

# 一种基于导航姿态角的寻北新方法

易凡, 章惠君, 王琪  
(中国空空导弹研究院, 河南 洛阳 471009)

**摘要:** 提出了一种基于导航姿态角信息的寻北新方法, 推导了单位置和双位置寻北时的载体方位角计算公式, 并通过仿真验证了方法的有效性。方位角计算公式较为简洁, 不依赖于当地纬度和地球自转角速度。

**关键词:** 武器系统; 寻北; 姿态角; 曲线拟合; 仿真

**中图分类号:** V271.4; TN956 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2014)06-0060-04

## A New North-Seeking Method Based on Navigation Attitude Angles

YI Fan, ZHANG Hui-jun, WANG Qi  
(China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China)

**Abstract:** A new north-seeking method was proposed based on navigation attitude angles, and the formulas for calculating the azimuth angle of carrier in one-position and dual-position north-seeking were deduced. The validity of the formulas was proved by simulation. The formulas are simple, and are independent of local latitude and earth's rotation angular velocity.

**Key words:** weapon system; north-seeking; attitude angle; curve-fitting; simulation

### 0 引言

寻北广泛用于武器系统的初始对准和自动定向。文献[1]介绍了一种单激光陀螺捷联寻北系统, 它由一个陀螺、一个加速度计和一个转位机构组成, 通过多位置对陀螺和加速度计静止采样进行寻北计算; 文献[2]介绍了一种由两个陀螺、两个加速度计和转位机构等组成的全姿态定北仪, 并给出了载体方位角计算公式; 文献[3]介绍了一种基于激光捷联惯测装置的多位置寻北方案, 它利用激光陀螺和加速度计, 通过多位置对激光捷联惯测装置静止采样, 使用最小二乘法解算出系统的方位角; 文献[1-3]在进行寻北计算时均需使用地球自转角速度和当地纬度信息。本文提出了一种基于导航姿态角计算载体方位角的新方法, 在给定初始导航俯仰角和倾斜角的情况下, 在载体导航解算的同时可以完成寻北, 载体方位角计算无需知道地球自转角速度和当地纬度信息, 通过仿真验证了该方法的正确性和有效性。

### 1 寻北原理

在寻北算法的推导中涉及3个坐标系, 分别是载体坐标系  $Ox_b Y_b Z_b$ 、地理坐标系  $Ox_e Y_e Z_e$  和惯性坐标系  $Ox_i Y_i Z_i$ 。

载体系  $Ox_b$  轴指向载体前方, 地理系采用北天东坐标系。惯性系初始时与地理系重合, 之后惯性系各坐标轴方向相对惯性空间保持不变。载体的导航坐标系是惯性系。

惯性系到载体系的转换可以通过下述顺序的3次旋转来表示:  $Ox_i Y_i Z_i \xrightarrow[\varphi]{\text{绕}Y_i\text{轴}} X'_i Y'_i Z'_i \xrightarrow[\theta]{\text{绕}Z'_i\text{轴}} X''_i Y''_i Z''_i \xrightarrow[\gamma]{\text{绕}X''_i\text{轴}} X_b Y_b Z_b$ 。

其中,  $\varphi, \theta, \gamma$  分别为载体相对于惯性系的方位角、俯仰角、倾斜角, 可据此建立载体系到惯性系的转换阵  $C_i^b$ , 有

$$C_i^b = (C_i^b)^T = (C_x(\gamma) \cdot C_z(\theta) \cdot C_y(\varphi))^T \quad (1)$$
$$C_i^b = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cdot \cos \theta & \sin \varphi \cdot \sin \gamma - \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \cos \gamma & \sin \varphi \cdot \cos \gamma + \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma \\ \sin \theta & \cos \theta \cdot \cos \gamma & -\cos \theta \cdot \sin \gamma \\ -\sin \varphi \cdot \cos \theta & \cos \varphi \cdot \sin \gamma + \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \cos \gamma & \cos \varphi \cdot \cos \gamma - \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (2)$$

