

## 基于 PSO 算法的加速度计快速标定方法

戴邵武, 王克红, 戴洪德

(海军航空工程学院控制工程系, 山东 烟台 264001)

**摘要:** 为减少惯性测量组合标定对转台的依赖, 降低标定对转台控制精度的要求, 在分析传统加速度计模观测迭代标定方法的基础上, 提出一种基于粒子群优化算法(PSO)的加速度计快速标定方法。首先, 基于模观测思想设计构造目标优化函数, 并将其作为 PSO 算法中的适应度函数, 实现了标定方法与 PSO 算法的连接; 其次, 设计了基于最大化观测信息相对于待估计参数的敏感度函数的加速度计标定编排方案; 最后, 对所提方法与牛顿迭代标定方法进行了对比仿真。仿真实验结果表明, 基于 PSO 算法的加速度计快速标定方法具有可行性、有效性, 与传统牛顿迭代标定方法相比更具有优越性。

**关键词:** 惯性测量装置; 加速度计标定; 粒子群优化; 模观测; 敏感度函数

中图分类号: V249; U666.1 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2014)12-0057-04

## A Rapid Calibration Method for Accelerometer Based on PSO Algorithm

DAI Shao-wu, WANG Ke-hong, DAI Hong-de

(Department of Control Engineering, NAAU, Yantai 264001, China)

**Abstract:** In order to reduce the dependence of Inertial Measurement Unit (IMU) calibration on turntable, and decrease its requirement to turntable control precision, we proposed a rapid accelerometer calibration method based on Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm by analyzing the traditional model-observation-principle based iterative calibration method. At first, an objective optimization function was established based on model observation principle, which was taken as the fitness function of PSO algorithm for realizing the connection between the calibration method and PSO algorithm. Then, the accelerator calibration scheduling program was designed based on the estimated parameter's sensitivity function corresponding to the maximum observation information. Finally, simulation was made to the proposed method and Newton iterative calibration method. The results show that, the proposed method is superior to the traditional Newton iterative calibration method in feasibility and effectiveness.

**Key words:** inertial measurement unit; calibration of accelerometer; Particle Swarm Optimization (PSO); model observation; sensitivity function

### 0 引言

惯性测量组合的标定技术一直是惯性技术领域研究的一大重点。传统的分立式标定方法标定准备过程复杂, 标定时间长、标定过程依赖高精度转台。为了克服传统标定方法的弊端, 实现快速标定, 文献[1]提出了模观测的加速度计标定方法; 文献[2]基于上述模

观测思想对 MEMS 加速度计进行成功标定, 采用牛顿迭代法求解非线性方程组获得待标定参数, 并与采用常规标定方法获得的结果进行分析比较。

在模观测方法中, 关键是对非线性方程组的求解。文献[3]采用牛顿迭代算法最小化代价函数, 实现了 MEMS 惯性测量单元的标定; 文献[4]利用下山单纯形优化算法最小化代价函数, 实现了惯性测量单元的无转台标定; 文献[5]将最小化函数问题转化为三维椭球拟合问题, 提出了最小椭球体积的优化标定方法; 文献[6-8]将迭代最小二乘算法应用于非线性方程组的求解, 获得了待标定参数。然而, 迭代最小二乘算法需要求解非线性函数的雅克比矩阵, 比较繁琐甚至不

收稿日期: 2014-04-01 修回日期: 2014-04-26

基金项目: 航空科学基金(20135184007); 中国博士后科学基金项目(2013M532173)

作者简介: 戴邵武(1966—), 男, 湖南邵阳人, 博士, 教授, 研究方向为惯性技术与组合导航。

可能求解,迭代法的收敛性和最终估计结果往往取决于初始值的精度,针对上述传统优化算法存在的不足,国内外许多学者不断探索,提出了许多智能优化算法,这其中就包括粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法,PSO 算法本身具有概念简单和易于实现的优点,一经提出就得到迅速发展,并在多目标优化、动态目标检测等领域取得了成功的应用,然而,该智能算法应用于标定优化问题还没有公开的文献报道。本文基于 PSO 算法,研究了加速度计的快速标定方法。

