

# 舰载反潜双机协同定位及其误差估计问题研究

史伟

(中国电子科学研究院,北京 100041)

**摘要:**由于现代化反潜战争的需要,舰载双机协同定位变得越来越重要。通过建立欧拉方程和微分方程,巧妙地给出了反潜双机协同定位过程中绝对定位和相对定位的方法,并给出了两种情况下的误差估计表达式,解决了反潜战中通过长机和僚机对潜艇进行协同打击的问题。最后结合实际应用场景给出了协同定位及其误差的计算过程,对于反潜战具有重要的指导意义。

**关键词:**反潜; 双机协同; 定位精度; 误差估计; 欧拉方程

中图分类号: V271.4<sup>+92</sup> 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2013)07-0042-03

## Shipboard Dual-Aircraft Cooperative Locating and Its Error Estimating in ASW

SHI Wei

(China Academy of Electronics and Information Technology, Beijing 100041, China)

**Abstract:** Shipboard dual-aircraft cooperative locating becomes more and more important in modern antisubmarine war(ASW). In this paper, a proper method based on Euler equation and differential equation is proposed for computing the position of submarine and estimating the locating error for absolute locating and relative locating problems. It solves the error estimation problem well when two antisubmarine helicopters, the lead and the wing plane, cooperate with each other for locating submarines. The processes for cooperative locating and its error calculation are presented, which is of great significance for ASW.

**Key words:** antisubmarine; dual-aircraft cooperation; locating precision; error estimation; Euler equation

## 0 引言

随着潜艇隐蔽性和机动性能的增强,传统的单机反潜作战模式已经不再适用于现代化战争<sup>[1]</sup>,取而代之的是双机协同甚至多机协同作战模式<sup>[2]</sup>。在舰载双机协同反潜作战中,主要作战模式之一是由长机协同僚机共同来完成反潜任务。长机一般加装了雷达和声纳这两类传感器,主要用于情报搜集、目标发现、目标跟踪以及对僚机实施指挥控制<sup>[3]</sup>。僚机携带了武器,主要在长机的指挥下对发现的敌方潜艇予以打击。由于武器打击对目标定位精度有较高要求,而僚机又无法对水下目标予以探测,因此,如何计算目标潜艇相对于僚机的距离、方位及其误差就变得尤为重要。

根据长机是否知道自己与僚机的绝对地理位置(经纬度)可以将双机协同定位问题分为绝对协同

定位问题和相对协同定位问题两种情况<sup>[4-5]</sup>。

绝对协同定位问题中,长机和僚机都加装导航装置,因此长机知道自己和僚机的确切地理位置。

在相对定位问题中,长机和僚机都未加装导航装置,但由于长机加装了雷达和吊放声纳,因此可以通过雷达探测来获得僚机相对于自己的距离和方位信息,通过吊放声纳来获得目标潜艇相对于自己的距离和方位信息,需要计算的是目标潜艇相对于僚机的距离、方位及其误差信息。

## 1 相对协同定位

### 1.1 相对协同定位模型

*A,B*两架反潜直升机,都未加装导航定位系统。其中:*A*为长机,加装了雷达和吊放声纳,雷达主要对空中目标和水面目标进行探测,吊放声纳主要对水下潜艇目标进行探测;*B*为僚机,加装了武器(如鱼雷);*C*为敌方潜艇,潜伏在水下,对我方舰船实施全天候监视。其模型如图1所示。