载体在给定导航系初始姿态角  $\varphi(0), \theta(0), \gamma(0)$  后, 使用式(2)建立载体姿态转换阵初值  $C_i^b(0)$ ; 之后根据惯测输出和惯导算法编排<sup>[4]</sup>进行载体姿态转换阵  $C_i^b$  更新解算, 进而使用式(2)计算出载体的实时姿态

收稿日期: 2013-07-22 修回日期: 2013-08-29  
作者简介: 易凡(1983—), 男, 河南信阳人, 硕士, 研究方向为导弹系统总体设计。

角  $\varphi(t)$ 、 $\theta(t)$ 、 $\gamma(t)$ 。

相应地,令载体相对地理系的方位角为  $\varphi_0$ 、俯仰角为  $\theta_0$ 、倾斜角为  $\gamma_0$ ,可以依据文献[3]中方法根据三轴加速度计的测量结果计算  $\theta_0$ 、 $\gamma_0$ 。

地面静止状态下,载体相对地理系的姿态角保持不变,载体系到地理系的转换阵为

$$\mathbf{C}_b^e = (\mathbf{C}_x(\gamma_0) \cdot \mathbf{C}_z(\theta_0) \cdot \mathbf{C}_y(\varphi_0))^T \quad (3)$$

设地球自转角速度大小为  $\omega_{ie}$ ,地球自转角速度在地理系的投影矢量为  $\omega_{ie}^e$ 、在载体系的投影矢量为  $\omega_{ie}^b$ ,当地纬度为  $L$ ,可得

$$\omega_{ie}^e = [\omega_{ie_x} \quad \omega_{ie_y} \quad 0]^T = [\omega_{ie} \cdot \cos L \quad \omega_{ie} \cdot \sin L \quad 0]^T \quad (4)$$

$$\omega_{ie}^b = \mathbf{C}_e^b \cdot \omega_{ie}^e = \begin{bmatrix} \cos \varphi_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot \omega_{ie_x} + \sin \theta_0 \cdot \omega_{ie_y} \\ (\sin \varphi_0 \cdot \sin \gamma_0 - \cos \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \gamma_0) \cdot \omega_{ie_x} + \cos \theta_0 \cdot \cos \gamma_0 \cdot \omega_{ie_y} \\ (\sin \varphi_0 \cdot \cos \gamma_0 + \cos \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \sin \gamma_0) \cdot \omega_{ie_x} - \cos \theta_0 \cdot \sin \gamma_0 \cdot \omega_{ie_y} \end{bmatrix} \quad (5)$$

令陀螺测量的载体系角速度为

$$\omega_g^b = [\omega_{x1} \quad \omega_{y1} \quad \omega_{z1}]^T \quad (6)$$

推导可得

$$\dot{\mathbf{C}}_b^i = \mathbf{C}_b^i \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z1} & \omega_{y1} \\ \omega_{z1} & 0 & -\omega_{x1} \\ -\omega_{y1} & \omega_{x1} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)整理后可得

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = (\cos \gamma \cdot \omega_{y1} - \sin \gamma \cdot \omega_{z1}) / \cos \theta \\ \dot{\theta} = \sin \gamma \cdot \omega_{y1} + \cos \gamma \cdot \omega_{z1} \\ \dot{\gamma} = \omega_{x1} - \sin \theta \cdot \dot{\varphi} \end{cases} \quad (8)$$

式(8)右端不含方位角  $\varphi$ ,因此导航解算的  $\theta(t)$  和  $\gamma(t)$  不依赖于初始方位角  $\varphi(0)$ 。

### 1.1 单位位置寻北算法

当  $\omega_g^b = \omega_{ie}^b$ ,  $\theta(0) = \theta_0$ ,  $\gamma(0) = \gamma_0$  时,可推出

$$\begin{cases} \dot{\varphi}(0) = \frac{-\cos \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \omega_{ie_x} + \cos \theta_0 \cdot \omega_{ie_y}}{\cos \theta_0} \\ \dot{\theta}(0) = \sin \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x} \\ \dot{\gamma}(0) = \cos \varphi_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot \omega_{ie_x} + \sin \theta_0 \cdot \omega_{ie_y} - \sin \theta_0 \cdot \dot{\varphi}(0) \end{cases} \quad (9)$$

