

## 面向分布式融合估计的快速一致性算法

石晓航<sup>1</sup>, 梁青阳<sup>1</sup>, 张庆杰<sup>1</sup>, 李强<sup>2</sup>, 樊超宇<sup>1</sup>

(1. 空军航空大学, 长春 130022; 2. 长春工业大学, 长春 130022)

**摘要:** 针对分布式多传感器网络信息融合估计问题, 提出一种快速一致性算法。首先, 对图论知识、多智能体平均一致性算法以及加权矩阵进行描述; 其次, 利用 LMS 原理以及本地节点与邻居节点的估计误差定义代价函数, 并利用其对加权矩阵进行更新, 得到快速一致性算法, 同时简要介绍了参数选取问题; 最后, 对常用加权矩阵进行仿真实验。结果表明, 快速一致性算法能够提高一致性的收敛速度, 在传感器网络连通度较低时效果明显。

**关键词:** 传感器网络; 信息融合; 分布式; 一致性; 快速收敛

**中图分类号:** V271.4; TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2014)06-0038-05

## Fast Consensus Algorithm for Distributed Fusion Estimation

SHI Xiao-hang<sup>1</sup>, LIANG Qing-yang<sup>1</sup>, ZHANG Qing-jie<sup>1</sup>, LI Qiang<sup>2</sup>, FAN Chao-yu<sup>1</sup>

(1. Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China;

2. Changchun University of Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** To the information fusion estimation in distributed multi-sensor network, a consensus algorithm that can improve the convergence speed is proposed. Firstly, the graph theory, the conventional average consensus algorithm and the weighting matrices are introduced. Then, the cost function is defined by the LMS principle and the estimation error between the local node and its neighbor nodes, and the weighting matrices are updated by the cost function. Thus the fast consensus algorithm can be obtained. The parameter selection is also introduced briefly. Simulation was carried out using several common weighting matrices. The results show that the fast consensus algorithm can improve the convergence speed, especially for the sensor network with low connectivity.

**Key words:** sensor network; information fusion; distributed; consensus; fast convergence

### 0 引言

传统的多传感器融合估计方法是通过融合中心对所有节点的观测信息进行处理<sup>[1]</sup>, 由于中心节点的存在, 这种方法的容错性和可靠性会大大降低, 而分布式估计方法则不需要融合中心, 近年来越来越受到人们的关注。与传统的集中式和分散式估计方法不同, 分布式估计方法只要求每个传感器节点同与其满足通信条件的邻居节点进行通信。但是, 由于各个节点只与部分邻居节点进行通信, 因此每个节点得到的只是

局部的估计结果, 不同节点之间的估计结果必然会在存在偏差。而一致性策略可以对这个偏差进行校正, 使各个节点得到尽可能一致的状态估计。

文献[2]提出了一种用于传感器网络的分布式方法, 利用加权最小二乘逼近方法对静态进行估计; 文献[3]从理论探索和实际应用两个方面介绍了多智能体一致性理论的研究现状, 并结合当前研究进展探讨了多智能体一致性理论的发展趋势; 文献[4]提出了一种基于平均一致性的分布式卡尔曼滤波器, 但此方法没有包括实现分布式卡尔曼滤波足够的分析结果和分布式算法; 文献[5]将一致性策略与卡尔曼滤波结合用于状态估计; 文献[6]提出了一种更新加权系数矩阵来提高一致性算法收敛速度的方法, 但只应用在一个加权矩阵上, 且计算较复杂。

本文根据最小均方算法(Least Mean Square, LMS)

收稿日期: 2013-07-17

修回日期: 2013-09-22

基金项目: 国家自然科学基金(61203355); 吉林省科技发展计划资助项目(20130522108JH)

