

## 非线性的模拟量绝对值纠错编码方法研究

胡星<sup>a</sup>, 马林华<sup>a</sup>, 茹乐<sup>a</sup>, 孙玉雪<sup>b</sup>, 贾镇泽<sup>a</sup>

(空军工程大学, a. 航空航天工程学院, 西安 710038; b. 信息与导航学院, 西安 710077)

**摘要:** 为了更有效、实时地进行无线图像通信, 基于编码理论和非线性理论, 提出一种针对模拟量的三分支“咬尾”绝对值纠错编码方法和最大似然译码算法, 并与三分支“咬尾”Baker码相比较。经过仿真, 在图像传输中, 三分支“咬尾”绝对值纠错编码方法在高斯信道中的纠错性能远远超出后者, 恢复图像的PSNR有2 dB以上的增益, 并且其译码的复杂度也大幅降低, 提升了通信有效性和实时性, 在信道的干扰或噪声大的图像通信中具有应用优势。

**关键词:** 无线图像通信; 模拟量纠错编码; 三分支“咬尾”绝对值编码方法; 三分支“咬尾”Baker码; 图像传输  
**中图分类号:** V271.4; TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2014)07-0090-05

## Tail-Biting Triple-Branch Absolute Error Correction Codes for Nonlinear Analog Sources

HU Xing<sup>a</sup>, MA Lin-hua<sup>a</sup>, RU Le<sup>a</sup>, SUN Yu-xue<sup>b</sup>, JIA Zhen-ze<sup>a</sup>

(Air Force Engineering University, a. Engineering College of Aeronautics and Astronautics, Xi'an 710038, China; b. College of Information and Navigation, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** To improve the effectiveness and real-time performance of the wireless image transmission, tail-biting triple-branch absolute error correction coding, an efficient analog error correction coding method, and the maximum-likelihood decoding algorithm, were proposed based on the encoding theory and nonlinear theory. We applied the new coding method to the transmission of the digital images, and compared it with the tail-biting triple-branch Baker's map coding by simulation. The result shows that: 1) Compared with the later, the proposed method has better correction ability in the Gaussian channel; 2) The PSNR of the restored image can get the gain of more than 2 dB; and 3) The decoding complexity of the new codes is decreased. In this way, the effectiveness and real-time performance of the wireless transmission can be improved greatly. The tail-biting triple-branch absolute error correction codes can play a better role in the image transmission for the wireless communication through the channel with severe noise or interference.

**Key words:** wireless image transmission; analog error correction codes; tail-biting triple-branch absolute error correction codes; tail-biting triple-branch baker's map code; image transmission

### 0 引言

数字化有利于信号的存储、处理和传输,但在实际中仍存在许多物理量是模拟的,如声音、图像等。

1948年,香农(Shannon)在《通信的数学原理》中提出并证明了有噪信道编码定理(香农第二定理)。由信道编码定理可知:只要信息传输速率小于信道容量,则

信息传输可以以任意小的错误概率进行<sup>[1]</sup>。这一结论为信道编码指出了方向,开创了信道编码的新纪元。

经试验表明:Turbo、LDPC码的性能与香农限只相差零点几分贝<sup>[2]</sup>。由于数字通信在信源压缩、信源加密、信道编码以及数字调制等方面已有成熟技术,因此已在各个领域得到广泛应用。

对于数字图像无线通信来说,关键在于信源压缩和信道编码。在实际中仍存在许多的物理量是模拟的,数字通信需要对信源进行量化,量化是将幅度连续的序列按照一定的准则转变成幅度离散的序列,会产生不可恢复的量化误差<sup>[3]</sup>。另外,模拟信源在量化后传输带宽会扩展,因此要进行信源压缩,如JPEG、MPEG、H.264等。

收稿日期:2013-09-08

修回日期:2014-03-26

基金项目:陕西省“电子信息系统集成”重点实验室重点基金(2011,ZD01);武器装备预研基金(9140A25031112JB32001)