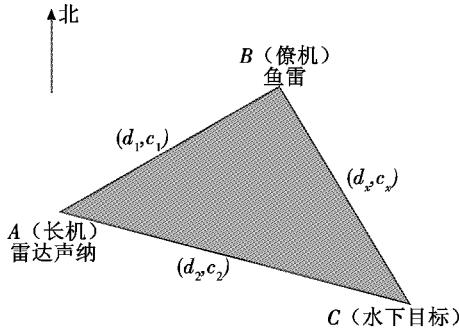


图 1 双机协同相对定位水下潜艇示意图

Fig. 1 Relative locating model for dual-aircraft cooperation

在实际情况中,雷达测俯仰的精度较低,吊放声纳无法测俯仰,为了简单起见,本文只考虑距离和方位这两个因素。

假设长机  $A$  通过雷达来获得僚机相对于本机的距离  $d_1$  和方位  $c_1$ (相对于正北),通过吊放声纳来获得水下敌方潜艇相对于本机的距离  $d_2$  和方位  $c_2$ ;僚机  $B$  携带了武器,由于武器打击对目标的位置及其精度(协方差)比较敏感,且因没有加装探测传感器,僚机  $B$  无法知道水下目标相对于自己的距离和方位,必须通过长机计算来告知目标相对于自己的位置  $d_*$ 、方位  $c_*$  及其定位误差矩阵  $P_*$ 。

## 1.2 相对协同定位方法

根据图 1 所示,传统的计算水下目标潜艇相对于僚机  $B$  的距离和方位可以通过余弦和正弦定理来获得,但步骤复杂,获得的表达式繁琐,本文运用矢量运算和欧拉方程的思想不仅运算简单,且方便进行误差估计,其计算方法如下。

### 1) 建立矢量关系。

矢量关系如图 2 所示。

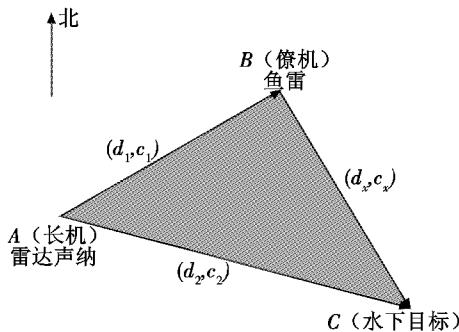


图 2 矢量关系

Fig. 2 Vector diagram

### 2) 建立矢量方程。

根据图 2 所示,可建立如下矢量方程

$$\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB} \quad (1)$$

用矢量的复数形式(模和幅角)可以表示为

$$d_* \cdot e^{ic_*} = d_2 e^{ic_2} - d_1 e^{ic_1} \quad (2)$$

### 3) 建立欧拉方程。

根据欧拉方程,式(2)可以改写为

$$d_*(\cos c_* + i \sin c_*) = d_2(\cos c_2 + i \sin c_2) - d_1(\cos c_1 + i \sin c_1) \quad (3)$$

### 4) 建立方程组。

令方程两边的实部和虚部分别相等,可得

$$d_* \cos c_* = d_2 \cos c_2 - d_1 \cos c_1 \quad (4)$$

$$d_* \sin c_* = d_2 \sin c_2 - d_1 \sin c_1 \quad (5)$$

### 5) 求解方程组。

根据式(4)和式(5),可以解得

$$d_* = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos(c_2 - c_1)} \quad (6)$$

$$c_* = \arctan \frac{d_2 \sin c_2 - d_1 \sin c_1}{d_2 \cos c_2 - d_1 \cos c_1} \quad (7)$$

## 1.3 相对协同定位误差分析

僚机  $B$  为了对目标潜艇实施打击,不仅需要知道目标相对于自己的距离和方位信息,还需要知道定位的距离精度和方位精度。在双机定位协同系统中,距离精度和方位精度可以用均方根误差(RMS)来表示。由于雷达探测和声纳探测本身都存在误差,根据式(6)和式(7)可知,协同定位的距离误差和方位误差与雷达探测误差和声纳探测误差有着密切联系,下面将通过计算和分析来揭示它们之间的具体联系。

1) 对式(4)、式(5)等式两边求全微分可得

$$\begin{aligned} \cos c_* \Delta d_* - d_* \sin c_* \Delta c_* &= \cos c_2 \Delta d_{\text{声纳}} - d_2 \sin c_2 \Delta c_{\text{声纳}} - \\ &\quad \cos c_1 \Delta d_{\text{雷达}} + d_1 \sin c_1 \Delta c_{\text{雷达}} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sin c_* \Delta d_* + d_* \cos c_* \Delta c_* &= \sin c_2 \Delta d_{\text{声纳}} + d_2 \cos c_2 \Delta c_{\text{声纳}} - \\ &\quad \sin c_1 \Delta d_{\text{雷达}} - d_1 \cos c_1 \Delta c_{\text{雷达}} \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $\Delta d_*$ 、 $\Delta c_*$  分别为协同定位的距离和方位误差; $\Delta d_{\text{雷达}}$ 、 $\Delta c_{\text{雷达}}$  分别为雷达的距离误差和方位误差; $\Delta d_{\text{声纳}}$ 、 $\Delta c_{\text{声纳}}$  分别为吊放声纳的距离和方位误差。