作者简介: 石晓航(1988—), 男, 吉林吉林人, 硕士生, 研究方向为军用无人机与运用研究。

原理,提出一种快速一致性算法,该算法通过对加权矩阵进行更新来提高一致性算法的收敛速度。

## 1 一致性算法

一致性策略来自于分布式计算中心的一致性问题,其目标是通过局部的信息交换和融合,获得对被观测物理量的高精度的估计。

### 1.1 图论知识

考虑由  $N$  个节点组成的传感器网络,各个节点之间的通信拓扑可以用有向图  $G = (V, \mathcal{E})$  表示,其中:  $V = \{1, 2, \dots, N\}$ , 表示节点;边  $(j, i) \in \mathcal{E}$ , 表示节点  $j$  可以与节点  $i$  通信;  $\Omega_i = \{j | (j, i) \in \mathcal{E}\}$ , 表示能与节点  $i$  通信的所有节点的集合;  $N_i$  表示节点  $i$  的邻居节点个数。数学上,图  $G$  可由一个邻接矩阵  $A$  和一个拉普拉斯矩阵  $L$  来表述,  $A = [a_{ij}]$ , 其非负元素  $a_{ij}$  与图  $G$  中边相对应,  $L$  则定义为  $l_{ij} = \begin{cases} -A_{ij}, & i \neq j \\ \sum_{j=1}^N A_{ij}, & i = j \end{cases}$ , 拉普拉斯矩阵的最小

非零特征值  $\lambda_2(L)$  通常称为图  $G$  的代数连通度,简称连通度。

### 1.2 数学描述

常规的一致性算法形式化描述为<sup>[7-9]</sup>

$$\xi_i(d+1) = W_{ii}(d)\xi_i(d) + \sum_{j \in \Omega_i} W_{ij}(d)\xi_j(d) = \xi_i(d) + \sum_{j \in \Omega_i} W_{ij}(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)] \quad (1)$$

式中:  $\xi_i$  为第  $i$  个节点的状态;  $d$  为各节点间信息交换次序;  $W$  为一致性加权系数,  $W_{ii}$ 、 $W_{ij}$  表示  $W$  中元素。基于式(1)加权迭代,当  $d \rightarrow \infty$ , 所有节点状态  $\xi_i$  渐近达到一致,即

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \xi_i(d) = \lim_{d \rightarrow \infty} \xi_j(d) \quad (2)$$

常用的一致性加权系数矩阵有最大度加权和 Metropolis 加权。

1) 最大度加权  $W^N$ 。

$$W_{ij}^N = \begin{cases} 1/N, & j \in \Omega_i \\ 1 - \Omega_i/N, & i = j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

2) Metropolis 加权  $W^M$ 。

$$W_{ij}^M = \begin{cases} (1 + \max\{\Omega_i, \Omega_j\})^{-1}, & j \in \Omega_i \\ 1 - \sum_{i,k \in \Omega_i} W_{ik}^M, & i = j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

在实际应用中发现,对上述两种加权矩阵进行修正可以得到更快的一致性收敛速度,两种修正一致性加权系数分别定义如下<sup>[8]</sup>。

1) 修正最大度加权  $W^{NN}$ 。

$$W_{ij}^{NN} = \begin{cases} 1/N_{\max}, & j \in \Omega_i \\ 1 - \Omega_i/N_{\max}, & i = j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

2) 修正 Metropolis 加权  $W^{MM}$ 。

$$W_{ij}^{MM} = \begin{cases} [\max(\Omega_i, \Omega_j)]^{-1}, & j \in \Omega_i \\ 1 - \sum_{i,k \in \Omega_i} W_{ik}^{MM}, & i = j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

最大度加权  $W^N$  和 Metropolis 加权  $W^M$  均需要一定的全局信息,而修正最大度加权  $W^{NN}$  和修正 Metropolis 加权  $W^{MM}$  则只需要节点局部信息,因此,更适合对分布式系统中多智能体节点的通信拓扑进行描述。

## 2 快速一致性算法

在常规的一致性问题中,通常假设一致性算法可以迭代无数次,即  $d \rightarrow \infty$ 。但是在分布式融合估计问题中,由于受到通信带宽和传输延迟等因素的限制,一致性算法在当前时刻到下一时刻之间只能迭代有限次 ( $d < \infty$ ),有时甚至只能迭代一次 ( $d = 1$ )。因此,有必要设计一种具有更快收敛速度的一致性算法,使各个节点在有限次迭代的情况下,仍然能输出对被观测状态的一致估计。