作者简介:胡星(1990—),男,河南南阳人,硕士生,研究方向为模拟量纠错编码、宽带通信。

压缩后的信源包含的冗余信息大大减少,对误码很敏感,会产生误码扩散的问题。例如,近年来视频压缩标准 H. 264 得到了广泛的应用,其熵编码是基于上下文的算术码 CABAC,由于其压缩性能较高,冗余信息留存较少,解码一旦出现错误比特就会很快地误码扩散,导致重建视频质量严重下降<sup>[4]</sup>。在低信噪比的无线数字图像通信中,由于存在量化误差、带宽扩展、误码扩散等问题,使无线图像通信难以进行。

模拟量信道编码就是在传输模拟信息时,只采样,而不进行量化直接传输。在无线遥测、通信控制、军事等领域都有很强的应用需求。当加入模拟量信道编码方法后,模拟通信系统具有抗噪声能力,在某些条件下具有很好的应用优势。

早在 20 世纪 80 年代, Wolf 和 Marshall 首次提出了“模拟量纠错编码”的概念<sup>[5-6]</sup>。随着模拟量编码研究的不断深入,出现了一些有一定纠错能力的码字。例如,数字正余弦变换(DCT/DST)码、数字傅里叶变换(DFT)码(其一些码字演化为模拟量 BCH 码和 RS 码)等线性的码字,以及非线性的镜像 Baker 码(the mirrored Baker's map code)和混沌模拟量拓扑(CAT)码<sup>[7]</sup>。

本文提出高效的三分支“咬尾”绝对值纠错编码方法(简称三分支绝对值码)和最大似然译码方案,编译码的复杂度大大降低。并与 LIU Y 等人提出的三分支“咬尾”Baker 码(简称三分支 Baker 码)进行比较,在图像传输中,图像的 PSNR 有 2 dB 以上的增益,并且译码复杂度也大大降低,提高了图像传输的有效性和实时性。

### 1 三分支 Baker 码的编码方法

三分支 Baker 码是基于 Baker's map 和 Tent map 结合构造的混沌系统,通过该混沌系统映射获得的一种编码方法<sup>[8]</sup>。混沌系统是一种在演变过程中对初始状态具有很强敏感性的非线性系统<sup>[9]</sup>,这种对初始状态的敏感性是模拟编码的关键<sup>[10]</sup>。具体说来,如果把混沌系统的初始状态看作是有待于编码的信源,把混沌系统演变而来的状态看作是编码后的码字,这样,混沌系统就可以有效地放大信源的差异、增大码距,从而达到信道编码的目的<sup>[11]</sup>。

其中, Baker's map 的变换关系如式(1)所示,  $(X, Y)$  为一组序列对,在  $[-1, 1]$  域内取值,根据前一个序列对  $(x[k-1], y[k-1])$ ,通过 Baker's map 变换关系  $F$ ,得到后一序列对  $(x[k], y[k])$ 。

$$(x[k], y[k]) = F(\{x[k-1], y[k-1]\}) = \begin{cases} \left\{ 2x[k-1] + 1, \frac{y[k-1]}{2} - \frac{1}{2} \right\}, & x[k-1] < 0 \\ \left\{ 1 - 2x[k-1], \frac{1}{2} - \frac{y[k-1]}{2} \right\}, & \text{其他} \end{cases}$$

$$-1 < x[0] < 1, -1 < y[0] < 1. \quad (1)$$

另外,为了得到均衡的纠错能力,提出一种“咬尾”的结构来构造码字。通过 Baker's map 变换可以进行模拟编码,“咬尾”结构是指对每个三维的信源调换次序,得到“咬尾”的循环信源。例如:对信源  $\{u, v, w\}$ ,首先,将其作为初始的状态码进行 Baker's map 变换得到编码的码字  $\{x_1[0], y_1[0]\} = \{u, v\}, \{x_1[1], y_1[1]\}, \{x_1[2], y_1[2]\}, \dots, \{x_1[2N-1], y_1[2N-1]\}$ ,再对  $\{v, w\}$  进行变换得到  $\{x_2[0], y_2[0]\} = \{v, w\}, \{x_2[1], y_2[1]\}, \{x_2[2], y_2[2]\}, \dots, \{x_2[2N-1], y_2[2N-1]\}$ ,然后对  $\{w, u\}$  进行变换得到  $\{x_3[0], y_3[0]\} = \{w, u\}, \{x_3[1], y_3[1]\}, \{x_3[2], y_3[2]\}, \dots, \{x_3[2N-1], y_3[2N-1]\}$ ,得到码率为  $1/2N$  的码字。编码过程为

