

## 高超声速飞行器再入段滚转控制及鲁棒性分析

刘军, 黄一敏, 孙春贞, 尹亮亮  
(南京航空航天大学, 南京 210016)

**摘要:** 高超声速飞行器再入段保持大迎角下滑过程中, 航向失稳、荷兰滚发散、副翼操纵反效, 为保证大迎角再入段飞行安全需要研究大迎角下滚转控制。针对大迎角下副翼操纵反效问题, 提出了“改善 LCDP 的副翼控制滚转”与“方向舵控制滚转”两种控制策略, 并利用结构奇异值快速分析两种滚转控制策略的鲁棒性, 最后通过仿真对比两种滚转控制策略的控制品质与鲁棒性。仿真结果表明, 标称状态下两种滚转控制策略均能完成滚转控制, 但在考虑气动参数摄动情况下, 方向舵控制滚转的鲁棒性明显优越于改善 LCDP 的副翼控制滚转。

**关键词:** 高超声速飞行器; 再入段; LCDP; 滚转控制; 结构奇异值

中图分类号: V448

文献标志码: A

文章编号: 1671-637X(2014)07-0081-05

## Roll Control and Robustness Analysis for Hypersonic Vehicle in Reentry Phase

LIU Jun, HUANG Yi-min, SUN Chun-zhen, YIN Liang-liang

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The hypersonic vehicle has numerous control problems such as heading and Dutch roll instability, roll reverse in reentry phase due to high angle of attack. In order to ensure flight safety, it's necessary to study the roll control in large angle of attack. Firstly, two kinds of roll control strategies are presented in this paper, which are improved LCDP roll control by aileron and roll control by rudder. Then, the structured singular value is applied to analyze the robustness of them. Finally, control quality and robustness of the two roll control strategies are compared with each other by simulation. The simulation results show that they are both efficient to control roll angle in the nominal state, but the latter roll control strategy is more robust than the former one considering the perturbation of aerodynamic parameters.

**Key words:** hypersonic vehicle; reentry phase; LCDP; roll control; structured singular value

### 0 引言

高超声速飞行器(Hypersonic Vehicle)再入段起始于高度 120 km、马赫数 20 以上, 结束于高度 25 km、马赫数 2.5 左右。再入段保持大迎角下滑, 利用气动阻力减速, 以便快速通过高热流区, 通过横侧向的滚转控制跟踪轨迹。大迎角、大马赫数飞行状态导致航向静不稳定、横航向强耦合、荷兰滚稳定性下降以及副翼操纵反效等问题。

文献[1-2]显示高超声速飞行器再入段存在 LCDP 太小或负值问题, 改善 LCDP 或者避免副翼操纵

反效是再入段横侧向控制主要问题之一; 另外, 再入过程气动参数不确定性强, 需要评价控制律鲁棒性提高飞行安全性。

本文分析飞行器大迎角下的静稳定性与横向操纵偏离特性, 针对  $P_{LCDP}$  小于 0 提出“改善 LCDP 的副翼控制滚转”与“方向舵控制滚转”两种滚转控制策略, 并利用结构奇异值分析了两种控制律的鲁棒性,  $\mu$  分析法可以快速有效地评价控制律的鲁棒性, 同时也能确定参数不确定性最恶劣的组合。

### 1 基本特性分析

#### 1.1 横航向静稳定性分析

飞行器再入段保持大迎角下滑, 机身遮挡垂尾, 导致航向静不稳定, 但机翼上反效应使得横向静稳定性较强。航向静稳定性  $C_n^p$  随着马赫数、迎角增大而减小; 横

向静稳定性  $C_l^\beta$  也随马赫数增大而减小,但随着迎角增大而增强。另外,荷兰滚模态频率可用参数  $C_{n, dyn}^\beta$  (Dynamic Directional Stability Parameter) 来预测<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} C_{n, dyn}^\beta = C_n^\beta \cos \alpha - (I_{xz}/I_{xx}) \cdot C_l^\beta \sin \alpha \\ \omega_d^2 \approx \frac{QSbC_{n, dyn}^\beta}{I_{xx}} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $Q$  为动压;  $S$  为机翼有效面积;  $b$  为机翼展长;  $I_{xx}$ 、 $I_{xz}$  分别为机体  $x$  轴与  $z$  轴的转动惯量;  $\omega_d$  为荷兰滚的固有频率。图 1 为飞行器  $C_l^\beta$ 、 $C_n^\beta$  和  $C_{n, dyn}^\beta$  的曲线。

