

## 基于改进型 Voronoi 图的无人机航迹规划研究

潘广贞<sup>1,2</sup>, 李亚女<sup>2</sup>

(1. 北京科技大学, 北京 100083; 2. 中北大学, 太原 030051)

**摘要:** 常规 Voronoi 图只能用于等威胁体的航迹规划, 对实际战场环境有较大的局限性。提出一种基于 Delaunay 三角网的改进型 Voronoi 图, 并将其用于不同威胁体的航迹规划。主要讨论了改进型 Voronoi 图的构造步骤以及起始航迹和终止航迹的确定方法, 最终在 VC++6.0 开发环境下完成了基于改进型 Voronoi 图的航迹规划。结果显示, 规划出的航迹能有效避开雷达等威胁, 表明了改进型 Voronoi 图在基于不同威胁体的航迹规划中的可行性。

**关键词:** 无人机; 航迹规划; 改进型 Voronoi 图; 不同威胁体; Delaunay 三角网

中图分类号: V279

文献标志码: A

文章编号: 1671-637X(2014)04-0015-05

## Route Planning for UAVs Based on Improved Voronoi Diagram

PAN Guang-zhen<sup>1,2</sup>, LI Ya-nü<sup>2</sup>

(1. Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China; 2. North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** Conventional Voronoi diagram can only be used in route planning with the same threats, which is limited in application for actual battlefield environment. We proposed an improved Voronoi diagram based on Delaunay triangulation, and applied it to route planning with different threats. The construction of the improved Voronoi, the obtaining of starting path and ending path were mainly discussed in the paper. Finally the route planning based on the improved Voronoi was completed on the platform of VC++6.0. The result shows that the planned route can effectively avoid the threats as radars, which proves the feasibility of the improved Voronoi in route planning with different threats.

**Key words:** unmanned air vehicle (UAV); route planning; improved Voronoi diagram; different threats; Delaunay triangulation

### 0 引言

无人机航迹规划是指在综合考虑无人机机动性能、突防概率和飞行时间等约束条件下, 寻找一条从起始点到目标点最优飞行航迹<sup>[1-2]</sup>。由于无人机巡航飞行的高度一般在 3000 m 以上, 无法利用地形因素进行威胁规避机动, 因此只考虑其横向运动即水平航迹, 航路规划问题就被简化成为一个二维航路规划问题。专家学者们已经提出了许多航迹规划方法, 包括 A\* 算法、人工势场法、Voronoi 图法、智能优化算法等。Voronoi 图能将复杂的空间区域内航迹搜索问题转化成简单的加权图搜索问题, 大大降低了计算量, 能够满

足航迹规划问题的实时性要求<sup>[3]</sup>, 因此在无人机航迹规划中得到了广泛的应用。

对常规 Voronoi 图的构造均隐含了一个等威胁体的假定, 即所有威胁体的威胁强度值都相同, 这显然不符合实际的战场环境。研究基于不同威胁体的航迹规划更接近实战、更具有现实意义, 因此很有必要对常规 Voronoi 图进行改进, 将其用于不同威胁体的航迹规划。

### 1 常规 Voronoi 图的概念与构造

#### 1.1 常规 Voronoi 图的概念

常规 Voronoi 图就是对平面上任意给定的  $n$  个点  $p_1, p_2, \dots, p_n$  (称为母点), 首先将所有相邻的母点连接成三角形, 然后做这些三角形各边的垂直平分线, 于是在每个三角形顶点周围的若干垂直平分线就形成了以该顶点为生成元的多边形, 称这个多边形为 Voronoi 多

收稿日期: 2013-07-28

作者简介: 潘广贞(1969—), 男, 山东宁阳人, 博士, 硕导, 研究方向为图形图像处理、无人机航迹规划。

边形,由若干个 Voronoi 多边形构成的图称之为 Voronoi 图。

## 1.2 常规 Voronoi 图的构造

常规 Voronoi 图的构造算法有很多,间接法(也称对偶生成法)的使用最普遍,即利用 Voronoi 图的对偶性,首先生成其对偶元 Delaunay 三角网<sup>[4]</sup>。