## 1 加速度计快速标定原理

### 1.1 坐标系定义

本文中设  $e$  系为地球坐标系,  $n$  系为东北天(oENU)导航坐标系,  $b$  系为惯组坐标系, 即载体系,  $a$  系为加速度计敏感轴坐标系, 由于加速度计敏感轴两两之间难以实现完全垂直安装, 所以加速度计敏感坐标系不是正交系。

### 1.2 加速度计输出模型

单位时间加速度计脉冲输出模型<sup>[9]</sup>为

$$\mathbf{N}_a = \mathbf{K}_a \cdot \mathbf{f}^b + \mathbf{D}_a + \mathbf{n}_a \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$ , 为加速度计的脉冲当量矩阵。

阵,  $K_{11}, K_{22}, K_{33}$  为加速度计的标度因数,  $K_{12}, K_{13}, K_{21}, K_{23}, K_{31}, K_{32}$  为加速度计等效安装误差系数;  $\mathbf{N}_a = [N_{ax} \ N_{ay} \ N_{az}]^T$ , 为单位时间加速度计输出脉冲数, 单位为 pulse;  $\mathbf{f}^b = [f_x^b \ f_y^b \ f_z^b]^T$ , 为比力矢量在  $b$  系的表示;  $\mathbf{D}_a = [D_{ax} \ D_{ay} \ D_{az}]^T$ ,  $\mathbf{n}_a = [n_{ax} \ n_{ay} \ n_{az}]^T$ , 分别为加速度计常值零偏和测量噪声。

根据式(1)表示的加速度计输入输出关系, 可以从加速度计脉冲输出得到比力测量结果。

$$\mathbf{f}^b = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = \mathbf{K}_a^{-1} \cdot \begin{bmatrix} N_{ax} - D_{ax} - n_{ax} \\ N_{ay} - D_{ay} - n_{ay} \\ N_{az} - D_{az} - n_{az} \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{K}_a \mathbf{N}_a - \mathbf{f}_0 - \boldsymbol{\delta}_a. \quad (2)$$

### 1.3 模观测标定原理

在静态条件下, 加速度计的测量满足

$$\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b = -\mathbf{g} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{C}_b^n$  为载体系到导航系的方向余弦阵;  $\mathbf{g}$  为重力加速度。根据式(3), 对加速度计的测量取模得

$$|\mathbf{f}^b| = |\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b| = |-\mathbf{g}| = g. \quad (4)$$

式(4)表明, 静态条件下, 无论惯测组合处于什么姿态, 加速度的测量模都是已知的(等于当地重力加速度的大小)。

将加速度计标定参数模型(2)代入式(4)得

$$|\mathbf{f}^b| = |\mathbf{K}_a \mathbf{N}_a - \mathbf{f}_0 - \boldsymbol{\delta}_a| = g \quad (5)$$

两边平方, 整理得

$$g^2 = |\mathbf{f}^b|^2 = (\mathbf{K}_a \mathbf{N}_a - \mathbf{f}_0 - \boldsymbol{\delta}_a)^T (\mathbf{K}_a \mathbf{N}_a - \mathbf{f}_0 - \boldsymbol{\delta}_a) \quad (6)$$

则得到了单个静态测量位置关于加速度计待标定参数的非线性方程, 多个静态位置的观测可以组成非线性方程组, 求解非线性方程组就可得到标定参数。针对传统非线性方程组求解方法的不足, 文中用 PSO 优化方法来解上述非线性方程组, 构造目标函数

$$L_a(\boldsymbol{\theta}^a) = \sum_{j=1}^J (g^2 - |(\mathbf{f}^b)_j|^2)^2 \quad (7)$$

式中:  $\boldsymbol{\theta}^a = [\mathbf{K}_a \ \mathbf{f}_0]$ , 为待标定参数;  $J$  为标定时静态测试的位置数。这样, 就将非线性方程组的求解问题转化为一个全局优化问题, 通过最小化目标函数即可得到待标定参数。

