

多 UAV 集结任务的分布式协同与优化控制

贾方超¹, 姚佩阳², 陈洁钰², 王勃²

(1. 空军大连通信士官学校, 辽宁 大连 116600; 2. 空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

摘要: 基于一致性理论的多无人机分布式协同控制已广泛运用于无人机作战中, 通过一致性控制算法实现状态一致完成协同需求。建立了集结问题的数学模型, 基于协调变量和协调函数的分解策略进行求解。为实现协同控制的最优性, 改进了平均一致性控制算法, 采用 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程给出基本优化一致性控制算法。在控制算法中引入过去状态差值, 提高控制算法的动态响应性和能量最优性; 同时采用遗传算法优化代价函数的加权矩阵, 进一步提高控制算法的动态响应性和能量最优性, 缩短了任务执行时间。理论分析和仿真实验验证了方法的有效性和可行性。

关键词: 多无人机系统; 分布式协同控制; 一致性理论; 动态规划

中图分类号: V271.4; TP273.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2014)08-0024-09

Distributed Cooperative and Optimized Control for Gathering Mission of Multiple UAVs

JIA Fang-chao¹, YAO Pei-yang², CHEN Jie-yu², WANG Bo²

(1. Dalian Air Force Communication NCO Academy, Dalian 116600, China;

2. Information and Navigation Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Distributed cooperative control of multi-UAV system based on consensus theory has been used widely in UAV operations, in which the consistent state and collaborative demand are achieved through consensus control algorithm. The mathematical description of gathering problem was established, the problem was solved under decomposition strategy based on the method of coordination variables and coordination function. To realize optimization of cooperative control, average consensus control algorithm was improved, the expression of basic optimized consensus control algorithm was given by Hamilton-Jacobi-Bellman equation. The method got better in terms of dynamic response and optimal cost by introducing outdated state difference to control algorithm. The weighted matrix of the cost function was optimized by genetic algorithm, the dynamic response and optimal cost was improved further. In the meanwhile, the task execution time was shortened. Theoretical analysis and simulation results verify the feasibility and effectiveness of the method.

Key words: multi-UAV system; distributed cooperative control; consensus theory; dynamic programming

0 引言

多无人机系统 (Multiple Unmanned Aerial Vehicle System, Multi-UAV System) 自主协同作战是未来无人机作战运用的主要形式, 无人机之间通过分布式协同控制完成复杂任务^[1]。系统状态的一致性是多无人机系统自主协同作战运用的基础, 是发挥多无人机系统优势的关键。多无人机系统一致性问题 (Consensus Problem)

主要研究在没有组织者和协调者情况下, 如何通过个体对战场环境的动态反应以及个体之间简单协调而涌现出整体行为的一致, 其要完成的任务是基于多个无人机可能相冲突的状态信息, 采用一致性控制算法 (Consensus Control Algorithm) 使无人机系统演化到一致状态。

多无人机集结任务是典型的协同控制问题, 通常包括路径规划和轨迹控制两个方面, 早期研究如文献 [2-4] 将基于协调变量和协调函数的协同控制方法成功应用于多无人机集结任务中, 方法降低了问题复杂性和编队整体通信代价, 能够得到全局最优解, 但本质上是集中式控制方法, 动态环境下系统鲁棒性差。

收稿日期: 2013-09-03

修回日期: 2013-10-16

基金项目: 国家自然科学基金 (61273048)

作者简介: 贾方超 (1989-), 男, 山东枣庄人, 硕士, 研究方向为指挥信息系统等。

基于一致性理论的多无人机分布式协同控制方法已成功应用于集结问题、编队形成与控制、群集运动和信息融合等领域,方法不一定能获得全局最优的控制效果,但它可以克服单点故障,支持通信拓扑和系统规模动态变化,具有很强的鲁棒性、灵活性和可靠性。文献[5]提出一种解决分布式协同控制问题的通用框架,给出了一致性控制算法下的分布式解决方案;文献[6-7]基于平均一致性控制算法,实现了多 UAV 集结任务的分布式协同控制,对动态任务环境具有良好的适应性,但是平均一致性控制算法的协调结果是相互妥协的,不能获得优化的飞行控制序列;文献[8]改进了平均一致性控制算法,提出了满足个体代价最小的基本优化一致性算法,该算法对无人机个体控制能量进行了优化,但是牺牲了系统的动态响应能力和任务时效性,且其控制能量仍需进一步优化。

针对多无人机系统集结问题,本文在分布式结构下利用基于协调变量和协调函数的分解策略进行求解。以无人机预计到达时间作为协调变量,以无人机代价函数作为协调函数,在航路规划的基础上通过轨迹控制实现任务协同。为减少集结任务的能量消耗,改进了平均一致性控制算法,在动态规划框架下采用 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程给出基本优化一致性控制算法^[8]。在控制算法中引入过去状态差值^[9],增大协调变量的变化梯度,加快协调速度,提高控制算法的动态响应性和能量最优性,同时以协调过程的收敛速度、控制能量和任务完成时间构建适应度函数,采用遗传算法优化代价函数的加权矩阵,进一步提高控制算法的动态响应性和能量最优性,缩短了任务执行时间。新算法提高了任务协调和执行过程中的动态响应性、能量最优性和任务时效性,本文在同时到达的集结任务背景下进行了仿真验证,该方法对于紧密顺序到达和松散顺序到达的一般集结任务依然适用。

1 多无人机同时到达问题

1.1 问题描述

为达成攻击的突然性以获得最大的成功概率,在某次协同打击任务中, n 架无人机要从不同位置起飞沿不同航迹飞行,并在同一时刻到达 k 个目标位置执行攻击任务,其中, $1 \leq k \leq n$ 。假定无人机可以预先或实时获得敌方威胁、禁飞区和自身飞行状态的相关信息,能独立地在线或离线规划航迹并实时给出路径长度的估计值,且可以通过自动驾驶仪沿规划航迹飞行。