由上面常规 Voronoi 图的概念可知,每条 Voronoi 边是相邻两个威胁点的垂直平分线。由于在构建常规 Voronoi 图时,假设威胁体的强度值相同,因此当无人机沿 Voronoi 边飞行时,才可以获得相对较高的安全系数<sup>[5]</sup>,不偏向任何一方,受到来自这两个威胁点的威胁也最小。但实际战场环境中并不是所有威胁体的强度值都相同,因此本文提出了一种改进型 Voronoi 图,用于不同威胁体的航迹规划。

## 2 本文提出的改进型 Voronoi 图

### 2.1 Delaunay 三角网

Delaunay 三角网是一系列相连但不重叠的三角形的集合,而且这些三角形的外接圆不包含这个面域的其他任何点。在众多三角网中,Delaunay 三角网所具有的空外接圆特性和最大最小角特性,保证了 Delaunay 三角网中不会出现过于狭长的三角形,使得三角网的构建更加合理;并且也有学者已经证明,Delaunay 三角网是最优的<sup>[6]</sup>。

### 2.2 改进型 Voronoi 图的提出

在威胁体不同时,如果按照常规 Voronoi 图的构造思想,即根据三角形每条边 2 个顶点处威胁强度的比例做垂线,则三条垂线可能不相交于一点,而是会交出一个三角形,如图 1 所示。图 1 中各个顶点处的数字表示该顶点处威胁的强度值, $A$ 、 $B$  和  $C$  3 点根据相应威胁强度的比例确定。

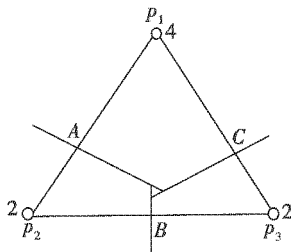


图 1 垂线交点图

Fig. 1 Cross points of verticals

文献[7]中提出 $\triangle ABC$ 的内心所在位置非常重要,不仅可将 $\triangle ABC$ 的顶点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 作为航迹选择点,而且也可将 $\triangle ABC$ 内心所在位置点作为航迹选择点。因此本文在文献[7]研究的基础上,提出了一种基于 Delaunay 三角网的改进型 Voronoi 图,借助 Delaunay 三角网来完成改进型 Voronoi 图的构造。

### 2.3 改进型 Voronoi 图的构造

定义 1 在 Delaunay 三角形中,根据每条边 2 个顶点处威胁强度的比例确定该边的定比分点,然后将各边的定比分点连线组成一个三角形,称此三角形为该 Delaunay 三角形的威胁比例三角形。

图 1 中,连接  $A$ 、 $B$ 、 $C$  3 点组成的  $\triangle ABC$  即为  $\triangle p_1 p_2 p_3$  的威胁比例三角形。点  $A$  到  $p_1$  和  $p_2$  之间的距离与  $p_1$  和  $p_2$  处的威胁强度成正比,即  $p_1 A / p_2 A = W(p_1) / W(p_2)$ ,  $W(p_1)$  为威胁体  $p_1$  的威胁强度值,其余同理。

基于 Delaunay 三角网的改进型 Voronoi 图具体构造步骤如下所述。

1) 首先生成平面上基于不同威胁体的 Delaunay 三角网,即将威胁点中心连接生成 Delaunay 三角网。根据 Delaunay 三角网的空外接圆特性可知,三角网中任意一个 Delaunay 三角形的外接圆范围内不会有其他威胁点存在。

2) Delaunay 三角网生成后,对于每个 Delaunay 三角形,构造其威胁比例三角形及威胁比例三角形的内心,威胁比例三角形的 3 个顶点及其内心构成了该 Delaunay 三角形的 4 个初始航迹点(如果该 Delaunay 三角形 3 个顶点处的威胁强度值相等,那么它们所确定的外接圆圆心成为唯一的航迹点)。

3) 连接每个 Delaunay 三角形所对应的 4 个初始航迹点,即将其威胁比例三角形的 3 个顶点分别与该威胁比例三角形的内心相连,同时与其他相邻 Delaunay 三角形的初始航迹点相连。在每个 Delaunay 三角形顶点周围的角平分线就形成了以该顶点为生成元的多边形,称这个多边形为改进型 Voronoi 多边形,由若干个改进型 Voronoi 多边形构成的图即为改进型 Voronoi 图,如图 2 所示。