2) 将式(8)~式(9)改写成矩阵方程。

令  $X = [\Delta d_*, \Delta c_*]^T$ , 表示需要求解的未知误差向量; $Y = [\Delta d_{\text{声纳}}, \Delta c_{\text{声纳}}, \Delta d_{\text{雷达}}, \Delta c_{\text{雷达}}]^T$ , 表示已知的声纳和雷达误差向量。

令  $M$  表示  $X$  的变换矩阵; $N$  表示  $Y$  的变换矩阵,根据方程式(8)、式(9),有

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} \cos c_* & -d_* \sin c_* \\ \sin c_* & d_* \cos c_* \end{bmatrix} = \\ &\quad \begin{bmatrix} \frac{d_2 \cos c_2 - d_1 \cos c_1}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos(c_2 - c_1)}} & -(d_2 \sin c_2 - d_1 \sin c_1) \\ \frac{d_2 \sin c_2 - d_1 \sin c_1}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos(c_2 - c_1)}} & d_2 \cos c_2 - d_1 \cos c_1 \end{bmatrix}; \\ N &= \begin{bmatrix} \cos c_2 & -d_2 \sin c_2 & -\cos c_1 & d_1 \sin c_1 \\ \sin c_2 & d_2 \cos c_2 & -\sin c_1 & -d_1 \cos c_1 \end{bmatrix}。 \end{aligned}$$

则可将式(8)、式(9)改写为

$$MX = NY \quad (10)$$

由于  $|M| = dx^2 > 0$ , 因此  $M$  是非奇异的, 所以有

$$X = M^{-1}NY \quad (11)$$

### 3) 求误差的协方差矩阵。

已知长机雷达的测距精度为  $\delta_{d\text{雷达}}$ , 测向精度为  $\delta_{c\text{雷达}}$ ; 长机声纳的测距精度为  $\delta_{d\text{声纳}}$ , 测向精度为  $\delta_{c\text{声纳}}$ , 由于雷达和声纳的距离探测过程和方位探测过程是相互独立的, 由此可得  $Y$  的协方差矩阵

$$\text{cov}(Y) = \begin{bmatrix} \delta_{d\text{声纳}}^2 & & & \\ & \delta_{c\text{声纳}}^2 & & \\ & & \delta_{d\text{雷达}}^2 & \\ & & & \delta_{c\text{雷达}}^2 \end{bmatrix}.$$

根据式(11)可知,  $X$  和  $Y$  具有线性关系, 因此有

$$\text{cov}(X) = M^{-1}N\text{cov}(Y)(M^{-1}N)^T \quad (12)$$

## 2 绝对协同定位

### 2.1 绝对协同定位模型

有  $A, B$  两架舰载反潜直升机, 都加装了导航定位系统。其中:  $A$  为长机, 加装了吊放声纳, 主要对水下潜艇目标进行探测;  $B$  为僚机, 加装了武器;  $C$  为敌方潜艇, 潜伏在水下, 对我方舰船实施全天候监视。其模型如图 3 所示。