多无人机系统集结任务战场环境如图 1 所示,受无人机平台间数据链通信能力和敌方防空力量部署限制,并考虑打击行动的隐蔽性,根据图论知识可得,

对应的通信网络拓扑如图 2 所示。

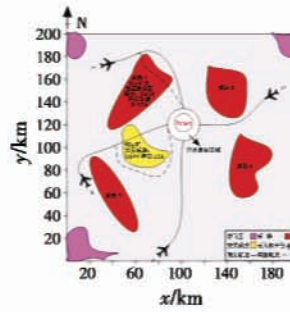


图 1 多 UAV 系统集结任务战场

Fig.1 Multiple UAVs gather together to battlefield

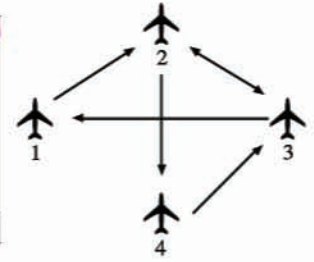


图 2 多 UAV 系统通信网络拓扑

Fig.2 Communication network topology of multi-UAV system

集结问题的研究目标是寻找一种控制方法实现同时到达的目标,并优化相关性能指标。由于无人机的飞行路径和速度都可以自主调整,因此可以通过调整路径规划和飞行速度保证同时到达。对于单个无人机来说,一方面要求更远的飞行路径以避免威胁和更高的飞行速度以缩短在威胁区的停留时间,另一方面要求更低的飞行速度和更短的飞行路径以节约燃油。两者之间是紧密耦合的,集结问题转化为时间协调问题^[8],即在初始航迹规划时确定一个最优的飞行路径和飞行速度。对于整个无人机系统而言,当任务执行过程中某个平台遇到突发威胁时被迫重新规划航迹,系统需要协商并确定一个新的预计到达时间(Estimated Time of Arrival, ETA),继而通过调整飞行航迹或者飞行速度匹配新的预计到达时间。新的 ETA 的值越大,同时到达目标的可能性越大,但是新的 ETA 对于各无人机来讲不一定是最优的;而且协调过程中无人机系统的协调时间越长意味着系统稳定性和动态响应性越差,控制输入越大系统代价消耗就越大。本文探索一种控制方法来找到合适的 ETA 值,同时优化协调过程的动态响应性、能量最优性和任务时效性。

1.2 基本思路

鉴于路径规划比飞行速度控制计算量大,协调复杂,为降低集结问题求解难度、提高系统的动态响应能力,本文侧重平台的轨迹控制,主要通过速度调整来控制到达时间,仅在必要时重新进行航迹规划,调整剩余路径长度,弱化了 UAV 对路径规划算法的要求。

参考文献[3-5,8]的策略,采用协调函数和协调变量的分解策略以降低通信代价和问题复杂性。其中协调函数为多 UAV 系统实现协同的性能指标函数即代价函数,协调变量为协同需要的最小信息量,具体思路如下:设第 i 架无人机的速度 $v_i(t)$ 为平台状态变量,第 i 架无人机的速度调节指令 $v_i^c(t)$ 为状态变量 $v_i(t)$

下可行的决策集合。以无人机系统的预计到达时间 θ 为协调变量,可建立状态变量、协调变量和决策变量三者之间的关系。协调变量和状态变量已知时,决策变量可唯一确定,当多 UAV 系统个体间的协调变量相同时即 $\theta_{1,ETA}(t) = \theta_{2,ETA}(t) = \dots = \theta_{n,ETA}(t)$,每架无人机选择决策变量实现任务协同。对于可行的协调变量集合,通过状态变量和决策变量可建立协调函数,用于在协调变量的可行集合内确定最优的协调变量值。

2 分布式控制结构

2.1 无人机运动学模型

本文重点研究多 UAV 系统的分布式协同控制方法及其优化,弱化底层飞行控制,对 UAV 平台做了相应简化。将无人机视为在二维平面内运动的质点,即 UAV 飞行高度不变,其简化运动模型为^[6]

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \cos \varphi_i(t) \\ \dot{y}_i(t) = v_i(t) \sin \varphi_i(t) \\ \dot{\varphi}_i(t) = \omega_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = a_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, 为无人机编号; $[x_i(t) \ y_i(t)]^T \in \mathbf{R}^2$, 为无人机的位置向量; $v_i(t)$ 、 $\varphi_i(t)$ 、 $\omega_i(t)$ 分别为飞行速度、飞行航向角和航向角速度变化率,其中航向角东向为零,逆时针方向为正。

考虑 UAV 的物理特性,其飞行性能约束及相关参数为

$$\begin{cases} 0 < v_{i,\min} \leq v_i(t) \leq v_{i,\max} \\ |\omega_i(t)| \leq \omega_{i,\max} \\ a_{i,\min} \leq \dot{v}_i(t) = a_i(t) \leq a_{i,\max} \end{cases} \quad (2)$$

假定无人机平台具有自动驾驶仪,可以跟踪给定的速度指令和航向指令,其数学描述为

$$\begin{cases} \dot{v}_i(t) = \alpha_{i,v}(v_i^c(t) - v_i(t)) \\ \dot{\varphi}_i(t) = \alpha_{i,\varphi}(\varphi_i^c(t) - \varphi_i(t)) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $v_i^c(t)$ 和 $\varphi_i^c(t)$ 分别为自动驾驶仪的速度指令和航向指令; $\alpha_{i,v}$ 和 $\alpha_{i,\varphi}$ 分别为自动驾驶仪的速度通道系数和航向通道系数。

2.2 一致性算法

一致性控制算法实现多 UAV 系统协调变量演化一致,是完成同时到达任务的基础。

令 $\theta_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示无人机平台 i 的预计到达时间,一阶微分方程描述无人机平台的状态方程为

$$\dot{\theta}_{i,ETA}(t) = u_i(t) \quad (4)$$

式中, $u_i(t) \in \mathbf{R}$, 表示无人机平台 i 在 t 时刻的控制输入。对于任意给定的初始状态值 $\theta_i(0)$, 当且仅当

$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\theta_{i,ETA}(t) - \theta_{j,ETA}(t)\| = 0, \forall i \neq j$, 称无人机状态达到一致。为了保证所有无人机状态趋于一致,给出一种一致性控制基本算法为

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\theta_{i,ETA}(t) - \theta_{j,ETA}(t)] \quad (5)$$

式中: 邻接集合 N_i 表示可以向无人机 i 传递信息的平台集合; $a_{ij} = 1$ 和 $a_{ij} = 0$ 分别表示通信连接的有无,由图 2 决定。一致性控制基本算法以无人机平台当前时刻状态为控制算法设计的基础,在平衡通信拓扑图下多 UAV 系统的状态值将收敛到初始状态的平均值,式(5)称为平均一致性控制算法^[10]。

2.3 求解结构

按照本文基本思路,假定路径规划已经完成,各无人机只需沿规划航迹飞向目标位置,通过协调飞行速度实现同时到达。采用图 3 所示控制结构进行分布式求解,以第 i 个无人机为例说明各模块功能。