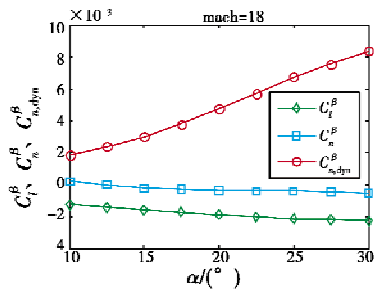


图 1  $C_l^\beta$ 、 $C_n^\beta$  和  $C_{n, dyn}^\beta$  曲线

Fig. 1 Curves of  $C_l^\beta$ ,  $C_n^\beta$  and  $C_{n, dyn}^\beta$

由图可看出,迎角越大航向稳定性越差,  $C_l^\beta$  负值较大表明上反效应强,  $C_{n, dyn}^\beta$  大于 0, 说明荷兰滚相对稳定。

### 1.2 副翼操纵性能

飞行器副翼操纵性能可用横向操纵偏离特性参数  $P_{LCDP}$  (Lateral Control Departure Parameter, LCDP) 衡量, 其表达式为

$$P_{LCDP} = C_n^\beta - C_l^\beta \frac{C_n^{\delta_a}}{C_l^{\delta_a}} \quad (2)$$

式中,  $P_{LCDP}$  小于 0, 表明副翼操纵反效。航向静不稳定、强上反效应以及副翼操纵不利偏航是导致副翼操纵反效的主要原因<sup>[4]</sup>。

图 2 给出  $C_l^{\delta_a}$ 、 $C_n^{\delta_a}$  和 LCDP 曲线, 副翼对偏航的操纵导数  $C_n^{\delta_a}$  均为正值。因为高马赫数下, 舵面向下偏转时压缩空气引起较大激波阻力, 使机头朝下偏舵面一侧偏航运动。  $C_n^{\delta_a}$  大于 0 加剧滚转过程的侧滑, 而  $C_l^{\delta_a}$  负值较大, 负侧滑角将产生正的滚转力矩, 阻碍甚至改变副翼的滚转操纵极性。

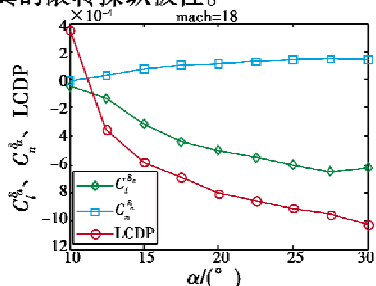


图 2  $C_l^{\delta_a}$ 、 $C_n^{\delta_a}$  和 LCDP 曲线

Fig. 2 Curves of  $C_l^{\delta_a}$ ,  $C_n^{\delta_a}$  and LCDP

与常规飞行器不同, 高超声速飞行器的  $C_n^\beta$  负值小,  $C_l^\beta$  负值较大且  $C_n^{\delta_a}$  与  $C_l^{\delta_a}$  接近, 因此,  $C_n^{\delta_a}$  是导致其副翼操纵反效的主要原因。

## 2 再入段滚转控制策略

再入段副翼操纵反效造成滚转控制成为难题, 如何解决副翼操纵反效、完成滚转角控制任务是关键。本文提出了两种滚转控制: 一种是直接法, 利用副翼方向舵交联改善 LCDP, 副翼控制滚转; 另一种是间接法, 通过方向舵控制滚转, 避免副翼不利偏航。

### 2.1 改善 LCDP 的副翼控制滚转

LCDP 分析结果表明副翼不利偏航是导致副翼操纵反效的主要原因, 可使用方向舵到副翼的操纵补偿增益  $K$  (见图 3), 改善 LCDP。  $K$  直接用方向舵克服副翼操纵的不利偏航力矩, 以减小等效的  $C_n^{\delta_a}$ , 改善后的  $P'_{LCDP}$  为

$$P'_{LCDP} = C_n^\beta - C_l^\beta \frac{(C_n^{\delta_a} + KC_n^{\delta_r})}{(C_l^{\delta_a} + KC_l^{\delta_r})} \quad (3)$$

图 3 为不同操纵补偿增益下的 LCDP 曲线。  $K$  值变大时 LCDP 逐渐增大, 表明方向舵有足够能力改善 LCDP, 但补偿增益不宜过大, 否则方向舵的控制余量不足, 取  $K=1.0$ 。

