

## 基于最大可知度的无人机协同搜索控制方法

张立鹏, 赵建辉, 肖永德  
(空军西安飞行学院理论训练系, 西安 710306)

**摘要:** 针对不确定环境下无人机(Unmanned Aerial Vehicles, UAVs)协同搜索问题,为实现最优化目标,分别对不确定环境、无人机平台、网络通信关系以及协同搜索探测更新建立数学模型,提出一种基于最大可知度(Uncertainty Value Reducing Maximization)的控制算法。采用该算法解决多无人机不确定环境下协同搜索问题,并证明控制算法的相关数学特性,最后从不同角度对协同搜索控制算法进行仿真。仿真结果表明,该算法不仅能够有效实现协同搜索,且能保证搜索区域覆盖性和时间优越性。

**关键词:** 无人机; 协同搜索; 不确定环境; 最大可知度

**中图分类号:** V279; TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2014)11-0033-08

## A Control Method for the UAV Cooperative Searching Based on Uncertainty Value Reducing Maximization

ZHANG Li-peng, ZHAO Jian-hui, XIAO Yong-de  
(Department of Theory and Training, Air Force Xi'an Flight College, Xi'an 710306, China)

**Abstract:** The problem of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) cooperative searching in the uncertainty environment was studied. In order to realize target optimization, the models of uncertainty environment, the UAVs, network communication relationship and cooperative search/detect updating were established. A cooperative searching control method based on Uncertainty Value Reducing Maximization (UVRM) was presented. The problem of UAV cooperative searching in the uncertainty environment was solved by this control arithmetic, and the mathematic characteristic was proved. Simulation was made for control arithmetic of cooperative searching from different aspects. The simulation results show that the algorithm can not only implement cooperative search, but also ensure spreadability of the searching area and superiority of the searching time.

**Key words:** UAV; cooperative searching; uncertainty environment; Uncertainty Value Reducing Maximization

### 0 引言

随着无人机系统的不断发展,使用无人机对战场进行侦察搜索已经成为获得战场信息的重要手段<sup>[1]</sup>。在未来信息化、网络化战场环境下,单无人机平台所能发挥的作战效能将极为有限,而采用无人机协同的方式可以有效地弥补这个缺陷<sup>[2-3]</sup>。无人机协同搜索不但可以提高搜索效率、缩短搜索时间,为后续执行跟踪打击任务奠定了基础,而且当某些无人机被敌方摧毁

时,不至于使我方的侦察搜索过程中断。

目前对于协同搜索问题的研究,文献[4]采用自适应模型预测控制算法计算无人机的在线轨迹,达到协同搜索的目的,但随着时间推移,计算量越来越大;文献[5]通过蒙特卡罗仿真,以理论上最优搜索为标准,对静止目标的搜索问题进行了评估,但对动态环境没有涉及;文献[6]采用 Markov 链预测,建立了运动目标的预测模型,但未能有效体现无人机协同的作用;文献[7]将多个无人机建模为一个控制系统,只是对模型预测控制理论(MPC)和遗传算法(GA)的有效结合进行了理论研究。

为实现协同搜索的最优化目标,本文采用基于最大可知度的方法研究无人机协同搜索问题。首先对不

收稿日期:2013-08-26 修回日期:2014-01-15

基金项目:中国航空科学基金(20101996012)

作者简介:张立鹏(1986—),男,陕西礼泉人,硕士,助教,研究方向为无人机协同控制技术。

确定环境下协同搜索问题进行描述,分别对不确定环境、无人机平台、网络通信关系以及协同搜索探测更新建立数学模型,提出一种基于最大可知度的控制算法,并采用该算法解决多无人机不确定环境下协同搜索问题,最后从不同角度对协同搜索控制算法进行仿真。

### 1 不确定环境下协同搜索问题描述

所谓无人机协同搜索是指参与搜索的无人机按照一定的规则在搜索区域上空作某种运动,并通过无人机上安装的传感器载荷获得所需信息<sup>[8-9]</sup>。本文假设无人机之间的信息交互满足一致性的要求,下面给出不确定环境下协同搜索问题的数学描述。

**定义 1** 在离散化的战场环境中,存在  $N_T$  个搜索目标,参与搜索的无人机为  $N_V$  ( $N_V > 1$ ) 架,划分搜索区域  $N_{\text{area}}$  为  $N_{\text{cell}}$  个小单元,记单元格为  $L(x, y)$ ,同时在搜索过程中  $t$  时刻目标存在概率为  $P_t(L(x, y))$ ,则整个搜索区域  $N_{\text{area}}$  形成一个概率图  $I_M(t)$ ,定义搜索决策变量为  $d(t) \in D(t)$ ,则无人机协同搜索问题为  $\max_{d(t) \in D(t)} f(I_M(t), d(t))$ 。

下面给出一个具体实例,使无人机协同搜索的概念更加清晰直观。假设有 3 架无人机在搜索区域协同搜索,搜索区域可按照定义 1 划分为  $200 \times 200$  的搜索单元格,其中,  $Z$  轴代表每个单元格目标存在的概率  $P_t(L(x, y))$ ,搜索中无人机通过自身传感器和无线通信网络获得目标存在信息,不断更新概率图  $I_M(t)$ ,例如在  $t+1, t+2, \dots$  时刻概率图更新为  $I_M(t+1), I_M(t+2), \dots$ , 这些信息将作为无人机后续搜索决策的重要依据。如上所述,不确定环境中无人机协同搜索情况如图 1 所示。

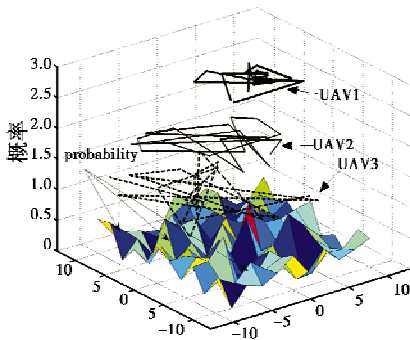


图 1 不确定环境中无人机协同搜索示意图  
Fig. 1 The schematic diagram of UAV cooperative searching in the uncertainty environment