式(9)整理后可得

$$\begin{cases} \sin \varphi_0 = \frac{\dot{\theta}(0)}{\omega_{ie_x}} \\ \cos \varphi_0 = \frac{\dot{\gamma}(0) \cdot \cos \theta_0}{\omega_{ie_x}} \\ \varphi_0 = \text{atan} \frac{\dot{\theta}(0)}{\dot{\gamma}(0) \cdot \cos \theta_0} \end{cases} \quad (10)$$

可见,只要求解出  $\dot{\theta}(0)$  和  $\dot{\gamma}(0)$ ,就可以计算出  $\varphi_0$ ,而与地球自转角速度大小  $\omega_{ie}$  和纬度  $L$  无关。

### 1.2 双位置寻北算法

考虑到陀螺的漂移,有

$$\omega_g^b = \omega_{ie}^b + \boldsymbol{\varepsilon}^b = \mathbf{C}_e^b \cdot (\omega_{ie}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^e) \quad (11)$$

式中:  $\boldsymbol{\varepsilon}^b$  为陀螺的漂移角速度;  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  为  $\boldsymbol{\varepsilon}^b$  在地理系的投影矢量。令

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = [\varepsilon_x^e \quad \varepsilon_y^e \quad \varepsilon_z^e]^T \quad (12)$$

$$\omega_{ie}^{e'} = [\omega_{ie_x}' \quad \omega_{ie_y}' \quad 0]^T = [\omega_{ie_x} + \varepsilon_x^e \quad \omega_{ie_y} + \varepsilon_y^e \quad 0]^T \quad (13)$$

将式(12)和式(13)代入式(11),可得

$$\omega_g^b = \mathbf{C}_e^b \cdot \omega_{ie}^{e'} + \mathbf{C}_e^b \cdot [0 \quad 0 \quad \varepsilon_z^e]^T = \omega_{ie}^{b'} + \boldsymbol{\varepsilon}' \quad (14)$$

式中:  $\omega_{ie}^{b'} = \mathbf{C}_e^b \cdot \omega_{ie}^{e'}$ ;

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \varepsilon_z^e \cdot \begin{bmatrix} -\sin \varphi_0 \cdot \cos \theta_0 \\ \cos \varphi_0 \cdot \sin \gamma_0 + \sin \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \gamma_0 \\ \cos \varphi_0 \cdot \cos \gamma_0 - \sin \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \sin \gamma_0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

当  $\omega_g^b = \omega_{ie}^{b'} + \boldsymbol{\varepsilon}'$ ,  $\theta(0) = \theta_0$ ,  $\gamma(0) = \gamma_0$  时,依据式(8)可类似推出

$$\begin{cases} \dot{\varphi}(0) = (-\cos \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \omega_{ie_x}' + \cos \theta_0 \cdot \omega_{ie_y}' + \sin \varphi_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \varepsilon_z^e) / \cos \theta_0 \\ \dot{\theta}(0) = \sin \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x}' + \cos \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e \\ \dot{\gamma}(0) = \cos \varphi_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot \omega_{ie_x}' + \sin \theta_0 \cdot \omega_{ie_y}' - \sin \theta_0 \cdot \dot{\varphi}(0) - \sin \varphi_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot \varepsilon_z^e \end{cases} \quad (16)$$

式(16)化简后可得

$$\begin{cases} \dot{\theta}(0) = \sin \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x}' + \cos \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e \\ \dot{\gamma}(0) \cdot \cos \theta_0 = \cos \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x}' - \sin \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e \end{cases} \quad (17)$$

式(13)代入式(17)可得

$$\begin{cases} \dot{\theta}(0) = \sin \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x} + (\sin \varphi_0 \cdot \varepsilon_x^e + \cos \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e) \\ \dot{\gamma}(0) \cdot \cos \theta_0 = \cos \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x} + (\cos \varphi_0 \cdot \varepsilon_x^e - \sin \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e) \end{cases} \quad (18)$$