## 2 PSO 算法

### 2.1 PSO 算法描述

PSO 算法是一种进化计算技术, 由 Eberhart 博士和 Kennedy 博士提出, 源于对鸟群捕食行为的研究。

PSO 算法的速度和位置更新方程为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} \nu_{id}^{k+1} = \omega \nu_{id}^k + c_1 r_1 (g_{best,d}^k - x_{id}^k) + c_2 r_2 (p_{best,id}^k - x_{id}^k) \\ x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + \nu_{id}^{k+1} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\nu_{id}^k, x_{id}^k, p_{best,id}^k$  分别为粒子  $i$  在第  $k$  次迭代中第  $d$  维的速度、位置和个体最优位置;  $g_{best,d}^k$  为整个种群在第  $k$  次迭代中第  $d$  维的全局最优位置;  $r_1, r_2$  为  $[0, 1]$  上的随机数;  $\omega$  为惯性系数;  $c_1, c_2$  为加速系数(或称学习因子); 为了减少进化过程中粒子离开搜索空间的可能性,  $\nu_{id}$  通常限定于一定范围, 即  $\nu_{id} \in [-\nu_{max}, \nu_{max}]$ 。

PSO 算法的基本流程<sup>[11]</sup>如图 1 所示。

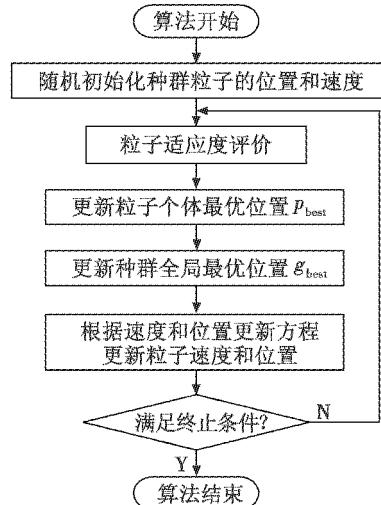


图 1 PSO 算法基本流程图

Fig. 1 Basic flow chart of PSO algorithm

## 2.2 PSO 算法收敛性分析

PSO 算法的粒子运动能否收敛决定了算法的有效性,从式(8)可以看出,粒子速度更新时,除了  $p_{best,id}^k$  和  $g_{best,d}^k$  对搜索空间各维的联系外,各维的更新是相互独立的。在忽略这种影响的条件下,将粒子位置、速度更新从 D 维简化为一维<sup>[12]</sup>,每次迭代中粒子的运动可看成是独立的,这样标准粒子群优化算法简化模型<sup>[11]</sup>为

$$\mathbf{Y}(k+1) = \mathbf{AY}(k) + \mathbf{Bp} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ x(k) \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \phi & \omega \\ -\phi & \omega \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \end{bmatrix}$ ;  $\phi =$

$$c_1 r_1 + c_2 r_2; p = \frac{c_1 r_1 P_{best,id} + c_2 r_2 g_{best,d}}{\phi}。可以看出模型(9)$$

是标准离散线性系统的状态方程。根据离散系统稳定性理论,系统稳定的充要条件是特征方程的所有零点均位于 z 平面上的以原点为圆心的单位圆内,具体过程见文献[12]。这里直接给出 PSO 算法稳定、收敛的条件: $1 - \omega > 0$ ,且  $2\omega + 2 > \phi$ 。

## 3 加速度计标定编排

标定编排是加速度计标定中的一个重要问题,如果要完全标定出加速度计 12 个参数,需要进行多个位置的静态测试。

在加速度计标定编排中,一种简单的最优输入编准则:最大化观测信息相对待估计参数的敏感度函数<sup>[6,13]</sup>。重新考察式(6),由于  $\mathbf{K}_a = \mathbf{K}_a^{-1}$ ,不妨先假

设  $\mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$ ,根据式(6),在忽略噪声的情

况下构造观测信息函数为

$$F(|\mathbf{f}^b|) = |\mathbf{f}^b|^2 = (f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2 = (k_{11}N_{ax} + k_{12}N_{ay} + k_{13}N_{az} - f_{0x})^2 + (k_{21}N_{ax} + k_{22}N_{ay} + k_{23}N_{az} - f_{0y})^2 + (k_{31}N_{ax} + k_{32}N_{ay} + k_{33}N_{az} - f_{0z})^2。 \quad (10)$$