### 2 不确定环境下协同搜索模型

#### 2.1 不确定环境模型

不确定环境平面区域  $E$  可划分为  $L_x \times L_y$  单元网格,定义单元网格坐标为  $L(x, y)$ ,其在  $t$  时刻的不确定

度为  $z(x, y, t) \in [0, 1]$ ,随着无人机不断重复地对某一单元网格  $L(x, y)$  搜索,不确定度  $z(x, y, t)$  将从 1 逐渐减少,最终趋向于 0。

假设存在常量  $C$  为预先设定的可以接受且接近于 0 的阈值,如果满足  $z(x, y, t) \leq C$ ,那么可以认为单元网格  $L(x, y)$  不必再进行搜索。为描述搜索过程中环境信息的变化,提出不确定减少率的概念,记为  $\mu_i \in [0, 1]$ ,由于假设  $\mu_i = \mu_j$  ( $i \neq j$ ),所有无人机的不确定减少率为  $\mu \in [0, 1]$ ,则有

$$z(x, y, t + 1) = (1 - \mu) \cdot z(x, y, t) \quad (1)$$

当有  $m$  架无人机在  $t+1$  时刻搜索单元网格,则

$$z(x, y, t + 1) = (1 - \mu)^m \cdot z(x, y, t) \quad (2)$$

例如,取  $\mu = 0.6, z(x, y, t) = 1, m = 4$ ,则不确定度  $z(x, y, t + T)$  的变化如图 2a 所示,其中,  $T = 1, 2, 3, 4$ ; 图 2b 为每次搜索不确定的减少量,可以看出第一次搜索不确定的减少量最大。

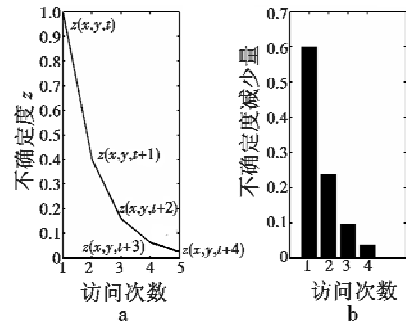


图 2  $z(x, y, t)$  随搜索次数的变化曲线  
Fig. 2 The relationship between  $z(x, y, t)$  and number of searching

对于  $L(x, y)$  中是否存在搜索目标,提出目标存在概率  $p(x, y, t)$ ,此时环境信息的不确定度  $z(x, y, t)$  可用  $p(x, y, t)$  熵的概念来描述,记  $P(t) = p(x, y, t)$ ,则

$$\begin{cases} z(x, y, t) = \begin{cases} 0 & P(t) = 0 \text{ or } 1 \\ H[P(t)] & \text{otherwise} \end{cases} \\ H[P(t)] = -P(t) \text{lb} P(t) - (1 - P(t)) \text{lb} (1 - P(t)) \end{cases} \quad (3)$$

$z(x, y, t)$  与  $p(x, y, t)$  的关系如图 3 所示。

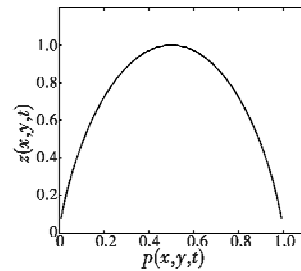


图 3  $z(x, y, t)$  与  $p(x, y, t)$  关系曲线图  
Fig. 3 The relationship between  $z(x, y, t)$  and  $p(x, y, t)$  number of searching

对于不确定环境中目标是否存在  $s(x, y, t)$  的描述,如同前面定义  $z(x, y, t)$  时采用阈值  $C$ ,认为当目标存在概率  $p(x, y, t)$  达到阈值  $P$  时目标存在,否则,目标不存在。因此,  $s(x, y, t)$  表达式为

$$s(x, y, t) = \begin{cases} 1 & p(x, y, t) \geq P \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

### 2.2 无人机运动模型

以状态空间的形式对无人机运动模型进行描述<sup>[10]</sup>,设无人机在满足自身物理约束条件的基础上,可以从一个单元网格  $L(x_i, y_j)$  移动到相邻的单元网格  $L(x_s, y_s)$ ,无人机状态变量为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(t) = [\mathbf{p}_i(t) \ o_i(t) \ \zeta_i(t)] \\ \mathbf{p}_i(t) = (x_i(t), y_i(t)) \in \{1, 2, \dots, L_x\} \times \{1, 2, \dots, L_y\} \\ o_i(t) \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ \zeta_i(t) \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{x}_i(t)$  为 UAV $i$  在  $t$  时刻的状态量;  $\mathbf{p}_i(t)$  为位置矢量;  $o_i(t)$  为运动方向,8 个数字分别代表 8 个方向,如图 4 所示;  $\zeta_i(t)$  为标识量,表示无人机是否被摧毁,0 表示被摧毁,1 表示没有被摧毁。

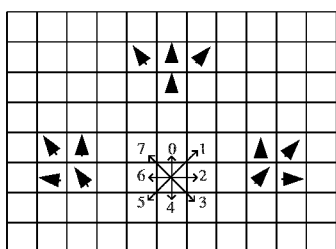


图 4 无人机运动规则示意图

Fig. 4 The schematic diagram of movement rule for UAVs

如图 4 所示,无人机平台模型由于曲率半径的限制,无人机的运动只能到达相邻的 3 个位置,数学描述为  $o_i(t+1) \in \{o_i(t) - 1, o_i(t), o_i(t) + 1\} \bmod 8$ ,即 UAV $i$  可以左拐(left)、右拐(right)以及直行(front),故可定义 UAV $i$  决策控制量

$$U_i(t) \in \{\text{left}, \text{right}, \text{front}\} \quad (6)$$

记  $\mathbf{x}^i(t) = [\mathbf{x}_1^i(t), \mathbf{x}_2^i(t), \dots, \mathbf{x}_N^i(t)]$  表示 UAV $i$  已知的所有无人机 ( $N$  架) 在  $t$  时刻的状态信息的集合,  $\mathbf{U}^i(t) = [U_1^i(t), U_2^i(t), \dots, U_N^i(t)]$  表示 UAV $i$  已知的所有无人机 ( $N$  架) 在  $t$  时刻控制决策信息的集合。据本文信息一致性的假设,有  $\mathbf{x}_j^i(t) = \mathbf{x}_j^k(t)$ ,  $U_j^i(t) = U_j^k(t)$ ,那么对于所有无人机,具有相同的状态信息集合和控制决策信息集合,即