可见,式(18)右端与陀螺漂移矢量  $\boldsymbol{\varepsilon}^b$  在地理系  $Y$  轴的投影分量  $\varepsilon_y^e$  无关。

设载体在  $\varphi_0$  时为位置1,载体绕地理系  $Y$  轴旋转  $180^\circ$  后为位置2,在位置2处载体相对地理系的方位角为  $(\varphi_0 + 180^\circ)$ ,俯仰角和倾斜角保持不变,且有  $\varepsilon_{x2}^e = -\varepsilon_x^e$ ,  $\varepsilon_{z2}^e = -\varepsilon_z^e$ 。设位置2处载体的实时姿态角为  $\varphi_2(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 、 $\gamma_2(t)$ ,可得

$$\begin{cases} \dot{\theta}_2(0) = -\sin \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x} + (\sin \varphi_0 \cdot \varepsilon_x^e + \cos \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e) \\ \dot{\gamma}_2(0) \cdot \cos \theta_0 = -\cos \varphi_0 \cdot \omega_{ie_x} + (\cos \varphi_0 \cdot \varepsilon_x^e - \sin \varphi_0 \cdot \varepsilon_z^e) \end{cases} \quad (19)$$

由式(18)和式(19)可得

$$\varphi_0 = \text{atan} \frac{\dot{\theta}(0) - \dot{\theta}_2(0)}{(\dot{\gamma}(0) - \dot{\gamma}_2(0)) \cdot \cos \theta_0} \quad (20)$$

由式(20)可以看出,  $\varphi_0$  算式中已不含陀螺漂移项  $\varepsilon^b$ , 也与地球自转角速度大小  $\omega_e$  和纬度  $L$  无关。

### 1.3 $\dot{\theta}(0)$ 、 $\dot{\gamma}(0)$ 计算方法

在短时间内可以使用3次曲线对俯仰角  $\theta(t)$ 、倾斜角  $\gamma(t)$  进行拟合, 即

$$\theta(t) = K_3^{\theta} \cdot t^3 + K_2^{\theta} \cdot t^2 + K_1^{\theta} \cdot t + K_0^{\theta} \quad (21)$$

$$\gamma(t) = K_3^{\gamma} \cdot t^3 + K_2^{\gamma} \cdot t^2 + K_1^{\gamma} \cdot t + K_0^{\gamma} \quad (22)$$

从而有  $\dot{\theta}(0) = K_1^{\theta}$ 、 $\dot{\gamma}(0) = K_1^{\gamma}$ , 代入式(10)或式(20)即可求出载体方位角  $\varphi_0$ 。

## 2 仿真验证

### 2.1 仿真方法

设定地理纬度  $L$ , 地球自转角速度大小  $\omega_e$ , 载体相对地理系的真实姿态角  $\varphi_0$ 、 $\theta_0$ 、 $\gamma_0$ , 并计算地球自转角速度在载体系的投影矢量  $\omega_e^b$ 。

仿真时,  $\varphi_0$ 、 $\theta_0$  以  $25^\circ$  为间隔取值,  $\gamma_0$  以  $45^\circ$  为间隔取值。设定导航初始俯仰角  $\theta(0) = \theta_0$ , 初始倾斜角  $\gamma(0) = \gamma_0$ ; 由式(9)可知, 导航初始方位角  $\varphi(0)$  的误差不影响  $\theta(t)$  和  $\gamma(t)$  的正确解算, 设定  $\varphi(0)$  为固定值  $15^\circ$ , 以与真实方位角  $\varphi_0$  始终存在误差。

单位置寻北的导航姿态角数据生成仿真中, 在陀螺测量的载体系角速度中不加入漂移矢量  $\varepsilon^b$ , 即  $\omega_g^b = \omega_e^b$ , 以  $\omega_g^b$  驱动仿真程序进行姿态转换阵  $C_i^s$  的更新, 姿态阵更新周期  $20 \text{ ms}$ , 进而计算姿态角  $\varphi(t)$ 、 $\theta(t)$  和  $\gamma(t)$ 。

