 自适应伪谱法在一系列节点上把最优控制问题离散化为稀疏非线性规划(NLP)问题,然后用非线性规划求解器 SNOPT 软件求解最优解。离散化的过程实际上是用 Lagrange 多项式逼近的过程。但是在离散过程可以自适应地调整参数使得在轨迹弯曲的地方增加节点数目或者增加多项式的阶数。hp 自适应伪谱法求解最优控制问题步骤如下。

1) 时间区间归一化。

区间 $t \in [t_0, t_f]$ 划分为 K 个时间段 $[t_{k-1}, t_k], k = 1, \dots, K$ 。在每个时间段内做变换 $\tau = \frac{2t - (t_k + t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}$, $t_{k-1} < t_k$, 则 $t \in [t_{k-1}, t_k]$ 映射成 $\tau \in [-1, 1]$, 对其求导得 $\frac{d\tau}{dt} = \frac{2}{t_k - t_{k-1}}$ 。

2) 状态方程离散化。

假设 $X^{(k)}(\tau)$ 和 $U^{(k)}(\tau)$ 为第 k 个网格区间的状态量和控制量。

通过对全局插值多项式求导来近似状态变量对时间的导数,从而将微分方程约束转换为一组代数约束。

$$\frac{dX^{(k)}(\tau)}{dt} = \dot{X}^{(k)}(\tau) = \sum_{j=1}^{N_k+1} X_j^{(k)} \dot{L}_j^{(k)}(\tau) \quad (10)$$

式中: $L_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{\omega=1 \\ \omega \neq j}}^{N_k+1} \frac{\tau - \tau_\omega^{(k)}}{\tau_j - \tau_\omega^{(k)}}$, 为 Lagrange 多项式的基, $(\tau_1^{(k)}, \dots, \tau_{N_k}^{(k)})$ 为在第 k 个网格时间区间的配置点; N_k 为第 k 个网格时间中配置点数。

将式(10)代入式(9)中的动力学微分方程中,并在配置点上进行离散,可得

$$\sum_{j=1}^{N_k+1} X_j^{(k)} D_{ij}^{(k)} = \frac{t_k - t_{k-1}}{2} f(X_i^{(k)}, U_i^{(k)}, \tau_i^{(k)}; t_{k-1}, t_k),$$

$$i = 1, \dots, N_k \quad (11)$$

式中： $D_j^{(k)} = \dot{L}_j^{(k)}(\tau_i^{(k)})$, $i = 1, \dots, N_k$, $j = 1, \dots, N_k + 1$, 为第 k 个网格区间处的伪谱微分矩阵。

3) 约束条件的离散化。

路径约束条件 $C[X(t), U(t), t]$ 在 N_k 个配置点处离散化方程为 $C[X_i^{(k)}, U_i^{(k)}, \tau_i^{(k)}; t_{k-1}, t_k] \leq 0$ 。

4) 目标函数的离散化。

目标函数的离散化是利用 Lagrange 积分代替目标函数的积分项。离散化结果为

$$\min J = \phi[X_1^{(1)}, t_0, X_{N_k+1}^{(K)}, t_K] + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \left(\frac{t_k - t_{k-1}}{2} \right) w_j^k g(X_j^{(k)}, U_j^k, t_j^k; t_{k-1}, t_k) \quad (12)$$

式中, w_j^k , $j = 1, \dots, N_k$, $k = 1, \dots, K$, 为 Lagrange 多项式系数。

5) 自适应参数调整。

设 ξ 为状态微分方程和约束方程离散化的允许偏差。在计算过程中实时计算第 k 个网格时间段内的状态微分方程和离散化状态之间的误差 $a_{lm_1}^k$, 以及约束条件偏差 $b_{lm_2}^k$ 。

$$|\dot{X}_i^k(t_i^k) - f_i^k(X_i^k, U_i^k, t_i^k)| = a_{lm_1}^k \quad (13)$$

$$C_j^k(X_i^k, U_i^k, t_i^k) = b_{lm_2}^k \quad (14)$$

式中, $1 \leq l \leq L$, $1 \leq m_1 \leq N_d$, $1 \leq m_2 \leq N_c$, L 为每个网格区间的配点个数, N_d 为状态微分方程的个数, N_c 为约束方程的个数。如果状态变量的每一个元素和控制变量的每一个元素通过上式计算出来的实时误差 $a_{lm_1}^k$ 和 $b_{lm_2}^k$ 在当前网格时间段内满足 $a_{lm_1}^k \leq \xi$ 和 $b_{lm_2}^k \leq \xi$, 满足精度要求。反之, 就必须调整网格时间段或者增加 Lagrange 多项式的阶数直到满足精度要求。