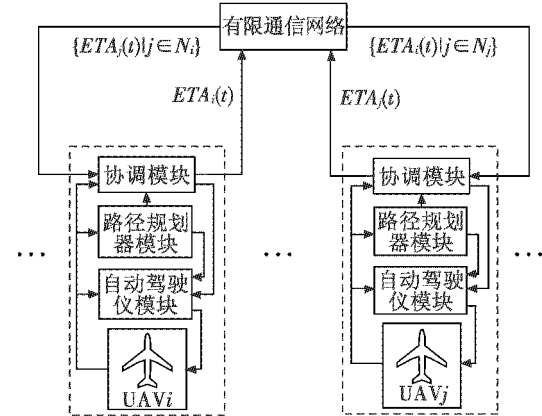


图 3 多 UAV 系统分布式协同控制结构

Fig. 3 Distributed cooperative control structure of multi-UAV system

1) 路径规划模块:根据当前无人机平台飞行状态和战场环境规划飞行轨迹,并将航程信息传递给协调模块,将飞行航向信息传递给自动驾驶仪模块。

2) 协调模块:从无人机平台和路径规划器模块获得当前速度信息和航程信息,计算出当前预计到达时间,记为 $\theta_{i,ETA}(t)$,即第 i 架无人机的协调变量,同时通过局部通信网络获得邻接无人机平台的协调变量 $\{\theta_{j,ETA}(t) | j \in N_i\}$,并采用一致性控制算法实现协调变量演化一致,同时产生速度指令调整飞行速度,并更新自身协调变量 $\theta_{i,ETA}(t)$ 。

显然,利用多 UAV 系统的协调变量信息,应用一致性控制算法产生速度调节指令是分布式求解结构的核心^[8]。不失一般性,可记集结任务启动时刻为 0 时刻,由路径规划器模块实时给出 t 时刻第 i 架无人机距离目标位置的剩余航程长度,记为 $d_{i,ETA}(t)$,由无人机模块实时反馈 t 时刻第 i 架无人机的飞行速度,记为

$v_i(t)$ 。则

$$\dot{d}_{i,ETA}(t) = -v_i(t) \quad (6)$$

t 时刻第 i 架无人机的预计到达时间为

$$\theta_{i,ETA}(t) = d_{i,ETA}(t)/v_i(t) \quad (7)$$

则 t 时刻第 i 架无人机的预计到达时刻为

$$T_{i,ETA}(t) = t + d_{i,ETA}(t)/v_i(t) \quad (8)$$

对上式做微分运算,将式(3)、(6)、(7)代入得

$$\begin{aligned} \dot{T}_{i,ETA}(t) = 1 + \frac{v_i(t) \dot{d}_{i,ETA}(t) - d_{i,ETA}(t) \dot{v}_i(t)}{v_i^2(t)} = \\ - \frac{\theta_{i,ETA}(t) \alpha_{i,v} (v_i^c(t) - v_i(t))}{v_i(t)} \end{aligned} \quad (9)$$

进一步得速度参考指令

$$v_i^c(t) = v_i(t) - \frac{v_i(t) \dot{T}_{i,ETA}(t)}{\alpha_{i,v} \theta_{i,ETA}(t)} \quad (10)$$

令 $\dot{T}_{i,ETA}(t) = f(T_{i,ETA}(t), T_{j,ETA}(t))$, $j \in N_i$, 其中 $f(\cdot)$ 为一致性控制算法,则

$$v_i^c(t) = v_i(t) - \frac{v_i(t) f(T_{i,ETA}(t), T_{j,ETA}(t))}{\alpha_{i,v} \theta_{i,ETA}(t)} \quad (11)$$

当采用式(5)平均一致性控制算法时,

$$\begin{aligned} v_i^c(t) = v_i(t) + \frac{v_i(t) \sum_{j \in N_i} a_{ij} [T_i(t) - T_j(t)]}{\alpha_{i,v} \theta_{i,ETA}(t)} = \\ v_i(t) + \frac{v_i(t) \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\theta_{i,ETA}(t) - \theta_{j,ETA}(t)]}{\alpha_{i,v} \theta_{i,ETA}(t)} \end{aligned} \quad (12)$$

3) 自动驾驶仪模块:根据协调模块给出的速度调节指令和路径规划器模块给出的航向信息,基于式(3)控制无人机平台运动。

4) 无人机平台模型:无人机平台的运动学描述,等高度飞行时,满足式(1)。

5) 有限通信网络:如图 2 所示。

3 分布式协同与优化控制方法

在式(12)中采用平均一致性控制算法可得速度参考指令以完成集结任务的协同控制,但不能获得最优的控制输入。下面将从任务特征出发,根据最优性原理,改进平均一致性算法,给出基本优化一致性控制算法,在此基础上引入过去状态差值并采用遗传算法优化代价函数的加权矩阵提高任务执行和协同控制过程的各项性能。

3.1 基本优化一致性控制算法

3.1.1 代价函数

以第 i 架无人机为例,定义其协调函数即代价函数为

$$J_i = \frac{1}{2} \int_0^T \left\{ \sum_{j \in N_i} [\theta_i(t) - \theta_j(t)]^T Q_{ij} [\theta_i(t) - \theta_j(t)] + \right.$$

$$\left. u_i^T(t) R_i u_i(t) \right\} dt + \theta_i^T(T) S_i \theta_i(T) + O_i^T \theta_i(T) + P_i \quad (13)$$

式中: $\theta_i(t)$ 为 m 维连续可微协调变量; Q_{ij} 、 R_i 和 S_i 为 $m \times m$ 维对称正定矩阵; O_i^T 为 m 维向量; P_i 为标量; $[0, T]$ 是固定的积分时间间隔; $u_i(t)$ 是第 i 架无人机的控制输入。求解 $u_i^*(t)$ 使得 J_i 取得最小值,称为二次型代价函数的最优控制问题。

式(13)中,积分的第一项是对协调变量的要求,协调过程中要求 $\theta_i(t) - \theta_j(t)$ 各分量越小越好,通过加权矩阵 Q_{ij} 调整对不同分量的要求;积分函数的第二项是对控制输入的要求,要求在协调过程中能量消耗最小,同样通过加权矩阵 R_i 调整对不同分量的要求;最后 3 项是对终端时刻协调变量的要求,即边界条件, S_i 和 O_i^T 的作用如前所述。下面将用动态规划理论求解上述最优控制问题。

3.1.2 HJB 方程

根据动态规划原理,假定存在连续可微值函数 $J_i^*(t, \theta_i(t))$, 可得 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程如下^[11]

$$\begin{aligned} - \frac{\partial J_i^*(t, \theta_i(t))}{\partial t} = \min_{u_i(t)} \left[\frac{\partial J_i^*(t, \theta_i(t))}{\partial \theta_i(t)} g_i(t, \theta, u) + \right. \\ \left. \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} [\theta_i(t) - \theta_j(t)]^T Q_{ij} [\theta_i(t) - \theta_j(t)] + \right. \\ \left. \frac{1}{2} u_i^T(t) R_i u_i(t) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