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_N(t)] \\ \mathbf{U}(t) = [U_1(t), U_2(t), \dots, U_N(t)] \end{cases} \quad (7)$$

对于无人机的决策行为,采用一步预测方法来实现,即在  $t$  时刻,UAV $i$  做出下一时刻的决策  $U_i(t+1)$ ,

决定在  $t+2$  的搜索区域  $L(x, y)$ 。

该方法涵盖 3 点:1) UAV $i$  在  $t$  时刻做出决策  $U_i(t+1)$  确定了  $o_i(t+2)$ ;2) UAV $i$  依据状态信息  $\mathbf{x}_i(t+1) = [\mathbf{p}_i(t+1) \ o_i(t+1) \ \zeta_i(t+1)]$  和决策量  $U_i(t) \in \{\text{left}, \text{right}, \text{front}\}$  确定了从  $o_i(t+1)$  方向进入  $\mathbf{p}_i(t+1)$ ;3) UAV $i$  依据状态信息  $\mathbf{p}_i(t+1)$  和  $o_i(t+2)$  确定了  $\mathbf{p}_i(t+2)$ 。

根据上述描述无人机决策运动过程,可采用如下表达式来说明

$$U_i(t+1) = f(\mathbf{x}_i(t), U_i(t)) \quad (8)$$

### 2.3 网络通信关系模型

无人机协同搜索时,无人机之间的通信和测量关系可以使用通信网络图表示<sup>[11]</sup>。为不失一般性,无人机所构成的通信网络可用固定有向图  $G = \{V_c, E_c\}$  表示,其中,节点集合  $V_c = \{v_i | i = 1, \dots, n\}$ ,  $v_i$  表示第  $i$  架无人机,边集合  $E_c \subset V_c \times V_c$  表示无人机间的通信连接关系,若存在由无人机  $v_i$  指向  $v_j$  的通信连接,则  $e_{ij} \in E_c$ 。协同中“相邻”无人机的定义如下文所述。

**定义 2** 对于协同中任意无人机  $v_i, v_j \in V_c$ ,若  $e_{ji} \in E_c$ ,则称无人机  $v_j$  为无人机  $v_i$  的相邻无人机,记为  $v_j \in N_i$ 。

上述定义表明若两无人机相邻则必然存在二者之间的直接通信连接,由于通信的有向性,若  $v_j \in N_i$  并不能等价于  $v_i \in N_j$ 。如图 5 所示,无人机  $v_4$  的“相邻无人机”集合为  $N_4 = \{v_2, v_5\}$ 。

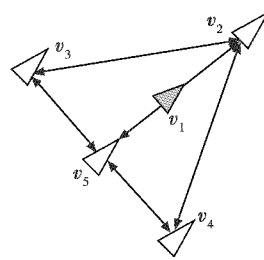


图 5 无人机通信网络示意图

Fig. 5 The schematic diagram of UAV communication network

在讨论相邻无人机的基础上,构造邻接矩阵  $G_n = \{g_{ij}\}_{n \times n}$  描述整个无人机的通信网络关系,其中矩阵元素  $g_{ij}$  定义为

$$g_{ij} = \begin{cases} 1 & j \in N_i \\ 0 & j \notin N_i \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

则图 5 对应通信网络的邻接矩阵为

$$G_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

在无人机的通信网络中,若存在无人机至任意成员间的可达通信链路,则称通信网络是强连通的,其数学描述如下。

**定义 3** 对于  $v_1$ , 考虑  $\forall v_j, j \neq 1$ , 若存在无人机序列  $v_1, \dots, v_k \in V_c$  使得  $e_{1l} \in E_c \wedge e_l \in E_c \cdots \wedge e_{kj} \in E_c$ , 则可称对于  $v_1$  通信网络为强连通。

#### 2.4 协同搜索探测更新模型

对于每一个搜索单元网格  $L(x, y)$ , 定义了目标存在概率  $p(x, y, t)$ , 因此, 概率图定义为

$$I_M(t) = \{p(x, y, t) | (x, y) \in L_x \times L_y, t \in [0, T_f]\} \quad (11)$$

无人机在搜索过程中, 根据传感器最新测量信息和当前已知信息对  $I_M(t)$  进行实时更新。考虑到传感器测量的不确定性和环境的不确定性,  $I_M(t)$  也要基于概率进行更新。

假设传感器发现单元网格  $L(x, y)$  中有目标的探测概率为  $p_D \in [0, 1]$ , 虚警概率为  $p_F \in [0, 1]$ , 取  $b = 1$  表示事件“传感器探测到单元网格  $L(x, y)$  中存在目标”,  $b = 0$  表示事件“传感器探测到单元网格  $L(x, y)$  中不存在目标”。 $I(x, y) = 1$  表示事件“单元网格  $L(x, y)$  中实际存在目标”,  $I(x, y) = 0$  表示事件“单元网格  $L(x, y)$  中实际不存在目标”。则

$$\begin{cases} P(b=1 | I(x, y) = 1) = p_D \\ P(b=0 | I(x, y) = 1) = 1 - p_D \\ P(b=1 | I(x, y) = 0) = p_F \\ P(b=0 | I(x, y) = 0) = 1 - p_F \end{cases} \quad (12)$$