2.3 hp 自适应伪谱法分段求解策略

1) 分段优化策略。

由于飞行器必须通过一定的航路点, 如果以航路点为分段点, 则全轨迹就被划分为分段轨迹优化问题, 航路点就作为每一段的终端约束条件。再根据禁飞区的范围判断每一段的路径约束条件, 能够有效地简化计算。假设有 W 个航路点, 则整个轨迹划分为 $W + 1$ 段, 为了保持整段轨迹的连续性, 第 Wl 段的终端状态必须与 $Wl + 1$ 段的初始状态相等, 则具有以下约束条件

$$X_{Wl}(t_f) - X_{Wl+1}(t_0) = 0, 1 \leq Wl \leq W \quad (15)$$

2) 分段求解过程。

基于 hp 自适应伪谱法分段求解过程如图 5 所示。具体求解过程为:

① 初始化, 给定初始值、终端值和过程约束值;

② 根据必经航路点的个数划分轨迹, 再根据禁飞区的位置坐标确定每段的约束条件, 对最优化问题离散化;

③ 根据初始条件, 对第一段轨迹进行求解, 求解过程中对离散化误差进行判断, 自适应地调整划分区间段数或 Lagrange 多项式的阶数直到满足精度要求, 求出本段最终状态值;

④ 将 Wl 段的终端状态值作为 $Wl + 1$ 初值代入求解, 经过自适应参数调整和 NLP 解算, 求出终端状态值 $Wl = Wl + 1$ 。如果 $Wl = W$, 程序结束, 输出结果; 否则转③。

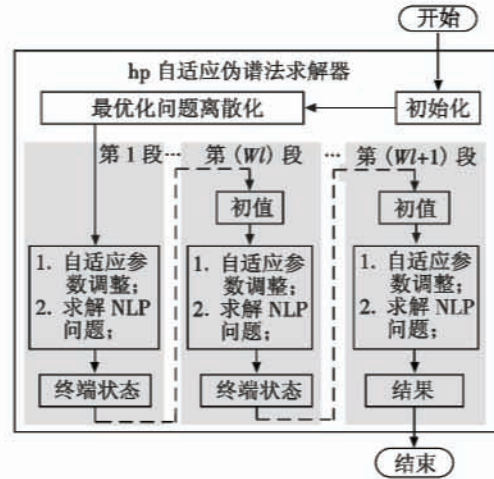


图 5 分段求解过程

Fig. 5 Subsection solution process

3 仿真结果分析

3.1 仿真初始条件

充分考虑再入走廊的约束, 考虑初始条件和约束条件如表 1 和表 2 所示。仿真硬件条件: CPU 为 1.8 GHz/Pentium IV, 操作系统为 Windows XP, 以 Matlab R2009a 为平台进行仿真。

表 1 仿真初始条件

Table 1 Initial conditions of the simulation

项目	$\theta/(^\circ)$	$\phi/(^\circ)$	半径/ $(^\circ)$
初始位置	E 110	N 15	
航路点 1	E 180	N 60	
禁飞区 1	W 160	N 45	5
禁飞区 2	W 120	N 55	5
航路点 2	W 140	N 50	
目标位置	W 85	N 45	
$h_0 = 120 \text{ km}, V_0 = 7.8 \text{ km/s}, \gamma_0 = -1.5^\circ, \psi_0 = 89^\circ$			

表 2 仿真约束条件

Table 2 Constrains of the simulation

项目	min	max
q/Pa	0	3×10^4
n	0	4.5
$\dot{Q}/(\text{kW} \cdot \text{m}^{-2})$	0	200
C_1	0	1.5
$\alpha/(^\circ)$	-89°	89°

3.2 仿真结果分析

由仿真初始条件可知,有两个航路点,根据分段优化策略,轨迹被分成了3段进行求解,仿真结果如图6~图14所示,分别显示 phase1~phase3 的各状态仿真结果。

通过仿真图由仿真图中配点分布可以看出 hp 自适应伪谱法能够自适应地分配节点数目,在轨迹陡峭的区域明显多于轨迹平缓的区域。由图6、图8、图9可以看出,最优轨迹变化平稳、轨迹平滑,终端经度和终端纬度均满足终端约束条件。由图8可知,飞行器通过了两个航路点,在两个禁飞区中间绕飞,成功躲避禁飞区威胁。由图10~图12可知,最优轨迹能够有效满足动压、过载和热流的限制。由图13和图14可知,控制量也在控制约束的范围内。