### 2.1 更新策略

为了保证在分布式传感器网络连通度较低的情况下,各节点仍能较快地达到一致,根据 LMS 算法原理,利用本地节点与其邻居节点状态估计的误差值,在迭代过程中对一致性加权系数矩阵进行修正,来加快一致性算法的收敛速度。以第  $i$  个节点为例,误差定义为

$$e_i(d) = \frac{\sum_{j \in \Omega_i} [\xi_j(d) - \xi_i(d+1)]}{N_i} = \frac{\sum_{j \in \Omega_i} \{\xi_j(d) - \xi_i(d) - \sum_{j \in \Omega_i} W_{ij}(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)]\}}{N_i} \quad (7)$$

定义代价函数为

$$J_i = E[e_i^2(d)] \quad (8)$$

将代价函数  $J_i$  对  $W_{ij}$  求导可得

$$J'_i = -2E\{e_i(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)]\} \quad (9)$$

利用最速下降法对加权系数矩阵进行更新,可得  $W_{ij}(d+1) = W_{ij}(d) + \mu_i E\{e_i(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)]\}$  (10) 式中,  $\mu_i$  为步长因子。式(10)需要求期望,但在分布式系统中,每个节点只能获得自己及其邻居节点的估计状态,因此利用随机梯度的概念,可以用  $e_i(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)]$  替换式(10)中的  $E\{e_i(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)]\}$ , 则更新方法可改为

$$W_{ij}(d+1) = W_{ij}(d) + \mu_i e_i(d)[\xi_j(d) - \xi_i(d)] \quad (11)$$

$$W_{ii}(d+1) = 1 - \sum_{j=1}^n W_{ij}(d+1) \quad (12)$$

### 2.2 参数设定

如何正确地选择步长因子  $\mu_i$  对算法非常重要。在实验过程中发现,如果  $\mu_i$  选择过小,则会使算法的收敛速度下降,而选择过大又会导致算法不稳定。下面对  $\mu_i$  的选取进行分析。

已知对于 LMS 算法,为保证严格收敛到平均值,它的单步比例因子应该满足<sup>[10]</sup>

$$0 < \mu_i < \frac{2}{\lambda_{\max} \cdot N_i} \quad (13)$$

式中,  $\lambda_{\max}$  为输入信号相关矩阵  $R$  的最大特征值。 $R$  的定义为

$$r_{ij} = E((\xi_j - \xi_i)(\xi_j - \xi_i)^T), j \in N_i \quad (14)$$

由式(14)有

$$R = \sigma_i^2(I I^T + I_{N_i}) \quad (15)$$

式中:  $\sigma_i^2$  为第  $i$  个节点的输入信号的方差;  $I$  为全 1 向量;  $I_{N_i}$  为单位阵。由上式可得  $R$  的最大特征根为

$$\lambda_{\max} = \sigma_i^2(N_i + 1) \quad (16)$$

将式(16)代入式(13)可得

$$0 < \mu_i < \frac{2}{\sigma_i^2 N_i (N_i + 1)} \quad (17)$$

### 2.3 算法描述

以第  $i$  个节点为例,在  $d$  时刻,第  $i$  个节点的状态值  $\xi_i(d)$ 、邻居节点的状态值  $\xi_j(d), j \in \Omega_i$  以及加权矩阵元素  $W_{ij}(d)$  为已知。

- 步骤 1 利用式(1)求出  $\xi_i(d+1)$ ;
- 步骤 2 利用式(7)、式(17)和式(10)求出  $W_{ij}(d+1)$ ;
- 步骤 3 返回步骤 1。

假设网络节点的个数为  $n$ ,节点状态值的维数为  $d$ ,则算法的时间复杂度为  $O(nd^3)$ 。由此可见,算法的复杂度会随着网络节点个数以及节点状态值维数的增加而增大。