以及边界条件 $J_i^*(T, \theta_i(T)) = \theta_i^T(T) S_i \theta_i(T) + O_i^T \theta_i(T) + P_i$, 其中, $g_i(t, \theta, u)$ 为协调变量演化方程。解得满足 HJB 方程的值函数 $J_i^*(t, \theta_i(t))$ 可获得二次型代价函数的最优控制输入。

3.1.3 控制策略

单积分器型无人机动力学描述为 $\dot{\theta}_i(t) = u_i(t)$, 考虑到其线性可叠加特性,将控制输入 u_i 分解为全局控制策略 u_i^g 和局部控制策略 u_i^l , 其中, u_i^g 实现与紧邻节点集合进行协调变量的交换和协调以保证协调变量演化一致, u_i^l 生成自身最优控制输入,保证协调变量状态演化过程中具有最优性。令 $u_i^g = \sum_{j \in N_i} \Psi_{ij} \theta_j(t)$, 其中, Ψ_{ij} 为合适维待定矩阵,那么协调变量状态演化方程 $g_i(t, \theta, u)$ 为

$$\dot{\theta}_i(t) = u_i(t) = u_i^g + u_i^l = \sum_{j \in N_i} \Psi_{ij} \theta_j(t) + u_i^l \quad (15)$$

设定值函数为

$$\begin{aligned} J_i^*(t, \theta_i(t)) = \frac{1}{2} \theta_i^T(t) P_i(t) \theta_i(t) + \pi_i^T(t) \theta_i(t) + \\ \bar{\omega}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (16)$$

式中: $\theta_i(t)$ 为 m 维连续可微协调变量; $P_i(t)$ 为 $m \times m$ 维对称连续可微时变矩阵; $\pi_i^T(t)$ 为连续可微 m 维向

量; $\bar{\omega}_i(t)$ 为连续可微函数。若可以确定 $P_i(t)$ 、 $\pi_i^T(t)$ 和 $\bar{\omega}_i(t)$, 使得式(16)满足 HJB 方程式(14), 可得最优控制输入为

$$u_i^{l*}(t) = -R_i^{-1}P_i(t)\theta_i(t) - R_i^{-1}\pi_i(t) \quad (17)$$

将值函数式(16)代入 HJB 方程式(14)得

$$-\frac{1}{2}\theta_i^T(t)\dot{P}_i(t)\theta_i(t) - \theta_i^T(t)\dot{\pi}_i(t) - \dot{\bar{\omega}}_i(t) = \min_{u_i(t)} \left[(P_i(t)\theta_i(t) + \pi_i(t))^T u_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{j \in N_i} [\theta_i(t) - \theta_j(t)]^T Q_{ij} [\theta_i(t) - \theta_j(t)] + \frac{1}{2} u_i^T(t) R_i u_i(t) \right] \quad (18)$$

将式(17)代入上式, 比较 $\theta_i^T(t)$ 和 $\theta_i^T(t)\theta_i(t)$ 的系数得

$$\dot{P}_i(t) - P_i^T(t)R_i^{-1}P_i(t) + \sum_{j \in N_i} Q_{ij} = 0, \quad P_i(T) = S_i \quad (19)$$

$$\begin{cases} 2\dot{\pi}_i(t) - P_i(t)R_i^{-1}\pi_i(t) - \sum_{j \in N_i} Q_{ij}^T \theta_j(t) + P_i(t)u_i^g = 0, \\ \pi_i(T) = O_{ij}^T \end{cases} \quad (20)$$

考虑 $\pi_i(t)$ 的存在性, 可令 $-\sum_{j \in N_i} Q_{ij}^T \theta_j(t) + P_i(t)u_i^g = 0$, 从而可得

$$u_i^g = \sum_{j \in N_i} \Psi_{ij} \theta_j(t) = P_i^{-1}(t) \sum_{j \in N_i} Q_{ij}^T \theta_j(t) \quad (21)$$

综上可得 $\pi_i(t) = 0$ 时控制输入为

$$\dot{\theta}_i(t) = u_i(t) = u_i^g + u_i^l = P_i^{-1}(t) \sum_{j \in N_i} Q_{ij}^T \theta_j(t) - R_i^{-1}P_i(t)\theta_i(t) \quad (22)$$

式中, $P_i(t)$ 是 Riccati 方程式(19)的解。

当 $T \rightarrow \infty$ 时不考虑代价函数对协调变量终端状态的约束, 此时令 $\dot{P}_i(t) = 0$, Riccati 方程简化为

$$-P_i^T R_i^{-1} P_i + \sum_{j \in N_i} Q_{ij} = 0 \quad (23)$$

本文中协调变量 $\theta_i(t)$ 即预计到达时间 $\theta_{i,ETA}(t)$, 取 $m = 1$, 相关矩阵和向量退化为标量。

3.2 改进优化一致性控制算法

3.1 节给出了基本优化一致性控制算法, 下文将讨论引入过去状态差值和优化加权矩阵对任务执行和协调过程各项性能的改善。

3.2.1 基于过去状态差值的改进算法

为了加快无人机系统演化到一致状态的速度, 提高无人机系统协同过程的动态响应性和稳定性, 在基本优化一致性控制算法中引入系统状态差值, 获得效率更高的控制算法为

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{i,ETA}(t) &= u_i(t) = P_i^{-1} \sum_{j \in N_i} Q_{ij}^T \theta_{j,ETA}(t) - \\ &R_i^{-1} P_i \theta_{i,ETA}(t) + \theta_{i,ETA}(t) - \theta_{i,ETA}(t - \tau) \end{aligned} \quad (24)$$

式中, τ 为状态差值时刻。这里 $\theta_{i,ETA}(t) = \theta_{i,ETA}(0)$, 当 $t \in [-\tau, 0)$, 根据算法(24)可得, 无人机系统动态方程的矩阵形式为

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{ETA}(t) &= [P^{-1} \cdot (A * Q) - R^{-1} \cdot P] \cdot \\ &\theta_{ETA}(t) + \theta_{ETA}(t) - \theta_{ETA}(t - \tau) \end{aligned} \quad (25)$$

式中: 矩阵 $A = [a_{ij}]$, 描述无人机平台间的通信连接关系; $P = \text{diag}(P_1, P_2, \dots, P_n)$; $Q = [Q_{ij}]_{n \times n}$; $R = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_n)$ 。