将  $F(|\mathbf{f}^b|)$  分别对待标定的 12 个参数求偏导数得  $\frac{\partial F(|\mathbf{f}^b|)}{\partial k_{ij}} = 2N_{aj}f_i^b$ ,  $\frac{\partial F(|\mathbf{f}^b|)}{\partial f_{0i}} = -2f_i^b$ , (其中  $i, j = x, y, z$ )。当  $i=j$  时,  $i$  ( $i=x, y, z$ ) 加速度计敏感轴朝上或朝下与重力加速度平行时,敏感函数  $\frac{\partial F(|\mathbf{f}^b|)}{\partial k_{ii}} = 2N_{ai}f_i^b$ ,

$\frac{\partial F(|\mathbf{f}^b|)}{\partial f_{0i}} = -2f_i^b$  的绝对值达到最大,这些位置是标度因数和零偏的标定最优位置。当  $i \neq j$  时,重力加速度的方向处于  $i$  和  $j$  敏感轴组成的平面内,且与敏感轴分别成  $45^\circ$  或者  $135^\circ$  时,  $\frac{\partial F(|\mathbf{f}^b|)}{\partial k_{ij}} = 2N_{aj}f_i^b$  (其中  $i, j = x, y, z, i \neq j$ ) 的绝对值最大,这些位置是标定加速度计安装误差系数的最优位置。

具体编排方案如表 1 所示。

表 1 12 位置标定编排方案

Table 1 Calibration scheme for 12 positions

位置 #	1	2	3
描述	$x$ -东, $y$ -北, $z$ -天	$x$ -天, $y$ -北, $z$ -西	$x$ -西, $y$ -北, $z$ -地
图示			
位置 #	4	5	6
描述	$x$ -西, $y$ -地, $z$ -南	$x$ -地, $y$ -东, $z$ -南	$x$ -东, $y$ -天, $z$ -南
图示			
位置 #	7	8	9
描述	$x$ -东偏上 $45^\circ$ , $y$ -西偏下 $45^\circ$ , $z$ -北, $x$ -西偏上 $45^\circ$ , $y$ -北, $z$ -东偏下 $45^\circ$ , $x$ -西, $y$ -北偏下 $45^\circ$ , $z$ -南偏下 $45^\circ$		
图示			
位置 #	10	11	12
描述	$x$ -西, $y$ -北偏上 $45^\circ$ , $z$ -南偏上 $45^\circ$ , $x$ -东偏上 $45^\circ$ , $y$ -西偏上 $45^\circ$ , $z$ -南	$x$ -西偏下 $45^\circ$ , $y$ -东偏下 $45^\circ$ , $z$ -南	
图示			

## 4 实验仿真与分析

为了验证所提方法的可行性、有效性与优越性,接下来进行与牛顿迭代法的对比仿真分析。

根据 PSO 算法的收敛性条件设置好算法的参数,使得算法前期具有较强的全局搜索能力,后期具有局部寻优的能力。

按照加速度计标定位置编排方案进行仿真,仿真中考虑到牛顿迭代法存在的不足,对牛顿迭代法进行了多次不同初值与迭代精度的仿真,取出最优的一组标定数据,两种方法的加速度计标定结果如表 2 所示。

表 2 牛顿迭代法与 PSO 算法标定结果对比表

Table 2 Calibration result comparison between Newton iterative method and PSO algorithm

标定 结果	真值	牛顿迭代法		PSO 算法	
		标定值	相对误差	标定值	相对误差
$K_{11}$	5.6392E+5	5.6356E+5	-6.3839E-4	5.6392E+5	0
$K_{12}$	-2.3575E+2	-2.4612E+2	4.3987E-2	-2.3581E+2	2.5451E-4
$K_{13}$	-6.9285E+2	-6.7843E+2	-2.0813E-2	-6.9288E+2	4.3299E-5
$K_{21}$	-2.8895E+2	-2.7886E+2	-3.4920E-2	-2.8897E+2	6.9216E-5
$K_{22}$	5.6698E+5	5.6613E+5	-1.4992E-3	5.6698E+5	0
$K_{23}$	-2.6772E+2	-2.6512E+2	-9.7116E-3	-2.6769E+2	-1.1206E-4
$K_{31}$	4.2258E+2	4.3468E+2	2.8634E-2	4.2262E+2	9.4657E-5
$K_{32}$	-4.4782E+2	-4.5278E+2	1.1076E-2	-4.4784E+2	4.4661E-5
$K_{33}$	5.6779E+5	5.6715E+5	-1.1272E-3	5.6779E+5	0
$D_{ox}$	-3.0832E+3	-3.0846E+3	4.5407E-4	-3.0832E+3	0
$D_{oy}$	1.1723E+4	1.2123E+4	3.4121E-2	1.1723E+4	0
$D_{oz}$	6.0155E+3	6.0185E+3	4.9871E-4	6.0155E+3	0