## 3 仿真实验

在  $30 \times 30$  的区域内随机生成具有 30 个节点的通信拓扑图,节点分布如图 1 ~ 图 4 所示。

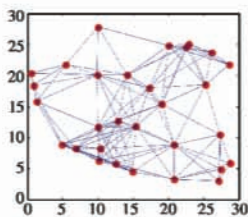


图 1 连通度 1.3017

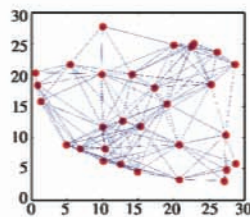


图 2 连通度 1.7097

Fig.1 Connectivity 1.3017 Fig.2 Connectivity 1.7097

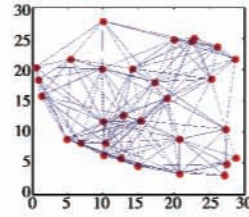


图 3 连通度 2.3784

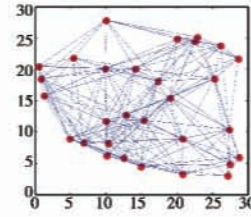


图 4 连通度 3.7510

Fig.3 Connectivity 2.3784 Fig.4 Connectivity 3.7510

各个节点的初始值服从  $N(0, 1^2)$  分布,节点之间是否可以相互通信由它们之间的距离决定,当两个节点之间的距离小于指定距离时,它们之间可以通信,且通信是双向的。各分布图的连通度可以由 1.1 节介绍的定义计算。

### 3.1 一致性误差比较

在仿真实验中,为了衡量快速一致性算法的性能,定义了一致性误差  $e_m$ ,具体形式为

$$e_m = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\xi_i(d) - \bar{\xi}(d)]^2} \quad (18)$$

式中,  $\bar{\xi}(d) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i(d)$ 。图 5 ~ 图 8 分别为连通度为

1.3017 时,本文算法与常规算法的收敛次数比较,其中 4 种加权矩阵可以利用式(3) ~ 式(6) 计算。

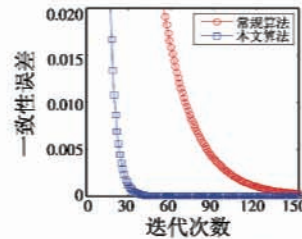


图 5 最大度加权  $W^N$   
Fig.5 Maximum degree weighted  $W^N$

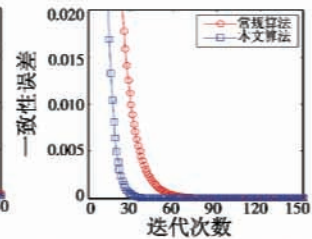


图 6 Metropolis 加权  $W^M$   
Fig.6 Metropolis weighted  $W^M$

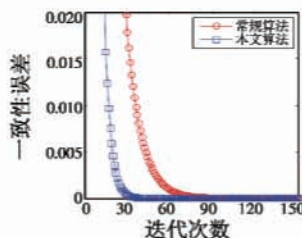


图 7 修正最大度加权  $W^{NN}$   
Fig.7 Fixed maximum degree weighted  $W^{NN}$

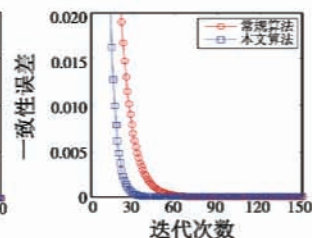


图 8 修正Metropolis 加权  $W^{MM}$   
Fig.8 Fixed Metropolis weighted  $W^{MM}$

由图 5 ~ 图 8 可以看出,当连通度为 1.3017 时,对于 4 种不同的加权矩阵,快速一致性算法的收敛速度均好于常规算法。常规算法在 4 种加权矩阵条件下达到收敛所需的迭代次数分别为 150、80、90 和 70,而快速一致性算法对加权矩阵进行更新之后,收敛次数分别为 40、40、40 和 35,分别提高了 70%、50%、55% 和

50%。4种常用加权矩阵的比较结果表明,对加权矩阵进行更新可以提高算法的收敛速度。由于篇幅所限,这里只给出了一种连通度的情况,其他几种连通度的仿真结果将在下节的蒙特卡罗仿真实验中给出。

### 3.2 蒙特卡罗仿真实验

#### 3.2.1 不同加权矩阵

不同的加权矩阵对算法的收敛速度有一定的影响,因此,将连通度定为2.3784,对4种不同加权矩阵条件下,各节点达到一致时所需的迭代次数进行统计。假设当一致性误差 $e_m$ 小于 $10^{-4}$ 数量级时,认为各节点的值达到了一致。图9~图12给出了50次蒙特卡罗仿真实验中,在不同的加权矩阵条件下,快速一致性算法与常规算法收敛时所需的迭代次数。