根据 Bayes 准则, 如果传感器探测到单元网格  $L(x, y)$  存在目标, 则目标存在的概率为

$$p(x, y, t) = \frac{p_D p(x, y, t-1)}{p_D p(x, y, t-1) + p_F (1 - p(x, y, t-1))} = \frac{p_D p(x, y, t-1)}{\Gamma_1(p(x, y, t-1))} \quad (13)$$

如果传感器探测到单元网格  $L(x, y)$  不存在目标, 则目标存在的概率为

$$p(x, y, t) = \frac{(1 - p_D) p(x, y, t-1)}{(1 - p_F) (1 - p(x, y, t-1)) + (1 - p_D) p(x, y, t-1)} = \frac{(1 - p_D) p(x, y, t-1)}{\Gamma_2(p(x, y, t-1))} \quad (14)$$

设  $p_D = p_F = p$ , 则式(13)、(14)简化为

$$p(x, y, t+1) - p(x, y, t) = \frac{(2p-1)(1-p(x, y, t))p(x, y, t)}{p \cdot p(x, y, t) + (1-p)(1-p(x, y, t))} \quad (15)$$

$$p(x, y, t+1) - p(x, y, t) = \frac{(1-2p)(1-p(x, y, t))p(x, y, t)}{p \cdot (1-p(x, y, t)) + (1-p)p(x, y, t)} \quad (16)$$

根据式(15)、(16)可得

$$\begin{cases} p(x, y, t+1) > p(x, y, t) & p > 0.5 \\ p(x, y, t+1) = p(x, y, t) & p = 0.5 \\ p(x, y, t+1) < p(x, y, t) & p < 0.5 \end{cases} \quad (17)$$

从式(17)结果可以看出: 当  $p > 0.5$  时, 无人机传感器的探测是有价值的; 当  $p \leq 0.5$  时, 无人机传感器的探测是没有价值的。因此, 本文假设无人机机载传感器的探测概率  $p_D > 0.5$ 。

### 3 基于最大可知度的协同搜索控制方法

#### 3.1 基于最大可知度的协同搜索决策过程

最大可知度法的优点是对动态变化环境的探测加入了时间参数, 符合动态环境的要求<sup>[12]</sup>。本文采用  $S1, S2, C1$  来表示无人机在区域搜索过程中主要考虑的 3 种因素。通过计算这 3 种因素的目标子函数, 且分别赋予不同的权重, 得出总的代价函数为

$$\begin{cases} J(x, y, t) = \sum_{i,q} \omega_i \bar{J}_q(x, y, t) \\ \bar{J}_q(x, y, t) = \frac{J_q(x, y, t)}{\max_j \{J_q(x, y, t)\}} \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $q \in \{S1, S2, C1\}$ ;  $\omega_i$  为子指标的权重系数,  $i \in \{1, 2, 3\}$ ,  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$ ;  $\max_j \{J_q(x, y, t)\}$  表示选择  $j$  使得  $J_q(x, y, t)$  最大;  $j$  为无人机 3 个方向的移动, 即  $\{\text{left}, \text{right}, \text{front}\}$ 。因此,  $\bar{J}_q(x, y, t)$  将会有 3 个值, 且其中一个为 1, 总指标  $J(x, y, t)$  的计算同样也会产生 3 个值, 根据  $J(x, y, t)$  最大的原则选择  $j$ , 也就确定了  $U_i(t)$ 。

$J_{S1}(x, y, t)$  表示向搜索中不确定性最高的点运动, 其计算方法是计算  $t-1$  时刻与  $t$  时刻整个搜索区域  $E$  不确定减少的量, 使其最大。 $J_{S2}(x, y, t)$  表示向搜索环境中不确定性最高的一片区域运动, 其计算方法是计算目标方向的一片搜索区域  $E'$  (可设为三角区域), 朝着  $E'$  不确定度和最大的方向运动。关于  $J_{S2}(x, y, t)$  可以理解为是一种隐性回报, 即从全局的角度出发, 也许当前的运动方向不是  $J_{S1}(x, y, t)$  最大的方向, 但是在将来的运动中会体现出当时选择的优越性。 $J_{C1}(x, y, t)$  表示 UAV  $i$  向与其他无人机探测区域重叠最小的方向运动。

基于上节搜索环境模型、无人机运动模型和相关概念的定义, 无人机协同搜索决策过程可以描述为

$$\begin{cases} \mathbf{X}(t) = \{I_M(t), Z(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{U}(t)\} \\ \mathbf{U}(t+1) = \mathbf{H}(\mathbf{X}(t)) \\ \mathbf{X}(t+1) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)) \end{cases} \quad (19)$$

协同搜索的任务目标是在给定时间窗  $[0, T_f]$ , 通过搜索使整个环境  $E$  的不确定度  $\sum_{(x,y) \in E} z(x, y, T_f)$  最小, 同时使整个环境  $E$  发现目标的概率  $\sum_{(x,y) \in E} s(x, y, T_f)$  最大, 即

$$\min G(\mathbf{X}(T_f)) = \min \left( \sum_{(x,y) \in E} z(x, y, T_f) - \sum_{(x,y) \in E} s(x, y, T_f) \right) \quad (20)$$

### 3.2 基于最大可知度算法的问题求解

本节对协同搜索任务的决策函数  $H(X(t))$  进行描述。根据上述决策过程的描述, UAV  $i$  在  $t$  时刻的位置坐标为  $p_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$ , 由于无人机决策过程是一步预测过程, 故在  $t-1$  时刻已经做出决策  $U_i(t)$ , 此时做决策的重要任务就是确定无人机在  $t+1$  时刻的运动方向, 即  $U_i(t+1) \in \{\text{left}, \text{right}, \text{front}\}$ , 这样, 实际上就决定了无人机在  $t+2$  时刻的位置坐标  $p_i(t+2) = (x_i(t+2), y_i(t+2))$ , 根据运动方向的不同, 即  $(x_i^k(t+2), y_i^k(t+2))$ ,  $k \in \{l, r, f\}$ , 可见, 决策过程即在  $t$  时刻, 对于  $((x_i^k(t+2), y_i^k(t+2)))$ , 选择  $k_i(t)$ , 使得目标函数  $\min G(X(T_f))$ 。