$$\begin{cases} (x_1[k], y_1[k]) = F(\{x_1[k-1], y_1[k-1]\}) = \\ F^k(\{x_1[0], y_1[0]\}) = F^k(\{v, u\}) \\ (x_2[k], y_2[k]) = F(\{x_2[k-1], y_2[k-1]\}) = \\ F^k(\{x_2[0], y_2[0]\}) = F^k(\{v, w\}) \\ (x_3[k], y_3[k]) = F(\{x_3[k-1], y_3[k-1]\}) = \\ F^k(\{x_3[0], y_3[0]\}) = F^k(\{w, v\}) \end{cases} \quad (2)$$

其编码流程如图 1 所示。

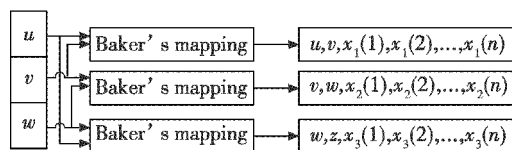


图 1 三分支 Baker 码的编码流程

Fig. 1 The process of the tail-biting triple-branch Baker's map code

### 2 三分支绝对值码的编译码方法

#### 2.1 三分支“咬尾”绝对值纠错的编码方法

三分支绝对值码是通过简单的非线性的绝对值约束关系来达到保护信源的目的。为了增强信源之间的相关性,实现对信源的均衡保护,本文采用三分支“咬尾”的结构构造码字。通过绝对值的约束关系,建立校验位与信息位之间的约束。例如对于信源  $\{C_1, C_2, C_3\}$ ,  $-1 \leq C_1, C_2, C_3 \leq 1$ ,利用约束关系映射生成的校验位  $\{X_1, X_2, X_3\}$ ,  $-1 \leq X_1, X_2, X_3 \leq 1$ ,信源和校验位之间的约束关系为

$$\begin{cases} X_1 = 1 - |C_1 + C_2| \\ X_2 = 1 - |C_2 + C_3| \\ X_3 = 1 - |C_1 + C_3| \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $-1 \leq C_1, C_2, C_3, X_1, X_2, X_3 \leq 1$ 。则对应于信源  $\{C_1, C_2, C_3\}$ ,  $-1 \leq C_1, C_2, C_3 \leq 1$ ,生成的码字为  $\{C_1, C_2, C_3, X_1, X_2, X_3\}$ 。校验位生成的绝对值约束关系映

射如图2所示。

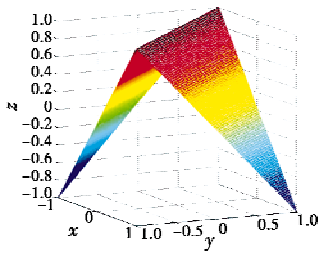


图2 绝对值编码的映射关系

Fig. 2 The map of the absolute codes

根据三支 Baker 码编码方法的基本原理,由式(2)可以看出:在码率最大的情况下,即当  $N=2$  时,其编码复杂度最低,对于信源  $\{u, v, w\}$ ,需要 6 次乘法和 6 次加法运算;而对于三支绝对值码,由式(3)可知,对于信源  $\{u, v, w\}$ ,其编码需要 6 次加法运算,编码复杂度大大降低。

## 2.2 绝对值纠错编码的译码方法

本文提出的三支绝对值码方法采用最大似然译码方法<sup>[12]</sup>,但模拟量的最大似然译码不同于数字的最大似然译码。

对于数字量的最大似然译码准则为:设离散单符号信道的输入符号集为  $A = \{a_i\}, i=1, 2, \dots, r$ ; 输出符号集为  $B = \{b_j\}, j=1, 2, \dots, s$ ; 制定译码规则就是设计一个函数  $F(b_j)$ , 它对于每一个输出符号  $b_j$  确定一个唯一的输入符号  $a_i$  与其对应。即选择一种译码函数  $F(b_j) = a', a' \in A, b_j \in B$ , 使满足  $P(b_j|a') \geq P(b_j|a_i), a_i \in A, a_i \neq a'^{[1]}$ 。