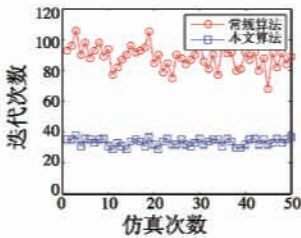


图9 最大度加权 $W^N$   
Fig.9 Maximum degree weighted  $W^N$

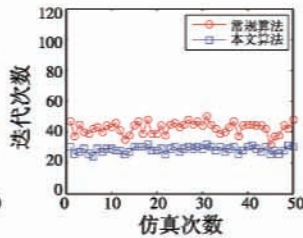


图10 Metropolis 加权 $W^M$   
Fig.10 Metropolis weighted  $W^M$

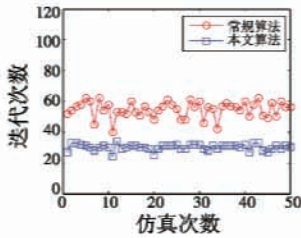


图11 修正最大度加权 $W^N$   
Fig.11 Fixed maximum degree weighted  $W^N$

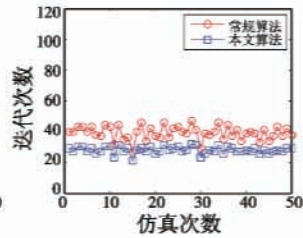


图12 修正 Metropolis 加权 $W^M$   
Fig.12 Fixed Metropolis weighted  $W^M$

由图9~图12可以看出,常规算法对于4种不同的加权矩阵收敛所需的迭代次数约为100、45、55以及40,而快速一致性算法则约为40、30、35和30。从图中还可以看出,在50次蒙特卡罗仿真实验中,快速一致性算法达到收敛时所需的迭代次数上下浮动很小,说明更新加权矩阵不但可以提高算法的收敛速度,还可以使算法更加稳定。

#### 3.2.2 不同的连通度

下面分析在加权矩阵相同,连通度不同的情况下,快速一致性算法与常规算法收敛时所需的迭代次数。同样假设当一致性误差 $e_m$ 小于 $10^{-4}$ 数量级时各节点的值达到一致。图13~图16给出了在加权矩阵为 $W^M$ 时,50次蒙特卡罗仿真实验中,两种算法达到收敛

时所需的迭代次数。

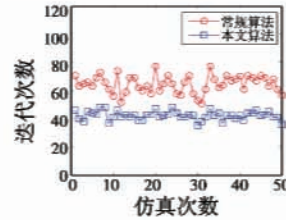


图13 连通度1.3017  
Fig.13 Connectivity 1.3017

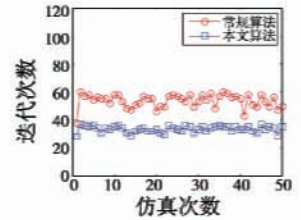


图14 连通度1.7097  
Fig.14 Connectivity 1.7097

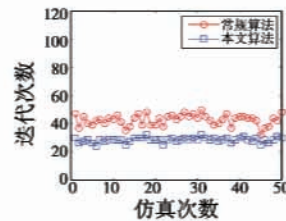


图15 连通度2.3784  
Fig.15 Connectivity 2.3784

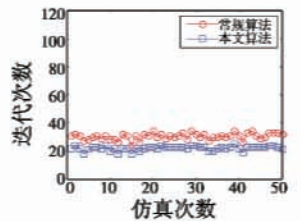


图16 连通度3.7510  
Fig.16 Connectivity 3.7510

由图13~图16可以看出,在不同的连通度条件下,常规算法收敛迭代次数约为70、60、45以及30,而快速一致性算法则约为40、37、28和20。从图中还可以看出,在连通度较低的情况下,快速一致性算法的收敛速度有较大提高,这说明对加权矩阵进行更新后,算法更加适用于连通度较低的分布式传感器网络。

## 4 结论

在分布式多传感器网络结构中,常规的一致性算法存在收敛速度较慢的问题。为了解决这一问题,本文提出了一种快速一致性算法,并在文中对该算法进行详细的推导,同时进行多组仿真实验。实验结果表明,该算法可以明显地提高一致性算法的收敛速度,且更适用于传感器网络连通度较低的情况。