从表 2 中的标定结果可看出:牛顿迭代法能够实现加速度计的标定,但是标定结果误差比较大,最大标定相对误差为  $4.3987E-2$ 。在仿真中发现,牛顿迭代标

定法运行速度较慢,仿真时间长,很容易出现进行不下去的现象,这是牛顿迭代算法本身存在的不足造成的。对于标度因数和零偏,PSO 算法能够实现准确的标定,考虑 PSO 算法本身具有的随机性、动态性,对于加速度计的等效安装误差系数的标定也是有效的,等效安装误差角最大相对误差为  $2.5451E-4$ 。对比可知,基于 PSO 算法的加速度计标定方法具有可行性,比牛顿迭代法更具有有效性和优越性。

## 5 结论

本文从工程实际需要的角度出发,针对传统模观测方法在非线性方程组求解过程中存在的不足,提出了一种基于 PSO 算法的加速度计标定方法。该方法基于比力模观测原理,将标定非线性方程组构造成目标优化函数,然后利用 PSO 算法迭代求解待标定参数。为了验证该方法的可行性和有效性和优越性,与传统的牛顿迭代加速度计标定方法进行了对比仿真分析。仿真实验表明,基于 PSO 算法的加速度计标定方法具有可行性,比牛顿迭代法更具有有效性和优越性。

## 参 考 文 献

- [1] LÖTTERS J C, SCHIPPER J, VELTINK P H, et al. Procedure for in-use calibration of triaxial accelerometers in medical applications[J]. Sensors and Actuators A:Physical, 1998, 61(1):221-228.
- [2] FROSIO I, STUANI S, BORGHESE N A. Autocalibration of MEMS accelerometer [C]//Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IMTC 2006), Hilton Sorrento Palace, Sorrento, Italy, 2006:519-523.
- [3] SKOG I, HÄNDEL P. Calibration of a MEMS inertial measurement unit[DB/OL]. [2014-04-25]. <http://wenku.baidu.com/link>.
- [4] FONG W T, ONG S K, NEE A Y C. Methods for in-field user calibration of an inertial measurement unit without external equipment[J]. Measurement Science and Technology, 2008. doi:10.1088/0957-0233/19/8/085202.
- [5] BONNET S, BASSOMPIERRE C, GODIN C, et al. Calibration methods for inertial and magnetic sensors [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2009, 156:302-311.
- [6] WON S P, GOLNARACHI F. A triaxial accelerometer calibration method using a mathematical model [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, 59:2144-2153.
- [7] SYED Z F, AGGARWAL P, GOODALL C, et al. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems[J]. Measurement Science and Technology, 2007, 18(7):1897-1907.
- [8] SHIN E H. Accuracy improvement of low cost INS/GPS for land applications[D]. Calgary:University Calgary, 2001.
- [9] 张红良. 陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.  
ZHANG H L. Research on error parameter estimation of land high-precision ring laser gyroscope strap down inertial navigation system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010.
- [10] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Proceedings IEEE International Conference on Neural Networks, IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995, 4:1942-1948.
- [11] 王洪涛. 粒子群优化算法的改进及应用[D]. 西安:西安科技大学, 2011.  
WANG H T. Modification and application of particle swarm optimization algorithm[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2011.
- [12] TRELEA I C. The particle optimization algorithm: Convergence analysis and parameter selection [J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6):317-325.
- [13] YANG J, WU W Q, WU Y X, et al. Improved iterative calibration for triaxial accelerometers based on the optimal observation[J]. Sensors, 2012(12):8157-8175.

欢 迎 踊 跃 投 稿

欢 迎 刊 登 广 告