但对于模拟量,由于是整个实数域,没有固定的值,所以最大似然译码应借鉴极限的概念,对于输入的信号  $S, S \in R$ , 根据一定的编码规则  $f$ , 得到冗余的信息  $T, T \in R$ , 即  $T=f(S)$ , 其码字为  $\{S, T\}$ , 通过一定的无线信道后,得到的信息为  $\{R_s, R_T\}$ , 则模拟量的最大似然译码即为选择一个最接近原信号的  $S'$ , 使  $pr\{R_s, R_T|S\}$  最大, 应用极值的求解方法即可得到近似解  $S'$ 。

对于码字  $\{C_1, C_2, C_3, X_1, X_2, X_3\}$ , 通过加性高斯白噪声, 在接收端得到带有噪声的码字  $\{R_{C_1}, R_{C_2}, R_{C_3}, R_{X_1}, R_{X_2}, R_{X_3}\}$ , 为

$$\begin{cases} R_{C_1} = C_1 + N_1 \\ R_{C_2} = C_2 + N_2 \\ R_{C_3} = C_3 + N_3 \\ R_{X_1} = X_1 + N_4 \\ R_{X_2} = X_2 + N_5 \\ R_{X_3} = X_3 + N_6 \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$  是独立的高斯白噪声序列。根据最大似然准则,可以得到  $\{C_1, C_2, C_3\}$  的近似估计

值  $\{\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3\}$ 。其推导过程为

$$\begin{aligned} \{\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3\} &= \arg \max_{-1 < C_i, C_j < 1} pr(\{R_{C_1}, R_{C_2}, R_{C_3}, R_{X_1}, R_{X_2}, R_{X_3}\} | \\ &\{C_1, C_2, C_3\}) = \arg \max_{-1 < C_i, C_j < 1} pr(R_{C_1} | C_1) * pr(R_{C_2} | C_2) * \\ &pr(R_{C_3} | C_3) * pr(R_{X_1} | X_1) * pr(R_{X_2} | X_2) * pr(R_{X_3} | X_3) = \\ &\arg \min_{-1 < C_i, C_j < 1} \{(R_{C_1} - C_1)^2 + (R_{C_2} - C_2)^2 + (R_{C_3} - C_3)^2 + (R_{X_1} - \\ &X_1)^2 + (R_{X_2} - X_2)^2 + (R_{X_3} - X_3)^2\} \end{aligned} \quad (5)$$

然后将  $X_1, X_2, X_3$  的取值分别代入到式(5)中,利用数学求极限的方法得到信息的估计值  $\{\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3\}$ 。由式(3)可知,  $X_1, X_2, X_3$  的取值根据  $C_1, C_2, C_3$  取值正负的不同而变化。因此,根据正负的不同可分为 8 种情况,每一种  $C_1, C_2, C_3$  取值的正负情况对应一种  $X_1, X_2, X_3$  的取值,进而可求得在不同情况下的估计值  $\{\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3\}$ 。

例如,对于  $C_1, C_2, C_3$  的一种正负取值情况,使  $C_1 + C_2 \geq 0, C_2 + C_3 \geq 0, C_1 + C_3 \geq 0$ , 可得到  $X_1 = 1 - C_1 - C_2, X_2 = 1 - C_2 - C_3, X_3 = 1 - C_1 - C_3$ , 将其代入式(5)中,利用极限求得估计值

$$\begin{cases} \tilde{C}_1 = (4R_{C_1} - R_{C_2} - R_{C_3} - 3R_{X_1} + 2R_{X_2} - 3R_{X_3} + 4)/10 \\ \tilde{C}_2 = (4R_{C_2} - R_{C_1} - R_{C_3} - 3R_{X_1} - 3R_{X_2} + 2R_{X_3} + 4)/10 \\ \tilde{C}_3 = (4R_{C_3} - R_{C_1} - R_{C_2} + 2R_{X_1} - 3R_{X_2} - 3R_{X_3} + 4)/10 \end{cases} \quad (6)$$