仿真结果表明,基于 hp 自适应伪谱法的多阶段最优轨迹能够满足各种约束条件的限制,以最短时间经过航路点和绕过禁飞区到达指定位置,体现了算法的有效性。

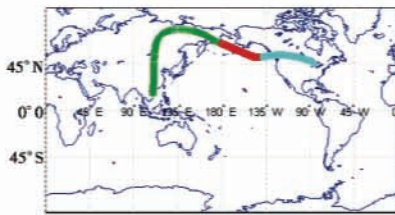


图6 飞行器轨迹图

Fig.6 Trajectory of the aircraft

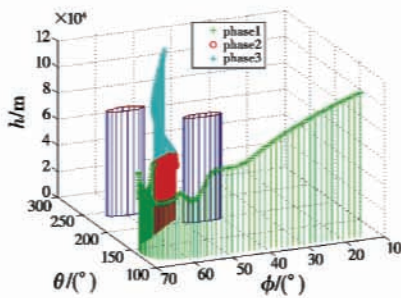


图7 飞行器三维轨迹图

Fig.7 The 3-dimensional trajectory of the aircraft

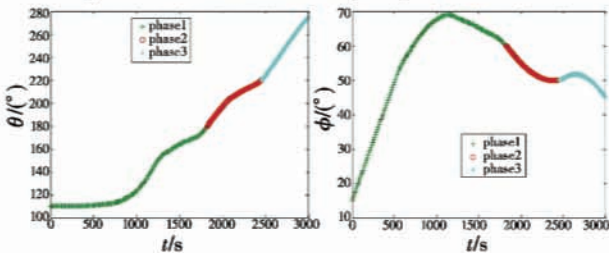


图8 经度曲线

Fig.8 Longitude curve

图9 纬度曲线

Fig.9 Latitude curve

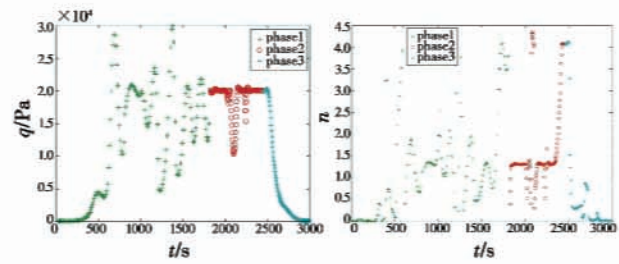


图10 动压曲线

Fig.10 Dynamic-press curve

图11 过载曲线

Fig.11 G-load curve

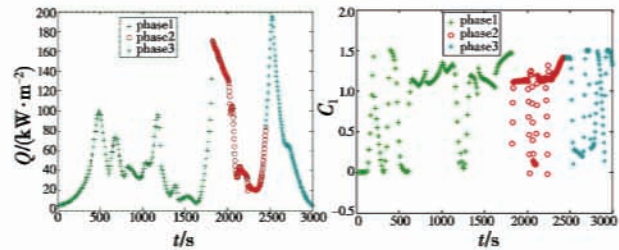


图12 热流密度曲线

Fig.12 Heat flux curve

图13 升力系数曲线

Fig.13 Lift coefficient curve

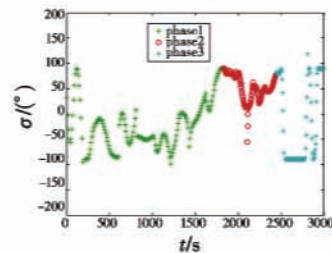


图14 倾侧角曲线

Fig.14 Bank angle curve

4 结论

通过对多约束条件下的高超声速滑翔式飞行器轨迹优化研究,建立了其运动学模型、空气动力学模型和约束模型,提出了基于 hp 自适应伪谱法分段求解策略,并进行了数字仿真。仿真结果表明,由此生成的最优轨迹能够有效满足各种约束条件的限制,有效突防敌方禁飞区,体现了算法的有效性。

参考文献

- [1] WOOLF A F. Conventional prompt global strike and long-range ballistic missiles: Background and issues [R]. CRS Report for Congress, 2011, 6.
- [2] BENSON D A, HUNTINGTON G T, THORVALDSEN T P, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1435-1440.
- [3] RAO A V, CLARKE K A. Performance optimization of a maneuvering reentry vehicle using a legendre pseudospectral method [C] // California: AIAA Atmospheric Flight