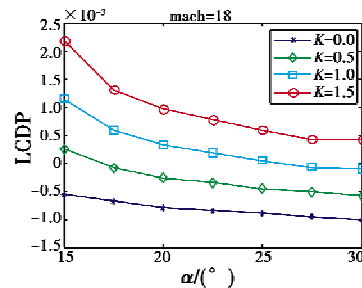


图 3 不同操纵补偿增益  $K$  下的 LCDP 曲线

Fig. 3 LCDP curves with different control compensation gains

在副翼方向舵交联改善 LCDP 的基础上, 采用反馈结构设计滚转控制, 如图 4 所示。

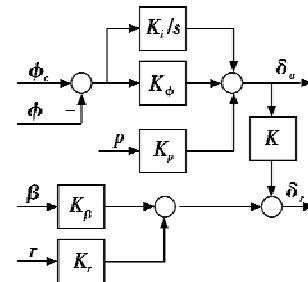


图 4 改善 LCDP 的副翼控制滚转结构图

Fig. 4 Structure of improved LCDP roll control by aileron

图 4 中, 侧滑角  $\beta$  反馈用于提高航向的静稳定性, 偏航角速率  $r$  反馈则是抑制滚转过程中的侧滑, 改善

荷兰滚的阻尼,式(4)给出相应的滚转控制律。

$$\begin{cases} \delta_a = K_\phi(\phi - \phi_c) + K_p p + K_i \int(\phi - \phi_c) dt \\ \delta_r = K_\beta \beta + K_r r + K\delta_a \end{cases} \quad (4)$$

改善 LCDP 副翼控制滚转方案结构简单、物理概念明确,能充分利用方向舵抑制滚转中的侧滑角。但该方案受气动导数  $C_n^{\delta_a}$  的影响很大,若参数  $C_n^{\delta_a}$  摄动量较大时容易导致方向舵饱和甚至出现滚转控制发散的现象。

### 2.2 方向舵控制滚转

基本特性分析表明副翼不利偏航  $C_n^{\delta_a}$  大于0 严重导致  $P_{LCDP}$  小于0,但上反效应  $C_l^{\delta_a}$  很强且极性始终为负,可以利用侧滑角进行滚转机动。方向舵控制滚转正是回避参数  $C_n^{\delta_a}$ ,通过方向舵操纵产生侧滑角,由侧滑产生滚转控制力矩,实现滚转控制<sup>[5]</sup>。方向舵控制滚转的本质是偏航产生滚转,充分利用飞行器  $C_l^{\delta_r}$  负值较大的特性,且  $C_l^{\delta_r}/C_n^{\delta_a}$  比值高达3.3,这样即便是滚转机动侧滑角也不会较大;副翼只起配平与阻尼作用,避免了副翼操纵的不利偏航,方向舵控制滚转的结构如图5所示。

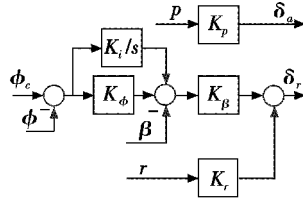


图5 方向舵控制滚转结构图

Fig.5 Structure of roll control by rudder control law

$$\begin{cases} \delta_a = K_p p \\ \beta_c = K_\phi(\phi - \phi_c) + K_i \int(\phi - \phi_c) dt \\ \delta_r = K_\beta(\beta - \beta_c) + K_r r \end{cases} \quad (5)$$

滚转角偏差形成侧滑角指令  $\beta_c$ ,增益  $K_\phi$  根据方向舵的效率与侧滑角对滚转通道的影响确定,大迎角下方向舵操纵效率低但足以利用方向舵控制侧滑角,偏航角速率  $r$  用于改善方向舵控制侧滑角的动态品质。

方向舵控制滚转方案降低了对荷兰滚模态的要求,允许较小的荷兰滚阻尼,使侧滑角在一定负值内振荡收敛,尤其是回避了副翼不利偏航影响。

### 3 滚转控制鲁棒性分析

为评估两种滚转控制策略的安全性,需分析闭环滚转控制在气动参数不确定性下的鲁棒性。本文采用结构奇异值(Structured Singular Value,SSV) $\mu$  分析法,从频域的角度分析闭环系统鲁棒性<sup>[6-7]</sup>。

$\mu$  分析理论中,需要通过线性分式变换(Lin-

Fractional Transformation,LFT)将含有不确定性参数的闭环系统表达为一个标称模型加上一个人为的反馈<sup>[8]</sup>。图6给出典型闭环  $M-\Delta$  反馈系统结构。