双位置寻北的导航姿态角数据生成仿真与单位置类似, 但在陀螺测量的载体系角速度中加入  $[-1, 1]$  (单位为  $(^\circ)/\text{h}$ ) 均匀分布的常值漂移矢量  $\varepsilon^b$ , 即  $\omega_g^b = \omega_e^b + \varepsilon^b$ ; 另外, 将  $\varphi_0$  增加  $180^\circ$  后再生成位置2的导航姿态角数据, 在位置2仿真时使用与位置1相同的常值漂移矢量  $\varepsilon^b$ 。

令  $120 \text{ s}$  内的导航姿态角数据为  $\theta(1:6000)$ ,  $\gamma(1:6000)$ , 针对每一组  $\theta(1:i)$ ,  $\gamma(1:i)$ ,  $i \in [10:6000]$ , 根据式(10)或式(20)计算方位角。

在完成上述仿真和方位角计算后, 在双位置寻北仿真中, 再给陀螺测量的载体系角速度中加入均值为0、均方差为  $\sigma$  (单位为  $(^\circ)/\text{h}$ ) 的  $N(0, \sigma)$  高斯随机漂移矢量  $g^b$ , 即  $\omega_g^b = \omega_e^b + \varepsilon^b + g^b$ , 生成导航姿态角数据后根据式(20)计算方位角。

### 2.2 仿真结果

在不加入高斯随机漂移矢量  $g^b$  的情况下, 单位置寻北算法和双位置寻北算法具有基本相同的方位角

计算收敛特性。图1为  $\varphi_0 = 50^\circ$ ,  $\theta_0 = -25^\circ$ ,  $\gamma_0 = -45^\circ$  情况下双位置寻北算法的方位角计算结果。可见, 方位角计算与设定的含有误差的导航初始方位角  $\varphi(0)$  无关, 并且在  $10 \text{ s}$  以内已开始收敛。

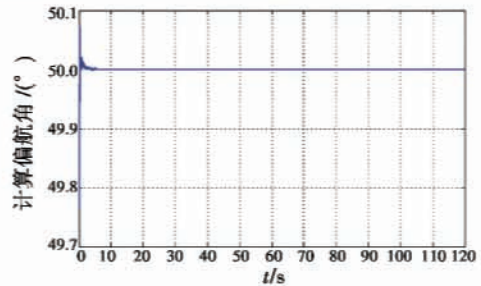


图1 加入常值漂移、不加入随机漂移的方位角

Fig.1 The azimuth with added constant drift and no random drift

图2为加入  $N(0, 0.1)$  的高斯随机漂移后, 在相同情况下双位置寻北算法的方位角计算结果, 可见, 方位角计算结果已无收敛趋势, 计算值围绕真值波动,  $10 \text{ s}$  内幅度已小于  $0.1^\circ$ 。

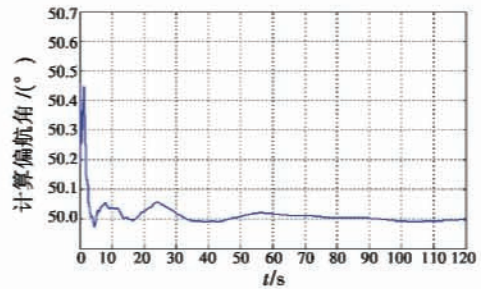


图2 加入常值漂移、 $N(0, 0.1)$  随机漂移的方位角

Fig.2 The azimuth with added constant drift and  $N(0, 0.1)$  Gaussian random drift

图3为加入  $N(0, 0.5)$  的高斯随机漂移后, 在相同情况下双位置寻北算法的方位角计算结果, 同样可见, 方位角已无收敛趋势, 方位角计算值曲线与  $N(0, 0.1)$  的形状相似, 波动幅度约是  $N(0, 0.1)$  的5倍。