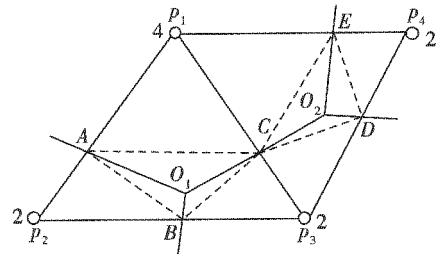


图 2 基于 Delaunay 三角网的改进型 Voronoi 图

Fig. 2 Improved Voronoi diagram based on Delaunay triangulation

图 2 中  $\triangle p_1 p_2 p_3$  和  $\triangle p_1 p_3 p_4$  是生成的 Delaunay 三角网中的 2 个 Delaunay 三角形, $\triangle ABC$  和  $\triangle CDE$  分别为  $\triangle p_1 p_2 p_3$  和  $\triangle p_1 p_3 p_4$  的威胁比例三角形,点  $O_1$  和点  $O_2$  分别为  $\triangle ABC$  和  $\triangle CDE$  的内心。

其中,Delaunay 三角网的生成采用的是逐点插入法中的 Bowyer-Watson 算法<sup>[8]</sup>。在进行点插入之前,本

文首先对点集  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  中的所有点按横坐标升序排列,有利于三角形的定位,能够在一定程度上提高算法的效率。插入新结点  $p_i$  时 Delaunay 三角网的生成过程如图 3 所示。

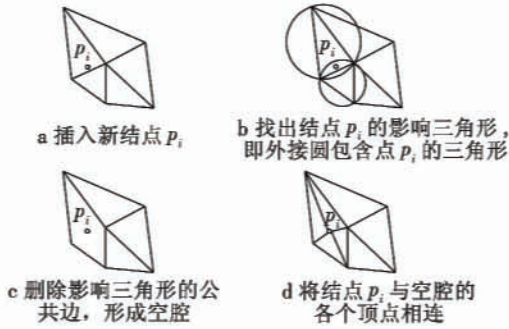


图 3 Delaunay 三角网的生成过程图

Fig. 3 The process of Delaunay triangulation's formation

根据以上基于 Delaunay 三角网的改进型 Voronoi 图的构造方法,可得到平面上威胁(雷达等)场建模的改进型 Voronoi 图,如图 4 所示。

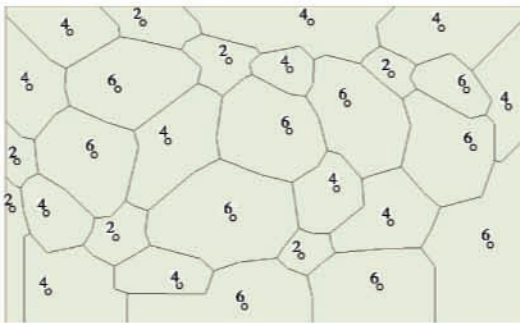


图 4 威胁点集的改进型 Voronoi 图

Fig. 4 The improved Voronoi of threats

由于只考虑无人机在二维平面上的水平航路规划,忽略高度变化,因此将雷达等威胁等效为以威胁源为顶点的圆锥体,然后再投影到二维平面上,这样它们就被等效为以威胁源为圆心的圆。图 4 中,用圆表示威胁体,圆附近的数字为该威胁体的强度值。

### 3 航迹代价计算

改进型 Voronoi 图的边构成了无人机飞行的初始航迹集,当无人机沿着每条边飞行时,都将具有一定的代价,本文首先考虑与距离直接相关的威胁代价  $J_{threat}$  和燃油代价  $J_{fuel}$ 。

雷达、导弹等威胁源构成了与其临近的改进型 Voronoi 边的威胁因素,严格地讲,这两类威胁的原理、时机以及对无人机构成的威胁程度都是不同的,但当简化问题把两类威胁都看成同类威胁时,模型为<sup>[9]</sup>

$$f_{threat j}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin threat j \\ K_j / (d_{xj})^4, & x \in threat j \end{cases} \quad (1)$$

式中  $f_{threat j}(x)$  表示点  $x$  受到威胁  $j$  的威胁程度值;  $x \notin threat j$  表示点  $x$  不在威胁  $j$  的作用范围内,此时点  $x$  受到的威胁为 0;  $K_j$  是威胁  $j$  的强度值;  $d_{xj}$  是点  $x$  到威胁  $j$  中心的距离值。