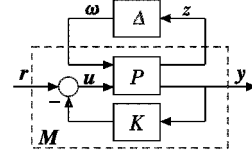


图6 典型反馈系统结构图

Fig.6 Structure of typical feedback system

图中: $M$  为系统(对象标称模型  $P$ 、控制器  $K$ ) 传递函数矩阵; $\Delta$  为参数摄动不确定性结构。

由上 LFT 得到闭环系统输入输出关系

$$y = F_u(M, \Delta) \cdot r = (M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}) \cdot r \quad (6)$$

1982 年 Doyle 等人提出  $\mu$  参数概念,并定义复数矩阵  $M$  关于  $\Delta$  的结构奇异值,给出系统鲁棒性判断条件

$$\mu_\Delta(M_{11}) = \frac{1}{\min\{\sigma_{\max}(\Delta) : \det(I - M_{11}\Delta)\}} < 1 \quad (7)$$

滚转控制鲁棒性分析关键是利用 LFT 将不确定性摄动项分离出来,本文采用 Morton 法<sup>[9]</sup>分离不确定性参数摄动项。首先对飞行器配平线性化得到横侧向小扰动线性模型

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:状态量  $x = [\beta \ \phi \ p \ r]^T$ ,表示侧滑角、滚转角、滚转角速率、偏航角速率;控制量  $u = [\delta_a \ \delta_r]^T$ ,表示副翼、方向舵;输出量  $y = x$ ;状态阵  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ;控制阵  $B \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 。

若滚转控制律采用输出反馈  $u = r - Ky$ ,相应的闭环控制系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BKC & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} \quad (9)$$

假设有  $k$  项参数摄动,每项参数的摄动形式表达为  $p_i = p_i^0(1 + W_i\Delta_i)$ ,其中  $p_i^0$  为参数标称值, $W_i$  为摄动量,  $\Delta_i \in [-1 \ 1]$ ,便于将  $\mu$  与 1 比较。可将式(9)改写为式(10)的形式,其中  $(A_0, B_0, C_0, D_0)$  为标称系统,  $(A_i, B_i, C_i, D_i)$  反映第  $i$  个参数对状态空间的影响。

$$S(\Delta) = \begin{bmatrix} A(\Delta) + B(\Delta)KC(\Delta) & B(\Delta) \\ C(\Delta) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 + B_0KC_0 & B_0 \\ C_0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k \Delta_i \begin{bmatrix} A_i + B_iKC_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

设  $R_i = \begin{bmatrix} A_i + B_iKC_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix}$ ,令  $r_i = \text{rank}(R_i)$ ,则可以

对矩阵  $R_i$  进行满秩分解

$$R_i = \begin{bmatrix} A_i + B_i K C_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} [G_i \ H_i] \quad (11)$$

式中:  $\begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(n+p) \times r}$ ;  $[G_i \ H_i] \in \mathbf{R}^{r \times (n+p)}$ , 由式(10)与式(11)有

$$S(\Delta) = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 K C_0 & B_0 \\ C_0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k \Delta_i \begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} [G_i \ H_i] \quad (12)$$

最终得到  $S(\Delta) = F_n(M, \Delta)$  的形式, 将含有参数扰动项的控制系统分解成图6所示的典型反馈结构。其中, 广义对象  $M$  与不确定性块  $\Delta$  为

$$M = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 K C_0 & E_1 & \cdots & E_k & \vdots & B_0 \\ G_1 & 0 & \cdots & 0 & \vdots & H_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_k & 0 & \cdots & 0 & \vdots & H_k \\ \hline C_0 & F_1 & \cdots & F_k & \vdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\Delta = \text{diag} \left\{ \frac{I}{s}, \Delta_1 I_{n1}, \Delta_2 I_{n2}, \cdots, \Delta_k I_{nk} \right\} \quad (14)$$

### 4 仿真分析

选取高度 60 km、马赫数 18、迎角 25°, 进行配平线性化, 得到横侧向小扰动方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0005 & 0.0015 & 0.4215 & -0.9068 \\ 0 & 0.0001 & 1.0 & 0.4663 \\ -30.8568 & 0 & 0 & 0.0002 \\ -0.8268 & 0 & -0.0002 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.1519 & 0.0129 \\ 0.0048 & -0.009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (15)$$

改善 LCDP 的副翼控制滚转输出反馈矩阵  $K_1$  与方向舵控制滚转输出反馈矩阵  $K_2$  为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 1.0 & 0.6 & 0.4 & 1.0 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 1.0 & 0.4 & 0 & 2.0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