## 3 仿真比较

### 3.1 纠错性能比较

本文提出的模拟编码主要是用来传输模拟信号,也可以用来传输数字信号,为了与三支 Baker 码的编码方法相比较,本文将用模拟编码传输 JPEG 图像信息。

由于三支 Baker 码的码率最大为 1/4, 为了进行比较,本文将 1/2 码率的三支的“咬尾”绝对值码扩展为 1/4 码率,其编译码方法不变。

在编码时,对于信源  $\{C_1, C_2, C_3\}$ , 首先对其进行变换,得到  $\{-C_1, C_2, C_3\}$ , 利用约束关系映射生成的校验位  $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6\}$ , 其中,  $-1 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 1$ 。信源和校验位之间的约束关系为

$$\begin{cases} X_1 = 1 - |C_1 + C_2| \\ X_2 = 1 - |C_2 + C_3| \\ X_3 = 1 - |C_1 + C_3| \\ X_4 = 1 - |-C_1 + C_2| \\ X_5 = 1 - |C_2 + C_3| \\ X_6 = 1 - |-C_1 + C_3| \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $-1 \leq C_1, C_2, C_3; X_1, X_2, X_3 \leq 1$ 。得到的码字为  $\{C_1, C_2, C_3, X_1, X_2, X_3, -C_1, C_2, C_3, X_4, X_5, X_6\}$ , 其码率

达到 1/4,便于进行比较。

译码时,对于扩展后的三分支绝对值码,其译码的基本方法一致。

本文对 255 × 256 的 Lena 图像进行处理,对于 Lena 图像,其每个像素点是用八位二进制表示的 0 ~ 255 的数,传统的数字编码是将每个像素点扩展成二进制表示,对 255 × 256 × 8 的二进制码流进行处理,而本文提出的模拟编码则是将像素点看作一个个实数来处理。

1) 把 JPEG 图像的每个像素点通过  $(x - 128)/128$  变换成  $[-1, 1]$  之间的小数,进行四位 Baker 码编码。

2) 将编码后的信息通过加性高斯信道,通过控制信噪比(SNR)来比较图像的失真度。

3) 将加噪后的信息进行最大似然译码,把  $[-1, 1]$  之间的小数经  $(x \cdot 128) + 128$  变换成 0 ~ 255 之间的像素点,并还原出图像,便于对比。

分别对 255 × 256 的 Lena 图像进行三分支 Baker 码和非线性三分支“咬尾”绝对值纠错编译码处理,由图 3 ~ 图 6 可以明显看出,三分支“咬尾”绝对值纠错码的纠错性能远远超出三分支 Baker 码的纠错性能。