威胁代价  $J_{threat}$  和燃油代价  $J_{fuel}$  具体的计算可参考文献[10]。

## 4 基于改进型 Voronoi 图的航迹规划

### 4.1 起始航迹与终止航迹的确定

在确定初始最优航迹之前,由于无人机的起始点和目标点不在母点范围之内,因此首先要确定起始航迹与终止航迹。起始航迹是指无人机从起始点出发,首次到达改进型 Voronoi 图的边所有可能的航迹;终止航迹是指无人机从改进型 Voronoi 图的边直接到达目标点所有可能的航迹。

常规 Voronoi 图中起始航迹和终止航迹的确定,为了简化计算,主要采用将起始点和目标点分别与距离自身几何距离最近的 Voronoi 顶点  $A, B$  直接相连的方式<sup>[3,11]</sup>,这种方式对起始点和目标点进行了限制,无人机从起始点出发时必须经过  $A$  点,回到终点时必须经过  $B$  点,使求得的航迹很可能不是最优。因此,根据“点到直线之间垂线段最短”的性质,本文提出一种新的确定起始航迹和终止航迹的“垂线式”方法,并将其用于改进型 Voronoi 图的航迹规划中。

确定起始航迹和终止航迹,首先要确定起始点和目标点所在的 Voronoi 区域,然后从起始点和目标点向其所在 Voronoi 区域的边界做垂线。以起始点为例,改进型 Voronoi 图中确定起始航迹的具体步骤如下所述。

1) 确定起始点所在的 Delaunay 三角形。设  $\Delta p_1 p_2 p_3$  3 个顶点的坐标分别为  $p_1(x_1, y_1), p_2(x_2, y_2), p_3(x_3, y_3)$ , 起始点坐标为  $S(x, y)$ 。根据 3 个顶点的坐标可求得  $\Delta p_1 p_2 p_3$  的 3 条边分别为  $p_1 p_2: f(x, y) = 0$ ;  $p_2 p_3: g(x, y) = 0$ ;  $p_1 p_3: h(x, y) = 0$ 。如果  $f(x_3, y_3) * f(x, y) > 0 \ \&\& \ g(x_1, y_1) * g(x, y) > 0 \ \&\& \ h(x_2, y_2) * h(x, y) > 0$  成立,则点  $S$  位于  $\Delta p_1 p_2 p_3$  内。起始点  $S$  位于其他 Delaunay 三角形的判断同理。

2) 确定起始点所在的 Voronoi 区域。确定起始点  $S$  所在的 Delaunay 三角形(记为  $\Delta p_1 p_2 p_3$ )后,  $\Delta p_1 p_2 p_3$  的威胁比例三角形为  $\Delta ABC$ ,  $\Delta ABC$  的内心为  $O_1$ 。若起始点  $S$  与  $\Delta p_1 p_2 p_3$  的某个顶点相连后与  $O_1 A, O_1 B, O_1 C$  都没有交点,则  $S$  就位于该顶点所确定的 Voronoi 区域,其余同理。图 5 中,点  $S$  和顶点  $p_3$  相连后与  $O_1 A, O_1 B, O_1 C$  没有交点,因此点  $S$  位于点  $p_3$  为生成元的 Voronoi 区域。

3) 从起始点  $S$  向其所在 Voronoi 区域的边界做垂

线。找到以该母点(记为  $p_3$ )为生成元的改进型 Voronoi 多边形,从起始点  $S$  向该多边形的各边做垂线,交点为  $T$ (图 5 中,点  $S$  要向  $O_1B, O_1C, O_2C, O_2D$  做垂线)。如果点  $T$  落在角平分线的线段上,则将边  $ST$  加入到起始航迹中。图 5 中只是给出了其中的一条起始航迹。