采用最大可知度的方法求解无人机协同搜索策略时, 引进回报函数的概念。本文中回报函数指标包括两部分, 分别是短期回报函数和长期回报函数, 下面分别论述。

对于短期回报函数, 根据目标函数  $G(X(T_f))$  的要求, 在整个目标搜索任务中, 期望达到两个目标: 1) 最大限度地减少整个区域的不确定度; 2) 最大限度地发现整个区域的搜索目标。

1) 首先, 解决最大限度地减少整个区域的不确定度问题, 对于  $k_i(t)$ , 定义回报估计函数  $\hat{\rho}_e(k_i, t+2)$ , 表示搜索区域  $(x_i^k(t+2), y_i^k(t+2))$  时, 一架无人机引起的不确定度  $z(k_i, t)$  的减少量。对于 UAV  $i$ , 设在  $t+1$  时刻有  $m_{k_i}(t+1)$  架无人机搜索目标位置  $k_i$ , 在  $t+2$  时刻有  $m_{k_i}(t+2)$  架无人机搜索目标位置  $k_i$ 。

$$\begin{cases} z(k_i, t+1) = (1-\mu)^{m_{k_i}(t+1)} \cdot z(k_i, t) \\ z(k_i, t+2) = (1-\mu)^{m_{k_i}(t+1)+m_{k_i}(t+2)} \cdot z(k_i, t) \end{cases} \quad (21)$$

由式(21)可得回报估计函数为

$$\hat{\rho}_e(k_i, t+2) = \frac{1}{m_{k_i}(t+2)} [z(k_i, t+1) - z(k_i, t+2)] = \frac{(1-\mu)^{m_{k_i}(t+1)} [1 - (1-\mu)^{m_{k_i}(t+2)}]}{m_{k_i}(t+2)} z(k_i, t) \quad (22)$$

从式(22)可以看出, 要求得回报函数  $\hat{\rho}_e(k_i, t+2)$ , 需要知道不确定度  $z(k_i, t)$  在  $t+1$  时刻搜索目标位置  $k_i$  的无人机数量  $m_{k_i}(t+1)$  以及在  $t+2$  时刻搜索目标位置  $k_i$  的无人机数量  $m_{k_i}(t+2)$ 。其中,  $z(k_i, t)$  可从不确定图  $Z(t)$  得到, 另外, 因为所有的无人机在  $t-1$  时刻决策了在  $t$  时刻的运动位置, 并且通过网络通信及时交互, 所以可以确定  $m_{k_i}(t+1)$ 。因此, 要求得回报函数  $\hat{\rho}_e(k_i, t+2)$ , 只需估计出  $m_{k_i}(t+2)$  即可。

预测估计出  $m_{k_i}(t+2)$  的值后, 可以求出  $\hat{\rho}_e(k_i, t+2)$  为

$$\hat{\rho}_e(k_i, t+2) = \frac{(1-\mu)^{m_{k_i}(t+1)} [1 - (1-\mu)^{m_{k_i}(t+2)}]}{m_{k_i}(t+2)} z(k_i, t) \quad (23)$$

在此基础上, 无人机选择使得  $\max(\hat{\rho}_e(k_i, t+2))$  成立的目标位置  $k_i$ , 即做出决策  $U_i(t+1)$ 。

2) 解决最大限度地发现整个区域的搜索目标的问题, 提出回报函数  $\rho_f(t)$ 。因此, 总的回报函数为

$$\rho(t) = \alpha_1 \rho_e(t) + \alpha_2 \rho_f(t) \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (24)$$

式中:  $\rho_e(t)$  为衡量区域不确定度减少的函数;  $\rho_f(t)$  为衡量区域搜索目标发现的函数;  $\alpha_1, \alpha_2$  为相应函数的权重系数。

$\rho_e(t)$  和  $\rho_f(t)$  表达式分别为

$$\rho_e(t) = z(x, y, t-1) - z(x, y, t) = \mathbf{H}(p(x, y, t-1)) - \mathbf{H}(p(x, y, t)) \quad (25)$$

$$\rho_f(t) = b(1 - s(x, y, t-1)) \quad (26)$$

根据式(24)~(26), 可得

$$\rho(t) = \alpha_1 [\mathbf{H}(p(x, y, t-1)) - \mathbf{H}(p(x, y, t))] + \alpha_2 b(1 - s(x, y, t-1)) \quad (27)$$

式(27)为  $t$  时刻所有的无人机共同的作用下总的回报函数。设在  $t$  时刻有  $m$  架无人机搜索区域  $L(x, y)$ , 则 UAV  $i$  的回报函数为

$$\rho^i(t) = \frac{\alpha_1}{m} [\mathbf{H}(p(x, y, t-1)) - \mathbf{H}(p(x, y, t))] + (1 - \alpha_1) b(1 - s(x, y, t-1)) \quad (28)$$

由式(28)知, 回报函数  $\rho^i(t)$  是由目标存在概率  $p(x, y, t-1)$ 、 $p(x, y, t)$ 、无人机传感器探测结果  $b$  以及  $t$  时刻有搜索区域  $L(x, y)$  的无人机数量  $m$  所决定的。

同样, 假设对于 UAV  $i$ , 在  $t+1$  时刻有  $m_{k_i}(t+1)$  架无人机搜索目标位置  $k_i$ , 在  $t+2$  时刻有  $m_{k_i}(t+2)$  架无人机搜索目标位置  $k_i$ 。则

$$\begin{cases} p(k_i, t+1) = f_1(p(k_i, t), m_{k_i}(t+1)) \\ p(k_i, t+2) = f_2(p(k_i, t+1), m_{k_i}(t+2)) \end{cases} \quad (29)$$