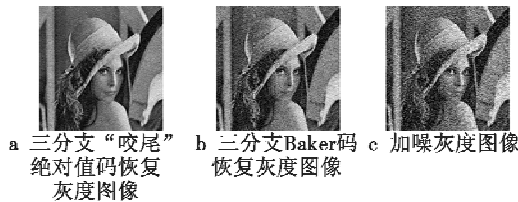


图 3 9 dB 信噪比下图像恢复比较

Fig.3 Comparison of the restored pictures with 9 dB SNR

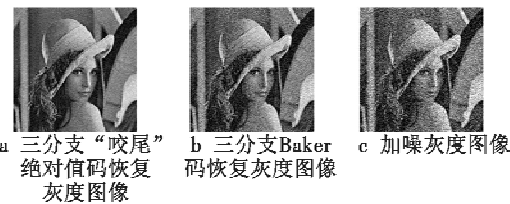


图 4 16 dB 信噪比下图像恢复比较

Fig.4 Comparison of the restored pictures with 16 dB SNR

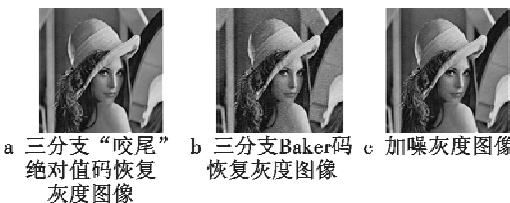


图 5 23 dB 信噪比下图像恢复比较

Fig.5 Comparison of the restored pictures with 23 dB SNR

在信噪比为 9 dB 时,由三分支“咬尾”绝对值纠错码恢复的图像的噪声点比三分支 Baker 码少,图像质量有所提高;在信噪比为 16 dB 时,由三分支“咬尾”绝

对值纠错码恢复的图像在细节方面比三分支 Baker 码好;在信噪比为 23 dB 时,由三分支“咬尾”绝对值纠错码恢复的图像在细节方面比三分支 Baker 码有很大提高;在信噪比为 30 dB 时,由三分支“咬尾”绝对值纠错码恢复的图像与源图像有略微的差别,超出三分支 Baker 码的纠错性能。

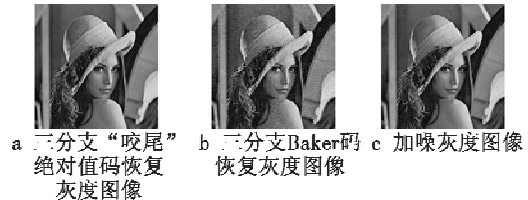


图 6 30 dB 信噪比下图像恢复比较

Fig.6 Comparison of the restored pictures with 30 dB SNR

4) 峰值信噪比 PSNR,是一种评价图像的客观标准,通过 PSNR 值来衡量图像的品质,算式为

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2}{\sum_{i=1}^{65280} (x - y)^2} \quad (8)$$

式中:  $x$  代表原始灰度图像的灰度值;  $y$  代表处理后图像的灰度值。

5) 对 Lena 图像,通过非线性绝对值编码,根据得到的数据,得出 SNR-PSNR 曲线,并与三分支 Baker 码的性能相比较,如图 7 所示。

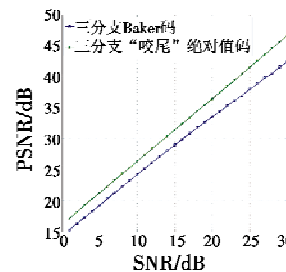


图 7 两种码字的 SNR-PSNR 曲线比较

Fig.7 The SNR-PSNR curves of the two codes

由图 7 可以看出:对于码率为 1/4 的三分支 Baker 码和非线性的三分支绝对值码,在整体上,其 PSNR 随着信噪比的增加而呈线性增加。本文提出的非线性绝对值编译码的性能要远远超出三分支 Baker 码的纠错性能,图像的 PSNR 有 2 dB 以上的增益。另外,对于图像的 PSNR,在 35 dB 以上称为好图像,在三分支 Baker 码编码的情况下,信噪比需要达到 22 dB 以上;而在三分支绝对值码的情况下,信噪比只需 19 dB,有 3 dB 左右的增益。

### 3.2 译码复杂度比较

根据三分支 Baker 码的译码算法<sup>[12]</sup>,当码率为 1/4 时,即  $N=2$  时,迭代一次,其译码结果为

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{u} = \frac{T_1}{\sum_{i=0}^1 a_1^2[i] + a_6^2[i]} \\ \tilde{v} = \frac{T_2}{\sum_{i=0}^1 a_3^2[i] + a_2^2[i]} \\ \tilde{w} = \frac{T_3}{\sum_{i=0}^1 a_5^2[i] + a_4^2[i]} \\ T_1 = \sum_{i=0}^1 R_{x_1}[i] a_1[i] - a_1[i] b_1[i] + \\ R_{y_3}[i] a_6[i] - a_6[i] b_6[i] \\ T_2 = \sum_{i=0}^1 R_{x_2}[i] a_3[i] - a_3[i] b_3[i] + \\ R_{y_1}[i] a_2[i] - a_2[i] b_2[i] \\ T_3 = \sum_{i=0}^1 R_{x_3}[i] a_5[i] - a_5[i] b_5[i] + \\ R_{y_2}[i] a_4[i] - a_4[i] b_4[i] \end{array} \right. \quad (9)$$