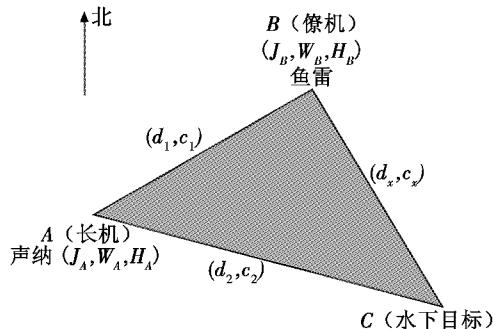


图 3 双机协同绝对定位水下潜艇示意图

Fig. 3 Absolute locating model for dual-aircraft cooperation

$$M = \begin{bmatrix} d_2 \cos c_2 - (W_B - W_A)(R_{\text{地}} + H_A) \\ \sqrt{d_2^2 + C^2 + D^2 - 2Cd_2 \cos c_2 - 2Dd_2 \sin c_2} \\ d_2 \sin c_2 - (J_B - J_A)(R_{\text{地}} + H_B) \cos W_B \\ \sqrt{d_2^2 + C^2 + D^2 - 2Cd_2 \cos c_2 - 2Dd_2 \sin c_2} \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} \cos c_2 & -d_2 \sin c_2 & \frac{-C}{\sqrt{C^2 + D^2}} & D \\ \sin c_2 & d_2 \cos c_2 & \frac{-D}{\sqrt{C^2 + D^2}} & -C \end{bmatrix}.$$

## 3 应用与仿真

### 3.1 应用场景

以相对协同定位为例, 假设我方两架舰载直升机

### 2.2 绝对协同定位方法

1) 建立矢量方程和欧拉方程。

2) 建立并求解方程组。

方法与 1.2 小节相同, 在绝对定位误差估计问题中需要计算的未知量是  $d_1$  和  $c_1$ 。

已知长机  $A$  的绝对地理位置坐标为  $(J_A, W_A, H_A)$  ( $J$  表示经度, 单位为 rad;  $W$  表示纬度;  $H$  表示高度)。僚机  $B$  的地理位置坐标为  $(J_B, W_B, H_B)$ , 由于长机和僚机的距离不会太远, 对于地球的球面而言, 它们近似投影在一个平面上<sup>[6]</sup>, 如图 4 所示。

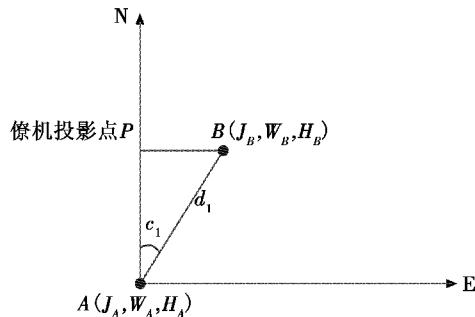


图 4 长机、僚机地理位置投影图

Fig. 4 Projection of the position of leader plane and wing plane

从而有  $W_B = W_A + (d_1 \cos c_1) / (R_{\text{地}} + H_A)$ ,  $J_B = J_A + (d_1 \sin c_1) / ((R_{\text{地}} + H_B) \cos W_B)$ , 可得

$$d_1 \cos c_1 = (W_B - W_A)(R_{\text{地}} + H_A) \quad (13)$$

$$d_1 \sin c_1 = (J_B - J_A)(R_{\text{地}} + H_B) \cos W_B \quad (14)$$

将式(13)、式(14)代入到式(4)、式(5)可得目标相对于僚机的距离和方位表达式

$$d_z = \sqrt{d_2^2 + C^2 + D^2 - 2Cd_2 \cos c_2 - 2Dd_2 \sin c_2} \quad (15)$$

$$c_x = \arctan \frac{d_2 \sin c_2 - D}{d_2 \cos c_2 - C} \quad (16)$$

$$C = (W_B - W_A)(R_{\text{地}} + H_A), D = (J_B - J_A)(R_{\text{地}} + H_B) \cos W_B.$$

### 2.3 绝对协同定位误差分析

在绝对协同定位误差分析中, 作为结论, 式(12)仍成立, 只需将式(13)、式(14)代入矩阵  $M, N$  的表达式

$$- (d_2 \sin c_2 - (J_B - J_A)(R_{\text{地}} + H_B) \cos W_B) \\ \left. \begin{array}{l} \\ \\ d_2 \cos c_2 - (W_B - W_A)(R_{\text{地}} + H_A) \end{array} \right];$$

$A, B$  接到命令要对一海域敌方潜艇实施监视并在条件允许的情况下对敌方潜艇实施打击, 其中:  $A$  为长机, 加装了雷达和吊放声纳, 主要履行情报搜集、处理和指挥控制的职责。已知雷达的测距精度为 40 m, 测向精度为 0.25°, 声纳的测距精度为 50 m, 测向精度为 2.5°;  $B$  为僚机, 加装了武器, 主要在长机的指挥控制