式中,  $f_1(*, m)$ 、 $f_2(*, m)$  分别表示按照搜索概率图探测式(13)、(14)迭代  $m$  次。根据  $p(x, y, t)$  和  $z(x, y, t)$  之间的关系

$$\begin{cases} z(k_i, t+1) = \mathbf{H}(p(k_i, t+1)) \\ z(k_i, t+2) = \mathbf{H}(p(k_i, t+2)) \end{cases} \quad (30)$$

根据估计值可以得到衡量区域不确定度减少的函数  $\hat{\rho}_e(k_i, t+2)$  的估计预测表达式为

$$\hat{\rho}_e(k_i, t+2) = \frac{[\hat{z}(k_i, t+1) - \hat{z}(k_i, t+2)]}{\hat{m}_{k_i}(t+2)} \quad (31)$$

由于

$$\hat{\rho}_f(k_i, t+2) = p(k_i, t) [1 - s(k_i, t)] \quad (32)$$

故

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(k_i, t+2) &= \alpha_1 \hat{\rho}_e(k_i, t+2) + \alpha_2 \hat{\rho}_f(k_i, t+2) = \\ \alpha_1 &\frac{[\hat{z}(k_i, t+1) - \hat{z}(k_i, t+2)]}{\hat{m}_{k_i}(t+2)} + (1 - \alpha_1)p(k_i, t) \cdot \\ [1 - s(k_i, t)] &= \frac{(1 - \mu)^{m_{k_i}(t+1)} [1 - (1 - \mu)^{m_{k_i}(t+2)}]}{\hat{m}_{k_i}(t+2)} \cdot \\ & z(k_i, t) + (1 - \alpha_1)p(k_i, t)[1 - s(k_i, t)] \end{aligned} \quad (33)$$

以上考虑了在  $t+1$  时刻的函数回报, 另外, 回报函数的估计还可以考虑在  $t+2$  时刻以后的代价, 这样就使无人机不仅向着当前有利的位置运动, 同时也兼顾到以后的有利回报, 这个指标称为长期回报函数, 即考虑区间  $[t+2, T_f]$  的回报效果, 记为  $\hat{v}(k_i, T)$ , 采用简单的平均法计算, 其表达式为

$$\hat{v}(k_i, T) = \frac{1}{T-2} \sum_{j=3}^T \frac{\beta^{j-3}}{G_{k_i}(j)} \sum_{h \in G_{k_i}(j)} \hat{\rho}_i(h, t+j) \quad (34)$$

式中:  $\beta \in [0, 1]$ , 为常数, 即无人机在时间窗  $[t+2, T_f]$  上的期望回报率;  $G_{k_i}(j)$  为 UAV $i$  搜索区域的集合。

因此, 在分别考虑短期和长期回报的条件下, 总的回报函数  $R(k_i, t+2)$  可以表示为

$$R(k_i, t+2) = \hat{\rho}(k_i, t+2) + \tau \cdot \hat{v}(k_i, T) \quad (35)$$

### 3.3 最大可知度算法的数学性能分析

本节将对上面提出的搜索算法从数学角度进行分析, 分别从算法的遍历性、最短搜索时间和最长搜索时间 3 个方面进行分析。

**性质 1** 对于任意的未知环境  $E$ , 给定足够时间  $T_*$ , 算法可以保证对区域任意部分的搜索, 即算法具有遍历性。

证明(反证法): 如果算法不能完成对每一单元网格  $L(x, y)$  的搜索, 那么, 只能是所有无人机都在各自路径上某段做循环运动。记  $P_i$  为 UAV $i$  的循环路径的所有航路点,  $P_i = \{p_i(n) | n=1, 2, 3, \dots\}$ , 那么根据上述算法可以知道, 下一时刻无人机的位置为  $p_i(n+1) \in \{p_i^1(n), p_i^f(n), p_i^r(n)\}$ , 根据假设, 有  $p_i(n+1) \in P_i \{p_i(n) | n=1, 2, 3, \dots\}$ 。根据式(2)可知, 单元网格的不确定度和搜索的次数成反比, 因此, 在对单元网格  $p_i(n+1)$  搜索足够多的次数时,  $p_i(n+1)$  将不再是回报函数最大的 UAV $i$  下一时刻的目标位置, 也就是说, 假设  $p_i(n+1) = p_i^1(n)$ , 随着搜索次数的增多,  $p_i^1(n)$  的回报函数相比于  $p_i^f(n), p_i^r(n)$  不再是最大值, 因此 UAV $i$  将选择  $p_i^f(n)$  或者  $p_i^r(n)$ , 即  $p_i(n+1) \in \{p_i^f(n), p_i^r(n)\}$ , 这样循环将被打破, 与假设矛盾, 证毕。

**性质 2** 对于任意的未知环境  $E$ ,  $N$  架无人机完成搜索的时间长度记为  $T_f$ , 环境  $E$  内的所有单元网格的数量为  $A$ , 其中已知不确定度的单元网格数量为  $I$ , 且不确定度阈值为  $C$ , 则最短搜索时间  $T_{\text{short}}$  为

$$T_{\text{short}} = \frac{(A-I)}{N} [\log_{(1-\mu)} C] \quad (36)$$

证明: 在搜索区域  $E$ , 对于每一单元网格  $L(x, y)$ , 随着无人机搜索次数的增加, 该位置的不确定度  $z(x, y, t)$  不断减少。假设从不确定度  $z(x, y, t) = 1$  通过  $m$  次搜索使得  $z(x, y, t) < C$ , 根据  $z(x, y, t+1) = (1-\mu)^m \cdot z(x, y, t)$ , 则有  $m = \lceil \log_{(1-\mu)} C \rceil$ 。另外, 根据命题的条件  $m(z(x, y, t) = 1) = A - I, m(z(x, y, t) = C) = I$ , 即有  $A - I$  个目标单元网格需要搜索,  $I$  个单元网格不需要搜索, 因此,  $N$  架无人机完成搜索最少的搜索次数为  $(A - I)m = (A - I) \lceil \log_{(1-\mu)} C \rceil$ , 这样才能保证环境  $E$  的整个区域被搜索到。由于每一架无人机在一个步长内只能搜索一个区域, 则有  $N$  架无人机在整个区域  $E$  的搜索次数为  $N \cdot T_{\text{short}}$ , 故  $N \cdot T_{\text{short}} = (A - I) \cdot \lceil \log_{(1-\mu)} C \rceil$ , 容易得到结论。证毕。