式中,  $a_1[i], a_2[i], \dots, a_6[i], b_1[i], b_2[i], \dots, b_6[i]$  分别代表初始状态与后续状态之间的转换系数。

由译码结果的式(9)可以看出:其译码的每位信息位一共需要 13 次乘法运算和 10 次加法运算。而对非线性的绝对值编码的译码结果见式(6),每个信息位一共需要 5 次加法运算和 1 次乘法运算。由此可以看出,本文提出的绝对值编译码算法大大降低了运算的复杂度,节省了时间,可以满足通信实时性的需求。仿真过程中,对于同一个  $255 \times 256$  的 Lena 图像的编译码,降低了编译码的时间,提升了图像通信的实时水平。

#### 4 结束语

本文基于非线性理论和编码基本理论,提出了一种模拟量的三支“咬尾”绝对值纠错码和最大似然译码方法,将其应用于数字图像的传输上。经 Matlab 仿真,与三支 Baker 码性能相比较,本文提出的三支“咬尾”绝对值纠错码在高斯信道下,传输数字图像的纠错性能得到很大的提高,恢复图像的 PSNR 有 2 dB 以上的增益,并且其编译码的复杂度也得以降低,在译码解算过程中,可以节省时间,提高图像传输的有效性和实时性水平。特别对于数字图像传输来说,通过三支“咬尾”绝对值纠错码编码方法,可以提升传输的效率和译码的速度。

进一步的研究有两个方面:首先,对三支“咬尾”绝对值码方法进行研究,特别是其编码的结构,找到一种纠错性能更好的编码方法;其次,要对模拟量信源的压缩感知进行研究,搭建出一种基于压缩感知和模拟量编码的通信系统。

#### 参考文献

- [1] 傅祖芸. 信息论[M]. 西安:电子工业出版社,2007:240-244.  
FU Z Y. The information theory [M]. Xi'an: Publishing House of Electronics Industry, 2007:240-244.
- [2] 贺鹤云. LDPC 码基础与应用[M]. 北京:人民邮电出版社,2009:104-107.  
HE H Y. Principle and application of LDPC [M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2009:104-107.
- [3] LIU Y, LI J, XIE K. Efficient image transmission through analog error correction [C]//IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing (MMSP), Hangzhou, China, 2011:1-6.
- [4] 郭凯. H.264 中 SP 帧抗误码应用研究[D]. 北京:北京邮电大学,2009.  
GUO K. Research of error resilience application of SP frame in H.264 [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2009.
- [5] THOMAS G, MARSHALL J R. Coding of real-number sequences for error correction: A digital signal processing problem [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1984, SAC-2(2):381-391.
- [6] WOLF J K. Analog codes [C]//IEEE Intl. Conf. Comm. (ICC), Boston, MA, USA, 1983:310-312.
- [7] LIU Y, LI J, XIE K, et al. Wireless data sensing and transmission through analog codes [C]//The 46th Annual Conf. on Information Sciences and Systems (CISS), Princeton, NJ, March, 2012:1-6.
- [8] LIU Y, LI J, XIE K. Efficient image transmission through analog error correction [C]//Proc. of the Global Comm. Conf, Ottawa, Canada, 2010:1-5.
- [9] CHEN B, WORNELL G W. Analog error-correcting codes based on chaotic dynamical systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 1998, 46(7):881-890.
- [10] XIE K, TAN P Y, CHONG N B, et al. Analog turbo codes: A chaotic construction [C]//IEEE Intl Symp. Info. Theory (ISIT), Seoul, Korea, 2009:894-898.
- [11] 冯久超. 混沌信号与信息处理[M]. 北京:清华大学出版社,2012:3-7.  
FENG J C. Chaotic signal and information processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012:3-7.
- [12] PAPAPOPOULOS H C, WORNELL G W. Maximum likelihood estimation of a class of chaotic signals [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1995, 41:312-317.