图7给出标称状态下, 10°滚转角扰动下的响应曲线, 虚线是改善 LCDP 的副翼控制滚转(方案 A), 实线是方向舵控制滚转(方案 B)。结果表明, 标称状态下两种方案的控制品质接近, 但由于大迎角下副翼的操纵效率较低, 因此方案 A 的副翼操纵舵面较大。

表1给出气动参数不确定性表, 主要考虑  $C_n^{\delta_a}$ 、 $C_n^{\delta_r}$ 、 $C_l^{\delta_a}$ 、 $C_l^{\delta_r}$  及  $C_n^{\delta}$  等气动参数对两种滚转控制律的影响, 利用 Matlab 的  $\mu$  分析与综合工具箱<sup>[10]</sup> 计算上述气动参数扰动下的结构奇异值(见图8), 结果表明方案 B 的  $\mu$  值远小于方案 A, 方案 B 的鲁棒性强。

图9给出考虑气动参数组合扰动下的仿真结果,

与标称状态的仿真结果相比, 方案 B 的控制品质基本不变; 而方案 A 的控制品质变差, 也恰恰证明图8的鲁棒性分析结论。

表1 气动参数扰动

Table 1 Aerodynamic parameter perturbations

参数	$C_n^{\delta_a}$	$C_n^{\delta_r}$	$C_l^{\delta_a}$	$C_l^{\delta_r}$	$C_n^{\delta}$
扰动/%	±50	±30	±30	±20	±20

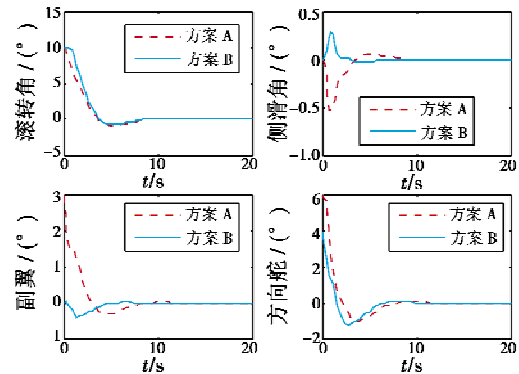


图7 标称状态下滚转角 10° 扰动响应

Fig. 7 Roll control response for 10° roll angle disturbance in nominal state

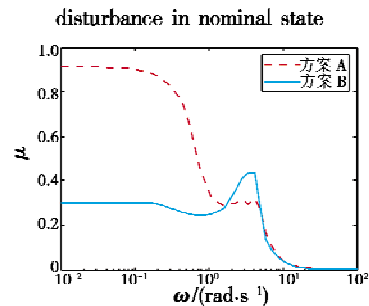


图8 气动参数组合扰动下  $\mu$  值曲线

Fig. 8 Plot of  $\mu$  with aerodynamic parameter perturbation

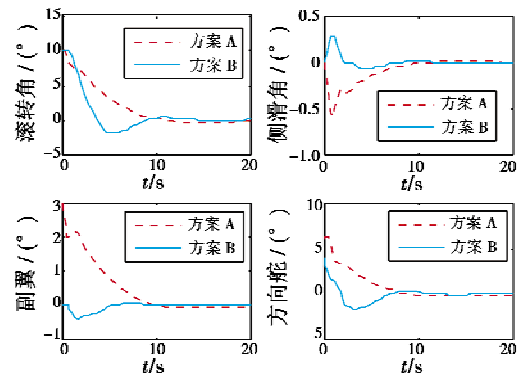


图9 气动参数扰动下滚转角 10° 扰动响应

Fig. 9 Roll control response for 10° roll angle disturbance with aerodynamic parameter perturbation

滚转控制方案 A 分析表明, 副翼不利偏航  $C_n^{\delta_a}$  的扰动是影响其滚转控制鲁棒性的主要因素, 且气动参数  $C_n^{\delta_a}$  是副翼的操纵耦合项, 风洞试验难以得到其准确数值, 当  $C_n^{\delta_a}$  扰动量过大时, 方案 A 将会失效, 导致

滚转控制发散。

图 10 给出气动参数  $C_n^{\delta_a}$  扰动  $\pm 250\%$  (其他参数扰动不变)下的鲁棒性分析  $\mu$  值曲线,结果表明方案 A 的结构奇异值  $\mu > 1$  滚转控制不稳定,但方案 B 的  $\mu$  最大值约为 0.5 仍然具有较好鲁棒性,保证再入段滚转控制的稳定性与安全性,图 11 滚转角控制仿真曲线也能证实上述结构奇异值鲁棒性分析的结论。