定理 1 $n(n > 2)$ 个无人机平台构成的系统, 有向通信拓扑图含有向生成树, 对于控制算法(24), 如果

$$\frac{\sin(w\tau) + \text{Im}(\lambda_i)}{w} < 1 \quad (26)$$

那么多无人机系统的状态一致性能够实现, 这里 w 满足下面的方程

$$1 - \cos(w\tau) - \text{Re}(\lambda_i) = 0, \quad \lambda_i \neq 0 \quad (27)$$

式中, $\lambda_i, i = 1, \dots, n$, 是矩阵 $P^{-1} \cdot (A * Q) - R^{-1} \cdot P$ 的特征值。

定理 1 证明见文献[12], 将 $-L$ 替换为 $P^{-1} \cdot (A * Q) - R^{-1} \cdot P$ 即可。

可以看出, 控制算法(24)通过引入状态演化的历史记录改变无人机平台状态变化的梯度, 增大了控制量, 加快了收敛速度, 下面将给出加快收敛速度的有效时间范围。

定理 2 $n(n > 2)$ 个无人机平台构成的系统, 有向通信拓扑图含有向生成树。对于新控制算法(24), 当 $\tau \in (0, \sigma)$ 时, 系统取得更快的收敛速度。其中, σ 满足

$$\sigma = \min_{i \in N, \lambda_i \neq 0} \left\{ \sigma \left| \sigma = \frac{\arccos e^{-\text{Re}(\lambda_i)\sigma}}{\pm \sqrt{e^{2\text{Re}(\lambda_i)\sigma} - 1 - \text{Im}(\lambda_i)}} \right. \right\} \quad (28)$$

证明 由收敛定理 1 可知, 系统(25)的闭环极点满足

$$s - 1 + e^{-s\tau} + \lambda_i = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (29)$$

对于式(29), 除一个根 $s = 0$ 外所有的根 s 都是关于 τ 连续的, 令 $s = x_i + jy_i, i = 2, 3, \dots, n$, 代入式(29)得

$$\begin{cases} x_i - 1 + \text{Re}(\lambda_i) + e^{-x_i\tau} \cos y_i\tau = 0 \\ y_i + \text{Im}(\lambda_i) - e^{-x_i\tau} \sin y_i\tau = 0 \end{cases} \quad (30)$$

当 $\tau = 0$ 时, $s = -\lambda_i$, 即 $x_i = -\text{Re}(\lambda_i), y_i = -\text{Im}(\lambda_i)$ 。

由式(30)可得, $\frac{dx_i}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = -\text{Re}(\lambda_i) = x_i$, 由 Nyquist 收敛定理知 $x_i < 0$, 即 $\frac{dx_i}{d\tau} \Big|_{\tau=0} < 0$ 。由 $\frac{dx_i}{d\tau}$ 的连续依赖

性可知, 存在一个 $\delta > 0$, 满足 $0 < \tau \leq \delta$ 时, $\frac{dx_i}{d\tau} \leq 0$ 。由于 x_i 是关于 τ 连续的, 有 $0 < \tau < \sigma$ 时, $x_i < -\text{Re}(\lambda_i)$, 其中, σ 是满足 $x_i(\tau) \Big|_{\tau=\sigma} = -\text{Re}(\lambda_i)$ 的最小值。由式

$$(30) \text{ 得, } \sigma = \min_{i \in \mathbb{N}, \lambda_i \neq 0} \left\{ \sigma \mid \sigma = \frac{\arccos e^{-\operatorname{Re}(\lambda_i)\sigma}}{\pm \sqrt{e^{2\operatorname{Re}(\lambda_i)\sigma} - 1 - \operatorname{Im}(\lambda_i)}} \right\}.$$

从上面分析可知,改进算法闭环极点在基本优化控制算法闭环极点的左边(除了1个相同的0极点),由文献[13]可知,新算法可以提高系统收敛速度,改善了系统动态响应性,一般选取 $\tau = \frac{\sigma}{2}$ 作为过去状态时刻。

3.2.2 优化代价函数加权矩阵的改进算法

线性二次型优化控制的性能与代价函数中加权矩阵 Q_{ij} 和 R_i 的选择密切相关,加权矩阵 Q_{ij} 、 R_i 的选择和控制性能间尚未形成明确的对应关系,为了获得理想的控制性能往往需要反复调整加权矩阵。为了获得更好的动态响应性和能量最优性并提高任务执行的时效性,下面将基于遗传算法优化加权矩阵 Q_{ij} 和 R_i 。首先将加权矩阵 Q_{ij} 和 R_i 编码为: $A = \{Q_{12}, \dots, Q_{1n}, \dots, Q_{i1}, \dots, Q_{ij}, \dots, Q_{in}, Q_{n1}, \dots, Q_{nn-1}, R_1, \dots, R_i, \dots, R_n\}, i \neq j$ 。

定义遗传算法的适应度函数为

$$g_{\text{fit}} = \beta_1 \frac{t_{\text{new}}}{t_e} + \beta_2 \frac{T_{\text{new}}}{T_e} + \beta_3 \frac{J_{\text{new}}}{J_e} \quad (31)$$

式中: $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$; t_{new} 和 J_{new} 分别为引入过去状态差值并优化加权矩阵后协调变量演化一致的收敛时间和控制能量, $J_{\text{new}} = \sum_{i=1}^n J_{i,\text{new}} = \sum_{i=1}^n \int_0^T |\mathbf{u}_i(t)|^2 dt$; T_{new} 为新算法下任务完成时间; t_e 和 J_e 分别为采用基本优化一致性控制算法时的收敛时间和控制能量, J_e 求解同 J_{new} , T_e 为其任务完成时间。适应度函数的第一项是对协同控制过程动态响应性的要求,第二项是对任务执行过程时效性的要求,第三项是对控制能量的考虑,通过 β 值进行加权。经过遗传算法优化后可得到使得适应度函数最小的 Q'_{ij} 和 R'_i , 将其代入式(23)、(24)得改进优化一致性控制算法为

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{i,\text{ETA}}(t) &= \mathbf{u}_i(t) = \mathbf{P}'_i{}^{-1}(t) \sum_{j \in \mathbb{N}_i} \mathbf{Q}'_{ij}{}^T \theta_{j,\text{ETA}}(t) - \\ &\mathbf{R}'_i{}^{-1} \mathbf{P}'_i(t) \theta_{i,\text{ETA}}(t) + \theta_{i,\text{ETA}}(t) - \theta_{i,\text{ETA}}(t - \tau) \end{aligned} \quad (32)$$

式中, $\mathbf{P}'_i(t)$ 是 Riccati 方程 $-\mathbf{P}'_i{}^T(t) \mathbf{R}'_i{}^{-1} \mathbf{P}'_i(t) + \sum_{j \in \mathbb{N}_i} \mathbf{Q}'_{ij} = 0$ 的解。