### 参考文献

- [1] 何友,王国宏,陆大铨,等.多传感器信息融合及应用[M].北京:电子工业出版社,2007.  
HE Y, WANG G H, LU D J, et al. Multisensor information fusion with applications[M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2007.
- [2] XIAO L, BOYD S, LALL S. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus[C]//Information Processing in Sensor Networks (IPSN), 2005:63-70.
- [3] 张庆杰,朱华勇,沈林成.多智能体一致性理论研究进展[C]//2010中国制导、导航与控制学术会议(CG NCC2010),2010:40-46.  
ZHANG Q J, ZHU H Y, SHEN L C. A survey of consensus theory in multi-agent system [C]//CGNCC 2010,

- 2010;40-46.
- [4] SPANOS D P, OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Approximate distributed Kalman filtering in sensor networks with quantifiable performance[C]//The Fourth International Symposium on Information Processing in Sensor Networks, 2005;133-139.
- [5] OLFATI-SABER R. Distributed Kalman filtering for sensor networks[C]//The 46th IEEE Conference on Decision and Control, 2007;5492-5498.
- [6] TALEBI M S, KEFAYATI M, KHALAJ B H, et al. Adaptive consensus averaging for information fusion over sensor network[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Mobile Adhoc and Sensor Systems, 2006;562-565.
- [7] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9):1520-1533.
- [8] 刘成林, 田玉平. 具有时延的多个体系统的一致性问题的综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(11):1601-1608, 1614.  
LIU C L, TIAN Y P. Survey on consensus problem of multi-agent systems with time delays[J]. Control and Decision, 2009, 24(11):1601-1608, 1614.
- [9] ZHOU J, WANG Q. Convergence speed in distributed consensus over dynamically switching random networks[J]. Automatica, 2009, 45(6):1455-1461.
- [10] 王林. 多无人机协同目标跟踪问题建模与优化技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2011.  
WANG L. Modeling and optimization for multi-UAV cooperative target tracking[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.

(上接第 37 页)

中、长波红外偏振成像系统的探测能力和探测效果都增强了,而中、长波红外偏振成像的各自特点是:长波红外偏振图像的细节和舒适度比较好,但易受水汽干扰;中波红外偏振图像的对比度高,而且抗云层干扰和观测人工防伪网成像的能力强。因此,可以根据中、长波红外偏振成像特性,按需要进行波段选择。

### 参 考 文 献

- [1] 徐参军, 赵劲松, 蔡毅, 等. 红外偏振成像的几种技术方案[J]. 红外技术, 2009, 31(5):262-266.  
XU C J, ZHAO J S, CAI Y, et al. Several schemes of infrared polarization imaging[J]. Infrared Technology, 2009, 31(5):262-266.
- [2] 陈伟力, 王霞, 金伟其, 等. 采用中波红外偏振成像的目标探测实验[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(1):7-11.  
CHEN W L, WANG X, JIN W Q, et al. Experiment of target detection based on medium infrared polarization imaging[J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(1):7-11.
- [3] 徐参军, 苏兰, 杨根远, 等. 中波红外偏振成像图像处理及评价[J]. 红外技术, 2009, 31(6):362-366.  
XU C J, SU L, YANG G Y, et al. Images processing and evaluation of middle wave infrared polarization imaging system[J]. Infrared Technology, 2009, 31(6):362-366.
- [4] 徐参军, 赵劲松, 潘顺臣, 等. 长波红外偏振图像及其误偏振信息分析[J]. 红外技术, 2012, 34(2):103-108.  
XU C J, ZHAO J S, PAN S C, et al. Analysis of LWIR polarization images and corresponding false polarization information[J]. Infrared Technology, 2012, 34(2):103-108.
- [5] 杨风暴, 李伟伟, 蔺素珍, 等. 红外偏振与红外光强图像的融合研究[J]. 红外技术, 2011, 33(5):262-266.  
YANG F B, LI W W, LIN S Z, et al. Study on fusion of infrared polarization and intensity images[J]. Infrared Technology, 2011, 33(5):262-266.
- [6] GONZALEZ R C, WOODS R E, EDDINS S L. 数字图像处理 (MATLAB 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007:144-178.  
GONZALEZ R C, WOODS R E, EDDINS S L. Digital image processing using MATLAB [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007:144-178.
- [7] LIU G L, LI Y F, CAMERON B D. Polarization-based optical imaging and processing techniques with application to the cancer diagnostics[C]//SPIE, 2002, 4617:208-220.

欢迎投稿 <http://www.dgykz.com>