在协同搜索算法的最短搜索时间的基础上, 对提出算法的最长搜索时间进行分析如下。

对  $\forall L_i(x, y) = (x_i, y_i) \in E, \forall L_j(x, y) = (x_j, y_j) \in E$ , 假设无人机在运动过程中不受机动限制的约束, 即无人机可以向其周围的 8 个方向运动, 那么, 从  $L_i(x, y)$  到  $L_j(x, y)$  的最短无机限制路径长度为

$$d_{ij}^N = \max(|x_i - x_j|, |y_i - y_j|) \quad (37)$$

而满足最大可知度法中提出的考虑机动约束的运动规则为

$$o_i(t+1) \in \{o_i(t) - 1, o_i(t), o_i(t) + 1\} \bmod 8 \quad (38)$$

满足式(38)要求的前提下, 无人机从  $L_i(x, y)$  到  $L_j(x, y)$  的最短考虑机动限制路径长度为  $d_{ij}^C(n)$ , 且记  $d_{ij}^C = \max(d_{ij}^C(n))$ 。

**性质 3**  $d_{ij}^C \leq d_{ij}^N + 8$ 。

证明: 对于  $\forall (x_i, y_i)$  和  $\forall (x_j, y_j)$ , 既要满足最大可知度算法提出的规则要求, 又要求能够到达任意的目标位置, 可以找到一条从  $L_i(x, y)$  到  $L_j(x, y)$  的路径, 记其长度为  $d_{ij}^E(n)$ , 则  $d_{ij}^E \leq d_{ij}^N + 8$ 。再者,  $d_{ij}^E(n)$  不能保证其是最短的路径, 则有  $d_{ij}^C \leq d_{ij}^E$ 。即有  $d_{ij}^C \leq d_{ij}^E \leq d_{ij}^N + 8$ 。证毕。

## 4 仿真与分析

本节假设无人机之间的信息交互不存在时间上的延迟和失效, 也就是说信息交互满足一致性的要求。通过仿真实验验证上述基于最大可知度的无人机协同搜索策略的可行性, 共有 4 个仿真实验。

**仿真 1** 在  $400 \text{ m} \times 400 \text{ m}$  的不确定区域内, 设定 UAVS 的初始位置分别为  $(100 \text{ m}, 0 \text{ m}), (200 \text{ m}, 0 \text{ m}), (300 \text{ m}, 0 \text{ m})$  和  $(400 \text{ m}, 0 \text{ m})$ , 无人机以  $V = 35 \text{ m/s}$  的恒定速度进行协同搜索, 从仿真图 6 可以看出, 随着时

间的推移,不确定环境在四架无人机的协同搜索下,整个区域不断被覆盖,不可知度不断降低,体现了协同搜索的动态有效性。

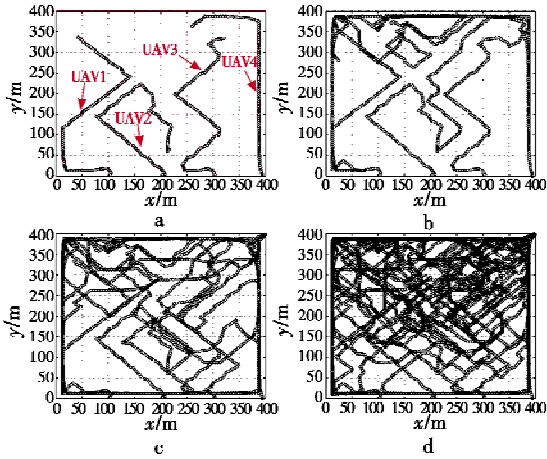


图 6 无人机协同搜索区域覆盖过程

Fig. 6 The covering process of UAV cooperative searching

仿真 2 在 400 m × 400 m 的不确定区域内,设定 UAVS 的初始位置分别为(100 m, 0 m), (200 m, 0 m), (300 m, 0 m)和(400 m, 0 m); TARGETS 的位置分别为(80 m, 320 m), (350 m, 350 m), (50 m, 240 m)和(320 m, 70 m); 无人机以  $V = 35 \text{ m/s}$  的恒定速度进行协同搜索,仿真结果如图 7 所示。可以看出, UAVS 在 TARGETS 存在的位置搜索次数明显多于其他地方,且能准确地发现目标,说明无人机在存在目标的区域搜索时间长,获得信息量大,符合搜索的基本任务和要求。

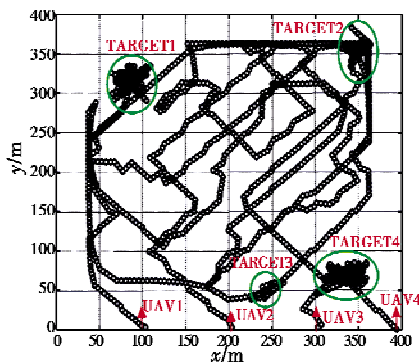


图 7 无人机协同搜索发现目标过程

Fig. 7 The process of target finding in cooperative searching

仿真 3 在 20 km × 20 km 的不确定区域内,设定区域的不确定度为 0.5,采用 4 架无人机协同搜索,随着搜索时间的推移,仿真区域的不确定度变化的三维仿真如图 8 所示,可以明显看出,区域的不确定度不断减小,不确定度的降低说明无人机通过协同搜索对环境的信息掌握在不断增大。