起始航迹的确定如图 5 所示。同样的方法可以确定终止航迹。

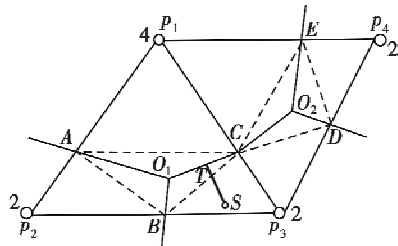


图 5 起始航迹的确定

Fig. 5 Obtaining of starting path

起始点和目标点确定后,根据以上确定起始航迹和终止航迹的方法,得到图 4 所示威胁场中的起始航迹和终止航迹,如图 6 所示。

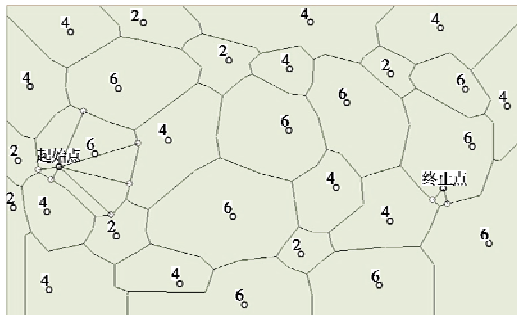


图 6 初始航迹和终止航迹图

Fig. 6 The starting and ending paths

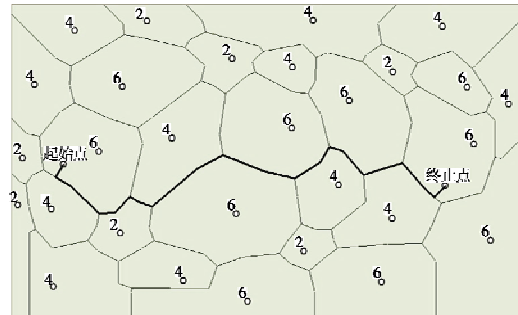
通过上述方法得到的所有起始航迹中,有些距离威胁体很近(如图 6 中某条起始航迹距离威胁强度为 6 的威胁体),这样当无人机沿这些起始航迹飞行时受到的威胁较大。基于这种情况,本文对威胁值设置一个阈值  $R$ ,如果某条起始航迹的威胁值超过  $R$  就将其舍去,从其他的起始航迹中进行选择,从而保证无人机的安全性。对终止航迹做同样的处理。

起始航迹和终止航迹确定后,根据航迹代价函数对每一条边赋予相应的权值,无人机的起始点、目标点与多个威胁体构成的改进型 Voronoi 图就形成了一个从起始点到目标点的赋权有向图。

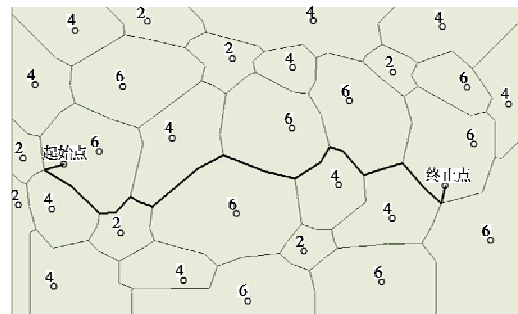
### 4.2 航迹规划

在起始点到目标点的赋权有向图中,使用图论中任何一种最短路径搜索算法都可以找到无人机的初始最优航迹,本文选用了无向的 Dijkstra 算法。起始航迹和终止航迹的确定采用本文提出的“垂线式”方法得

到的初始最优航迹,如图 7a 所示;采用常规 Voronoi 图中与几何距离最近的 Voronoi 顶点直接相连的方式得到的初始最优航迹如图 7b 所示。



a 采用本文提出的新方法



b 采用常规 Voronoi 图中的方法

图 7 基于改进型 Voronoi 图的初始最优航迹

Fig. 7 The initial optimal route based on improved Voronoi

从图 7 可以看出,基于改进型 Voronoi 图规划出的航迹能有效避开雷达等威胁;并且与图 7b 相比,图 7a 中得到的初始最优航迹综合代价较小,航迹较短。

### 4.3 航迹优化

图 7 中得到的初始最优航迹中存在着不可飞的尖角,因此需要对其进行修正,并且使其偏离原来的航迹越少越好,本文采用 B 样条对得到的初始最优航迹进行平滑处理。图 8 是对图 7a 中初始最优航迹优化的结果。

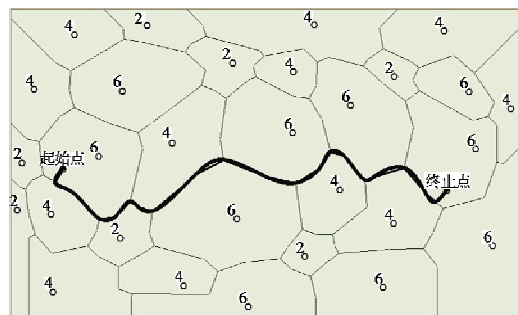


图 8 最优飞行航迹

Fig. 8 The optimal route

## 5 结论

本文在 VC++ 6.0 开发环境下,首先构建雷达等威胁场中基于 Delaunay 三角网的改进型 Voronoi 图;然后采用 Dijkstra 算法找到初始最优航迹;最后对该航迹