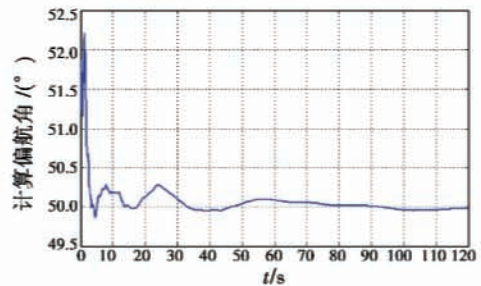


图3 加入常值漂移、 $N(0, 0.5)$  随机漂移的方位角

Fig.3 The azimuth with added constant drift and  $N(0, 0.5)$  Gaussian random drift

## 3 结束语

本文完整推导出了基于载体导航姿态角信息的单位置和双位置寻北新方法, 载体的方位角计算公式较

为简洁, 仅与俯仰角和倾斜角在初始时刻的导数  $\dot{\theta}(0)$ 、 $\dot{\gamma}(0)$  和载体俯仰角  $\theta_0$  有关, 与当地纬度和地球自转角速度无关, 从而取消了对当地纬度的测量需求; 同时, 与文献[2-3]提出的3位置和4位置寻北方法相比较, 本文提出的双位置寻北方法在寻北时间上将大为缩短, 效率更高。

### 参考文献

- [1] 缪玲娟, 陈家斌. 单激光陀螺捷联寻北系统[J]. 北京理工大学学报, 1997, 17(2): 215-219.  
MIAO L J, CHEN J B. On a RLG strapdown north seeking system[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 1997, 17(2): 215-219.
- [2] 李嵘, 白洁雁. 基于 DSP 的全姿态挠性陀螺定北仪的原理与实现[J]. 自动驾驶仪与红外技术, 2002(1): 29-33.
- [3] 党建军, 师为建. 激光捷联惯测装置多位置寻北方案[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(3): 35-37.  
DANG J J, SHI W J. North-seeker based on laser gyroscope strap-down IMU[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006, 26(3): 35-37.
- [4] TITTERTON D H, WESTON J L. 捷联惯性导航技术[M]. 张天光, 王秀萍, 王丽霞, 等译. 北京: 国防工业出版社, 2007.  
TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology[M]. Translated by ZHANG T G, WANG X P, WANG L X, et al. Beijing: National Defense Industry Press, 2007.
- (上接第47页)
- [9] PRANDINI M, WATKINS O J. Probabilistic aircraft conflict detection[R]. IST-2001-32460 of European Commission, 2005SC-186, 2005.
- [10] PRANDINI M, HU J H, LYGEROS J, et al. A probabilistic approach to aircraft conflict detection[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems; Special Issue on Air Traffic Control, 2000, 1(4): 199-200.
- [11] 崔德光, 程朋, 耿睿. 空中交通管制自动化中的冲突概率分析[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2000, 40(11): 119-122.  
CUI D G, CHENG P, GENG R. Conflict probability analysis of automatic air traffic control[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2000, 40(11): 119-122.
- [12] 陈晨, 崔德光, 程朋. 空中交通管制中改进型冲突探测算法研究与应用[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38(19): 250-253.  
CHEN C, CUI D G, CHENG P. Research and application of an improved conflict detection algorithm for air traffic control[J]. Computer Engineering and Applications, 2002, 38(19): 250-253.
- [13] BLOM H A P, BAKKER G J. Conflict probability and incrossing probability in air traffic management[J]. Proceeding of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002, 3(3): 2421-2462.
- [14] WANG F, YANG M, YANG R. Conflict-probability-estimation-based overtaking for intelligent vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2009, 10(2): 366-370.

## 声 明

本刊已许可中国学术期刊(光盘版)电子杂志社、北京万方数据股份有限公司、重庆维普资讯有限公司等在其网络平台和系列数据库产品中以数字化方式复制、汇编、发行、信息网络传播本刊全文, 著作权使用费与本刊稿酬一并支付。作者向本刊提交文章发表的行为即视为同意我部上述声明。