仿真 4 在 20 km × 20 km 的不确定区域内,分别采用传统的几何形搜索算法和本文提出的基于最大可

知度搜索算法对环境不确定度为 100% 的区域进行搜索,以比较本文所提出算法的优越性,为避免偶然性,进行两次仿真,仿真结果如图 9 所示。

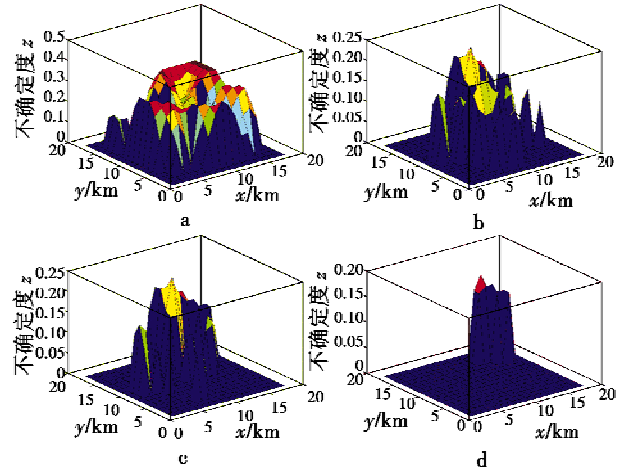


图 8 搜索区域不确定度变化仿真图

Fig. 8 The simulation of uncertainty value

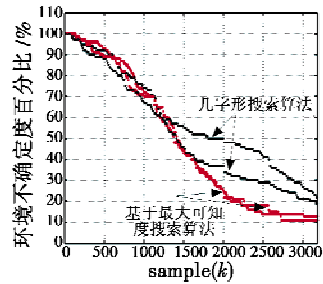


图 9 两种算法搜索效果比较仿真图

Fig. 9 The searching performance of two algorithms

从仿真图 9 可以看出,在开始阶段,两种算法的搜索效果并没有表现出太大的差异,但是从采样时间进行到一半时,本文提出的基于最大可知度的方法,对不确定环境的认知速度和信息量的掌握表现出明显的优势。

综上所述,本文提出的基于最大可知度的算法能够有效实现 UAV 之间的协同搜索,对于搜索区域能够实现遍历性搜索,同时减少了搜索时间,这对于不确定环境下,提高多无人机的协同搜索侦察具有现实可行的意义。

### 5 结论

本文提出了一种基于最大可知度的无人机协同搜索控制方法,并从数学角度对算法的性质进行了证明分析。通过构建仿真场景,验证了算法的有效性,同时将几何形算法与最大可知度算法进行了比较。结果表明,最大可知度法能够有效实现 UAV 之间的协同搜索,对于搜索区域能够实现遍历性搜索,同时减少了搜索时间,这对于动态任务环境下提高无人机协同作战能力具有十分重要的意义。

## 参 考 文 献

- [1] Office of the Secretary of Defense. Unmanned systems roadmap 2007-2032 [R]. Department of Defense, Washington DC, 2007.
- [2] SUJIT P B, GHOSE D. Search using multiple UAVs with flight time constrains [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(2):491-509.
- [3] DE VRIES E, SUBBARAO K. Cooperative control of swarms of unmanned aerial vehicles [C]//Proceedings of the 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida; AIAA, 2011:1-23.
- [4] POLYCARPOU M M, YANG Y L, PASSINO K M. A cooperative search framework for distributed agents [C]//Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control, Mexico, 2001:1-6.
- [5] 沈延航, 周洲, 祝小平. 基于搜索理论的多无人机协同控制方法研究 [J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(3):367-370.  
SHEN Y H, ZHOU Z, ZHU X P. Method of cooperative control for UAVs (Uninhabited Air Vehicles) using search theory [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2006, 24(3):367-370.
- [6] 郭军, 朱凡, 刘远飞. 基于马尔科夫链预测的多无人机协同搜索控制 [J]. 弹箭与制导学报, 2007, 27(5):315-318.  
GUO J, ZHU F, LIU Y F. Based on Markov chain prediction multi-UCAV cooperative search control [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2007, 27(5):315-318.
- [7] 田菁, 陈岩, 沈林成. 不确定环境中多无人机协同搜索算法 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(10):2325-2328.  
TIAN J, CHEN Y, SHEN L C. Cooperative search algorithm for multi-UAVs in uncertainty environment [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(10):2325-2328.
- [8] BERTUCCELLI L F, HOW J P. Bayesian forecasting in multi-vehicle search operations [J]. AIAA Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2006, doi:10.2514/6.2006-64-60.
- [9] CHUNG T H, BURIDICK J W. A decision-making framework for control strategies in probabilistic search [J]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007:4386-4393.
- [10] KANG Y, HEDRICK J K. Design of nonlinear model predictive controller for a small fixed-wing unmanned aerial vehicle [C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Keystone, Colorado, AIAA, 2006:21-24.
- [11] 宋敏. 多无人机编队飞行与编队重构控制方法研究 [D]. 西安:空军工程大学, 2011.  
SONG M. Research on control method of flight and reconfiguration for Multi-UAVs [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2011.
- [12] YANG Y L, POLYCARPOU M M, MINAI A A. Multi-UAV cooperative search using an opportunistic learning method [J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2007, 129(5):716-728.
- (上接第 27 页)
- [5] ZHANG J G, JI H B. IMM iterated extended Kalman particle filter based target tracking [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(5):1117-1120.
- [6] MEI W, LI X R. Simultaneous tracking and classification: A modularized scheme [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(2):581-597.
- [7] FU X, JIA Y, DU J, et al. New interacting multiple model algorithms for the tracking of the maneuvering target [J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(10):2184-2194.
- [8] BILIK L, TABRIKIAN J. MMSE-based filtering in presence of non-Gaussian system and measurement noise [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3):1153-1169.
- [9] BAR-SHALOM Y, KIRUBARAJAN T, GOKBERK C. Tracking with classification-aided multiframe data association [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(3):868-878.
- [10] 权宏伟, 彭冬亮, 薛安克. 目标联合状态类型密度表示的跟踪门技术 [J]. 光电工程, 2012, 39(1):88-93.  
QUAN H W, PENG D L, XUE A K. Tracking gate technique for joint target state-class probability density [J]. Opto-Electronic Engineering, 2012, 39(1):88-93.