3.3 算法流程

下面将在多 UAV 系统分布式协同控制结构下,给出基于改进优化一致性控制算法完成集结任务的流程。

Step1 路径规划器模块对每架 UAV 进行航迹规划,给出航路点序列^[14] $W_{i,\text{ETA}} = \{W_{i,\text{ETA}}^0, W_{i,\text{ETA}}^1, \dots, W_{i,\text{ETA}}^f\}$ 。

Step2 按照飞行坐标系下距离公式计算每架无人机的航路长度,进而根据无人机的性能约束给出 ETA 的范围。定义集合 $\Phi_{i,\text{ETA}} = \left\{ \frac{d_{i,\text{ETA}}(0)}{v_{\text{imax}}}, \frac{d_{i,\text{ETA}}(0)}{v_{\text{imin}}} \right\}$, 若 $\Phi_{1,\text{ETA}} \cap \Phi_{2,\text{ETA}} \cap \dots \cap \Phi_{n,\text{ETA}} \neq \emptyset$ 执行 Step3, 否则跳转

至 Step1。

Step3 协调模块利用机间通信数据链交换预计到达时间 $\theta_{i,\text{ETA}}(t)$ 。

Step4 将式(32)代入式(11)中,得速度参考指令

$$v_i^c(t) = v_i(t) - \frac{v_i(t) [\mathbf{P}'_i{}^{-1}(t) \sum_{j \in \mathbb{N}_i} \mathbf{Q}'_{ij}{}^T \theta_{j,\text{ETA}}(t) - \mathbf{R}'_i{}^{-1} \mathbf{P}'_i(t) \theta_{i,\text{ETA}}(t) + \theta_{i,\text{ETA}}(t) - \theta_{i,\text{ETA}}(t - \tau)]}{\alpha_{i,\sigma} \theta_{i,\text{ETA}}(t)}.$$

Step5 路径规划器模块利用航路点信息计算得到航向参考指令 $\varphi_i^c(t)$ 。

Step6 将航向参考指令 $\varphi_i^c(t)$ 和速度参考指令 $v_i^c(t)$ 发给自动驾驶仪系统控制无人机平台沿规划航迹飞行。若 UAV 同时到达目标点,算法结束,否则在下一航路点跳转至 Step3。

4 仿真结果与分析

战场环境如图1所示,200 km × 200 km 的战场区域中,4架无人机分别从(39 km, 174 km)、(180 km, 146 km)、(86 km, 12 km)、(17 km, 72 km)位置出发沿预先规划的轨迹飞向目标位置,目标的中心位置是(102 km, 122 km),4架无人机的终点位置分别为(102 km, 129 km)、(109 km, 122 km)、(102 km, 115 km)、(95 km, 122 km),航程分别为115.68 km、91.58 km、121.60 km、104.8 km,初始速度分别为220 m/s、225 m/s、192 m/s、246 m/s,预计到达时间分别为525 s、407 s、633 s、426 s。假定所有无人机型号相同,其飞行性能约束参数为 $\alpha_v = 0.2 \text{ s}^{-1}$, $v_{\text{min}} = 100 \text{ m/s}$, $v_{\text{max}} = 300 \text{ m/s}$, $a_{\text{min}} = -100 \text{ m/s}^2$, $a_{\text{max}} = 100 \text{ m/s}^2$ 。

取 $\beta_1 = 0.25$, $\beta_2 = 0.25$, $\beta_3 = 0.5$, 对文献[8]方法优化

$$\text{加权矩阵得 } \mathbf{Q}' = [\mathbf{Q}'_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 2.0040 & 1.0388 & 1.0916 \\ 0.3461 & 0 & 0.5541 & 0.6095 \\ 1.0016 & 0.3049 & 0 & 1.4436 \\ 0.4174 & 2.3792 & 0.9282 & 0 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{R}' = \text{diag}(\mathbf{R}'_i) = \text{diag}(0.5892, 1.7683, 1.5861, 0.2097)$ 。

取 $\tau = 0.3$, 对式(24)优化加权矩阵得 $\mathbf{Q}' = [\mathbf{Q}'_{ij}] =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1.5215 & 0.7780 & 0.0207 \\ 0.2013 & 0 & 0.2787 & 0.8508 \\ 2.0358 & 0.7505 & 0 & 0.6048 \\ 0.9860 & 1.1102 & 0.2295 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R}' = \text{diag}(\mathbf{R}'_i) =$$

$\text{diag}(0.1533, 1.9391, 2.2133, 0.1863)$ 。

分别对文献[6]算法、基本优化一致性控制算法、优化加权矩阵的基本优化一致性控制算法、基于过去状态差值的文献[6]算法、基于过去状态差值的基本优化一致性控制算法和改进优化一致性控制算法进行仿真,几种方法的收敛时间、收敛一致的预计到达时间、任务完成总时间和控制能量如表1所示,其中文献

[6]算法、基本优化一致性控制算法和改进优化一致性控制算法的动态变化过程如图4所示。

表1 不同方法性能比较

Table 1 Performance comparison of different methods

方法	收敛时间/s	一致 ETA/s	任务完成时间/s	控制能量/J
文献[6]算法	3.97	497.75	501.72	11.19×10^4
文献[8]基本优化一致性控制算法	4.13	501.56	505.69	8.21×10^4
优化加权矩阵的基本优化一致性控制算法	3.91	494.98	498.89	4.58×10^4
基于过去状态差值的文献[6]算法	2.52	497.75	500.27	8.68×10^4
基于过去状态差值基本优化控制算法	3.21	501.56	504.77	6.72×10^4
改进优化一致性控制算法	2.51	493.10	495.61	4.49×10^4