进行平滑处理得到无人机可飞的航迹,完成了基于改进型 Voronoi 图航迹规划的全过程。基于改进型 Voronoi 图规划出的航迹能有效地避开雷达等威胁,表明了其在不同威胁体航迹规划中的可行性。起始航迹和终止航迹的确定采用本文提出的新方法时,得到的初始最优航迹综合代价较小,航迹较短,验证了所提方法的有效性。

本文所做的研究是基于二维平面进行的航迹规划,这样在无人机飞行高度很高的情况下是合理的,但如果无人机想利用山谷或其他特殊地形来降低敌方雷达的探测概率,需要在三维空间对无人机的航迹进行规划,这也是本文下一步的研究方向。

### 参考文献

- [1] 杜萍,杨春. 飞行器航迹规划算法综述[J]. 飞行力学, 2005, 23(2): 10-14.  
DU P, YANG C. Introduction of air vehicle path planning algorithms[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(2): 10-14.
- [2] 王绪芝,姚敏,赵敏,等. 基于蚁群算法的无人机航迹规划及其动态仿真[J]. 指挥控制与仿真, 2012, 34(1): 29-31.  
WANG X Z, YAO M, ZHAO M, et al. Path planning for UAV based on ant colony algorithm and dynamic simulation[J]. Command Control & simulation, 2012, 34(1): 29-31.
- [3] 阎代维,谷良贤,王兴治. 基于 Voronoi 图的巡航导弹突防路径规划研究[J]. 弹箭与制导学报, 2005, 25(2): 11-13.  
YAN D W, GU L X, WANG X Z. The study of cruise missile path planning with Voronoi diagram[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2005, 25(2): 11-13.
- [4] 宗大伟. Voronoi 图及其应用研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2006.  
ZONG D W. Voronoi diagrams and its applications[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [5] 陈海汉,刘因,杜运磊. 无人飞行器航迹规划研究[J]. 计算机应用, 2011, 31(9): 2574-2576.  
CHEN H H, LIU Y, DU Y L. Path planning of unmanned aerial vehicle[J]. Journal of Computer Application, 2011, 31(9): 2574-2576.
- [6] 余杰,吕品,郑昌文. Delaunay 三角网构建方法比较研究[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(8): 1158-1167.  
YU J, LÜ P, ZHENG C W. A comparative research on methods of Delaunay triangulation[J]. Journal of Image and Graphics, 2010, 15(8): 1158-1167.
- [7] 高晓光,杨有龙. 基于不同威胁体的无人作战飞机初始路径规划[J]. 航空学报, 2003, 24(5): 435-438.  
GAO X G, YANG Y L. Initial path planning based on different threats for unmanned combat air vehicles[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2003, 24(5): 435-438.
- [8] 周雪梅,黎应飞. 基于 Bowyer-Watson 三角网生成算法的研究[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(6): 198-200.  
ZHOU X M, LI Y F. Algorithm research to generate triangulation network based on Bowyer-Watson[J]. Computer Engineering and Application, 2013, 49(6): 198-200.
- [9] 罗泉. 多威胁条件下对地攻击行动综合航迹规划与任务分配方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.  
LUO Q. Research on integrated route planning and task assignment of air-to-ground attacking under multiple threats[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010.
- [10] 乔侨,史长久. 飞行器航迹规划的多目标优化方法[J]. 微计算机信息, 2010, 26(11): 172-174.  
QIAO Q, SHI C J. Multi-objective optimization method for aircraft path planning[J]. Microcomputer Information, 2010, 26(11): 172-174.
- [11] 冯慧,屈香菊. 基于多目标模糊优化方法的无人机航迹规划[J]. 飞行力学, 2007, 25(2): 25-29.  
FENG H, QU X J. UAV's path planning based on multi-objective fuzzy optimization strategy[J]. Flight Dynamics, 2007, 25(2): 25-29.

欢迎关注新浪微博 @电光与控制