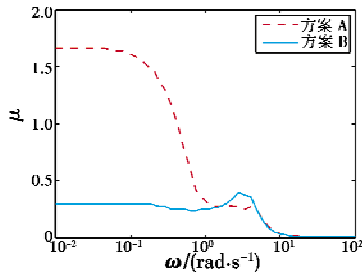


图 10  $C_n^{\delta_a}$  扰动  $\pm 250\%$  下  $\mu$  值曲线

Fig. 10 Plot of  $\mu$  with  $C_n^{\delta_a}$  perturbation  $\pm 250\%$

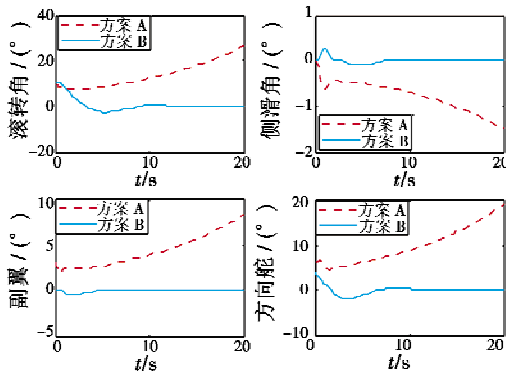


图 11  $C_n^{\delta_a}$  扰动  $\pm 250\%$  下滚转角  $10^\circ$  扰动响应

Fig. 11 Roll control response for  $10^\circ$  roll angle disturbance in  $C_n^{\delta_a}$  perturbation  $\pm 250\%$

### 5 结束语

本文通过分析高超声速飞行器的横航向稳定性与副翼操纵性能,针对再入段大迎角下副翼操纵反效 ( $P_{LCDP} < 0$ ) 现象,提出了“改善 LCDP 的副翼控制滚转”与“方向舵控制滚转”两种滚转控制策略,完成标称状态下的滚转控制。

考虑飞行器再入段气动参数扰动影响,尤其是副翼不利偏航  $C_n^{\delta_a}$ ,研究了基于结构奇异值  $\mu$  的快速鲁棒分析方法。分析结果表明,方向舵控制滚转方案具有很强

的鲁棒性;改善 LCDP 的副翼控制滚转鲁棒性差,特别当参数  $C_n^{\delta_a}$  扰动范围较大时,该方案失效,滚转控制发散,但方向舵控制滚转方案不会因为气动参数扰动过大而失控。结构奇异值鲁棒性分析方法可以应用于飞行控制系统评估,快速有效地验证控制律的鲁棒性。

### 参考文献

[1] CALHOUN P. An entry flight controls analysis for a reusable launch vehicle [R]. AIAA-2000-1046, 2000.

[2] MOUL M T, PAULSON J W. Dynamic lateral behavior of high-performance aircraft [R]. NACA RM-L58E16, 1958.

[3] LEE H P, CHANG M, KAISER M K. Flight dynamics and stability and control characteristics of the X-33 technology demonstrator vehicle [R]. AIAA-98-4410, 1998.

[4] 吴了泥,黄一敏,贺成龙. 重复使用运载器返回段横侧向控制系统研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(3):329-333.

WU L N, HUANG Y M, HE C L. Research on lateral control system for reusable launch vehicle in return phase [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(3):329-333.

[5] KUREEMUN R, BATES D G, HAYES M J. On the generation of LFT-based uncertainty models for flight control law robustness analysis [R]. AIAA-2001-4396, 2001.

[6] TU K Y, SIDERIS A, MEASE K D, et al. Robust lateral-directional control design for the F/A-18 [R]. AIAA-1999-4204, 1999.

[7] GREGORY I, MCMINN J, SHAUGHNESSY J. Hypersonic vehicle control law development using  $H_\infty$  and  $\mu$ -synthesis [R]. AIAA-1992-5010, 1992.

[8] 刘林. 现代飞行控制系统的评估与确认方法 [M]. 北京:国防工业出版社, 2010.

LIU L. Method of assessment and confirmation for modern flight control system [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010.

[9] MORTON B, MCAFOOS R. A  $u$ -test for real parameter variations [C] // Proceeding of the ACC, 1985:135-138.

[10] FERRERES G. A practical approach to robustness analysis [M]. Kluwer Academic; Plenum Publishers, 1999.

欢迎关注新浪微博 @电光与控制