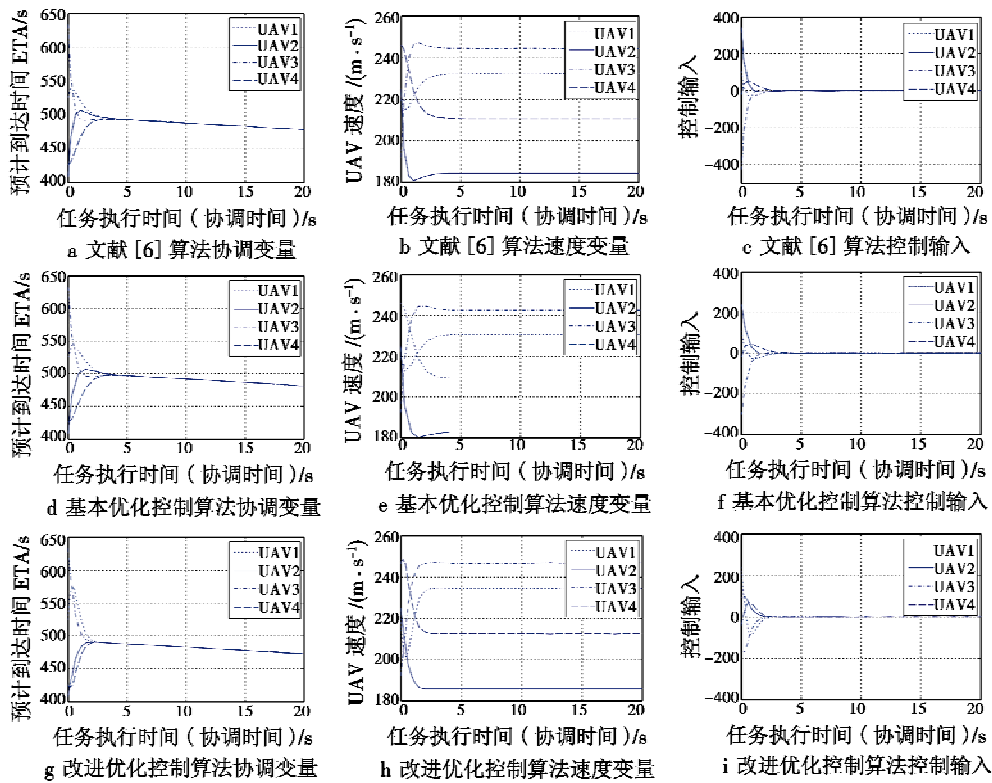


图4 不同方法演化过程

Fig. 4 Evolution process of different methods

由表1和图4可知,文献[8]方法较基于平均一致性算法的文献[6]方法在控制能量上得到了极大改善,但是协调过程收敛较慢,任务完成耗时更长,系统的动态响应性和任务时效性差;优化加权矩阵的文献[8]方法不仅提高了协调过程的收敛速度,缩短了任务完成时间,而且控制能量大幅减小;基于过去状态差值的文献[6]方法收敛快,具有优良的动态响应性,但是控制能量仍然较大;基于过去状态差值的文献[8]方法较基于过去状态差值的文献[6]方法改善了控制能量,但动态响应性和任务执行时效性仍然较差;改进优化一致性控制算法协调过程收敛最快,任务完成耗时最短,所需控制能量最小,任务执行和协调过程各项性能指标均得到了极大改善,尤其是收敛时间和控制能量较文献[8]方法分别提高39.23%和41.66%。分析引入过去状态差值前后各方法的控制能量可知,过去状态差值加快

收敛过程的同时,一定程度上减少了控制能量。分析优化加权矩阵前后各方法性能指标可知,优化后的方法在动态响应性、能量最优性和任务时效性方面均有不同程度改善,其中,控制能量改善程度最大,与 β 加权值有关。此外,由UAV速度的动态图可以看出,改进优化一致性控制算法的速度稳态值具有更大的调节余量。

为验证控制算法在应对战场环境变化和突发威胁情况下的适用性,假设任务执行过程中威胁1在30s时消失,UAV1及时规划新的航迹,新的预计到达时间减少至409s;UAV4在任务执行的第70s遇到突发威胁,需要重新规划航迹,预计到达时间增加至516s。分别采用文献[6]方法、文献[8]方法、改进优化一致性控制方法对动态过程进行仿真,3种方法协调变量的收敛过程和速度调节过程如图5所示。

由图5可知,新算法对于动态战场环境和突发威胁

同样适用,3 种方法的任务完成时间分别为 506.07 s、511.16 s、494.32 s,协调过程的控制能量分别为 21.35×10^4 J、 15.46×10^4 J、 9.13×10^4 J,新算法依然具有良好的动态响应性、能量最优性和任务时效性。

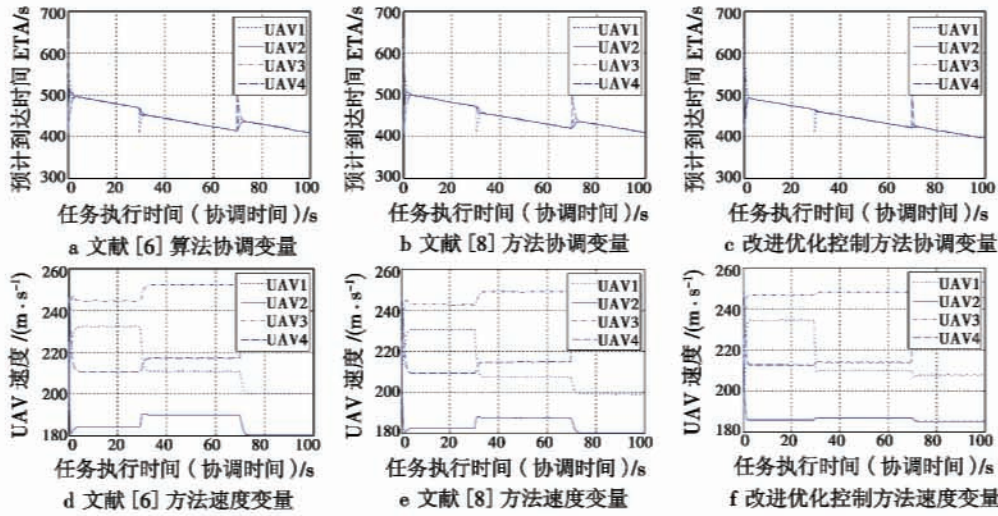


图 5 动态战场环境和突发威胁下协调变量和速度变量演化过程

Fig.5 Evolution process of coordinate variables and speed under the dynamic battlefield and emergent threats

图 6 给出了集结任务仿真的动态过程,可以看出在动态战场环境和突发威胁背景下,新算法可以实现 4 架无人机从不同地理位置出发同时到达目标位置,从而验证了新算法的适用性和有效性。

集结任务,提高了协调过程的动态响应性和能量最优性,改善了任务执行过程的时效性和稳定性,仿真结果与分析验证了文章方法的适用性和有效性。新算法中每个无人机个体都是“自私的”,仅以最小化自身代价为目标,没有考虑系统整体代价,合作框架下优化一致性控制算法是下一步研究的方向。

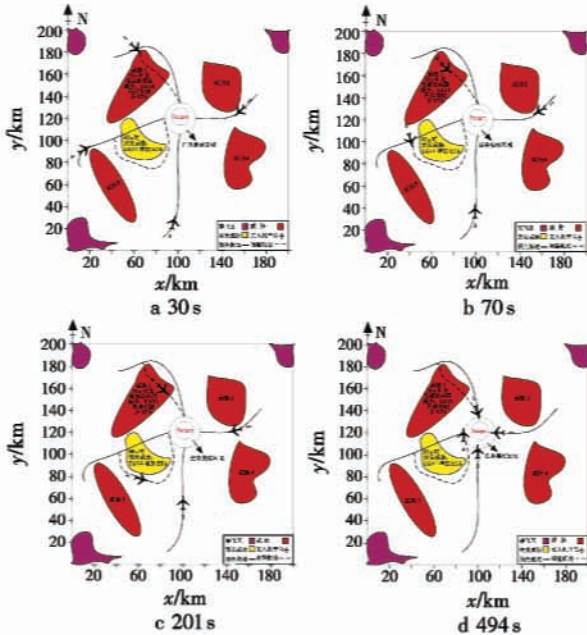


图 6 集结任务动态仿真过程

Fig.6 Dynamic simulation process of gathering together mission

5 结论

本文提出一种改进优化一致性控制算法,在基本优化一致性控制算法基础上引入过去状态差值,采用遗传算法优化代价函数中的加权矩阵。新算法在多 UAV 系统分布式协同控制结构下完成了同时到达的

参考文献

- [1] Unmanned Aerial Vehicle (UAV) roadmap 2005-2030 [R]. Office of the Secretary of Defense, 2005.
- [2] BEARD R W, MCLAIN T W, GOODRICH M A, et al. Coordinated target assignment and intercept for unmanned air vehicles[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 18(6):911-922.
- [3] MCLAIN T W, BEARD R W. Coordination variables, coordination functions and cooperative-timing missions [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1): 150-161.
- [4] NELSON D R, MCLAIN T W, BEARD R W. Experiments in cooperative timing for miniature air vehicles[J]. Journal of Aerospace Computing, Information and Communication, 2007, 4(8):956-967.
- [5] BEARD R W, MCLAIN T W, NELSON D R, et al. Decentralized cooperative aerial surveillance using fixed wing miniature UAVs[J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(7):1306-1324.
- [6] 袁利平,陈宗基,周锐,等.多无人机同时到达的分散化控制方法[J].航空学报,2010,31(4):797-805. YUAN L P, CHEN Z J, ZHOU R, et al. Decentralized con-

- trol for simultaneous arrival of multiple UAVs [J]. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2010, 31(4): 797-805.
- [7] ZHAO S Y, ZHOU R. Cooperative guidance for multi-missile salvo attack [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(6): 533-539.
- [8] 张庆杰. 基于一致性理论的多 UAV 分布式协同控制与状态估计方法 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
ZHANG Q J. Distributed cooperative control and state estimation for networked multiple UAVs based on consensus theory [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.
- [9] LI J, XU S, CHU Y, et al. Distributed average consensus control in networks of agents using outdated states [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4(5): 746-758.
- [10] SABER R O, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [11] 杨军, 朱学平, 朱苏朋, 等. 飞行器最优控制 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2011.
YANG J, ZHU X P, ZHU S P, et al. Optimal control of aircraft [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2011.
- [12] 冯新磊. 符号矩阵和多智能体系统一致性研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2011.
FENG X L. Study of sign pattern matrix and consensus of multi-agent systems [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology, 2011.
- [13] CAO Y, REN W, CHEN Y Q. Multi-agent consensus using both current and outdated states [C] // IFAC World Congress, Seoul, Korea, 2008: 2874-2879.
- [14] 陈岩, 苏菲, 沈林成. 概率地图 UAV 航线规划的改进型蚁群算法 [J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(6): 1658-1666.
CHEN Y, SU F, SHEN L C. Improved ant colony algorithm based on PRM for UAV route planning [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(6): 1658-1666.

(上接第 14 页)

- [6] TOL J V, GUNZINGER M, KREPINEVICH A F, et al. Airsea battle: A point-of-departure operational concept [R]. The Center for Strategic and Budgetary Assessments, 2010.
- [7] 黄柯棣, 刘宝宏, 黄健, 等. 作战仿真技术综述 [J]. *系统仿真学报*, 2004, 16(9): 1887-1895.
HUANG K L, LIU B H, HUANG J, et al. A survey of military simulation technologies [J]. *Journal of System Simulation*, 2004, 16(9): 1887-1895.
- [8] 军事科学院. 中国人民解放军军语 [M]. 北京: 军事科学出版社, 2011.
Academy of Military Sciences. PLA military language [M]. Beijing: Military Science Press, 2011.
- [9] 丁笑亮, 陈树新, 毛玉泉. MC 法与 QA 法在通信系统仿真中的应用比较 [J]. *计算机仿真*, 2010, 20(7): 65-68.
DING X L, CHEN S X, MAO Y Q. Application and comparison of MC method and QA method on simulation of communication system [J]. *Computer Simulation*, 2010, 20(7): 65-68.
- [10] 刘宝宏, 黄柯棣. 多分辨率建模的研究现状与发展 [J]. *系统仿真学报*, 2004, 16(6): 1150-1153.
LIU B H, HUANG K L. Multi-resolution modeling: Present status and trends [J]. *Journal of System Simulation*, 2004, 16(6): 1150-1153.
- [11] 陈建华, 李刚强, 傅调平. 基于多分辨率的海军作战仿真建模研究 [J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(22): 7316-7319.
CHEN J H, LI G Q, FU D P. Research of multi-distinguish modeling on warship formation operation simulation [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(22): 7316-7319.

(上接第 19 页)

- IEEE International Symposium on Intelligent Control, 2001: 1-6.
- [7] SUJIT P B, GHOSE D L. Multiple UAV search using agent based negotiation scheme [C] // American Control Conference, 2005: 2995-3000.
- [8] WIERING M, SCHMIDHUBER J R. Fast online $Q(\lambda)$ [J]. *Machine Learning*, 1998, 33(1): 105-115.
- [9] MILLAN J D R, POSENATO D, DEDIEU E. Continuous-action Q-learning [J]. *Machine Learning*, 2002, 49(2/3): 247-265.
- [10] TORRIERI D J. Statistical theory of passive location systems [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1984, AES-20(2): 183-198.
- [11] TSITSIKLIS J N, ROY B V. Feature-based methods for large scale dynamic programming [J]. *Machine Learning*, 1996, 22(1-3): 59-94.
- [12] GAO X, FANG Y W, HU S G, et al. Angle precision study on dual-aircraft cooperatively detecting remote target by passive locating method [C] // IEEE International Conference on Signal Processing, Communication and Computing, 2011: 1174-1178.
- [13] BUSONI L, BABUSKA R, SCHUTTER B D, et al. Reinforcement learning and dynamic programming using function approximators [M]. Florida: Automatic Control and Engineering Series, CRC Press, 2010: 49-51.