(下转第 72 页)

作为优化变量,没有将飞行器的机动与地基雷达的探测概率相结合,致使飞行器长时间暴露较大的RCS值,  
 $\max_{1 \leq i \leq m} \max_{j \in \{1,2\}} \frac{1}{T} \int_{t_i-T}^{t_i} P_{ij}(\tau) d\tau$  达到 0.9466,无法满足威胁时间窗的要求。

## 4 结论

本文利用导弹防御系统威胁时间窗将 HGV、地基雷达和拦截导弹联系起来加以考虑,建立毁伤概率模型,并认为提升 HGV 生存概率的关键在于毁伤概率最大的威胁时间窗。在实现 HGV 摆动式机动的前提下实时改变 HGV 的 RCS 以使毁伤概率在所有威胁时间窗内的极大值极小化。仿真分析表明,所设计的机动突防弹道取得了较好的突防效果,使 HGV 的生存能力得到提高。

## 参考文献

- [1] 雍恩米.高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与指导方法研究[D].长沙:国防科学技术大学,2008.
- [2] 陈小庆,侯中喜,刘建霞.高超声速滑翔飞行器弹道特性分析[J].导弹与航天运载技术,2011(2):5-9.
- [3] 刘兴.防空防天信息系统及其一体化技术[M].北京:国防工业出版社,2009.
- [4] 孙连山,杨晋辉.导弹防御系统[M].北京:航空工业出版社,2004.
- [5] STARKEY R, RANKINS F, PINES D. Coupled waverider/trajectory optimization for hypersonic cruise[C]//The 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit 10-13 January 2005, Reno, Nevada, 10. 2514/6. 2005-530.
- [6] CHUANG C H, MORIMOTO H. Optimal periodic cruise for a hypersonic vehicle with constraints [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, San Diego, CA, 29-31 July, 1996. 10. 2514/6. 1996-3876.
- [7] GRANT M J, CLARK I G, BRAUN R D. Rapid simultaneous hypersonic aerodynamic and trajectory optimization using variational methods [C]//AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Portland, Oregon, 08-11 August, 2011, 10. 2514 / 6. 2011- 6640.
- [8] SZCZERBA R J. Robust algorithm for real-time route planning [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(3):869-878.
- [9] 谢愈,刘鲁华,汤国建,等.高超声速滑翔飞行器摆动式机动突防弹道设计[J].航空学报,2011,32(12):2174-2181.
- [10] 王若鹏.极大极小问题的数值解法[D].西安:西北大学,2002.

(上接第 44 页)

下对目标潜艇实施打击。假设  $A, B$  已经飞到指定海域附近,  $A$  通过吊放声纳测得敌方潜艇相对于自己的距离为 2 km, 方位为正北  $150^\circ$ 。 $A$  通过雷达测到  $B$  相对于自己的距离为 1 km, 方位为正北  $60^\circ$ 。 $B$  现在要对目标潜艇实施打击,如果打击对目标定位的距离要求为 5 km 之内,精度的要求为测距精度 100 m,方位精度  $5^\circ$ 。问此时实施打击是否可行?

### 3.2 仿真

根据应用场景,可得  $d_1 = 1000, c_1 = \pi/3, d_2 = 2000, c_2 = 5\pi/6, \delta_{d\text{声纳}} = 50, \delta_{c\text{声纳}} = 2.5\pi/180, \delta_{d\text{雷达}} = 40, \delta_{c\text{雷达}} = 0.25\pi/180$ ,代入到式(6)、式(7)可解得目标相对于僚机的距离和方位:  $d_s = 2.236$  km;  $c_s = \arctan(-0.0103455); M = \begin{bmatrix} -0.9982 & -133.97 \\ 0.059915 & -2232.1 \end{bmatrix}; N = \begin{bmatrix} -0.86603 & -1000 & -0.5 & 866.03 \\ 0.5 & 1732.1 & -0.86603 & -500 \end{bmatrix}$ 。代入到式(12)可解得定位精度  $\delta_d = 68.17$  m,  $\delta_c = 2.15^\circ$ 。

由于  $2.236 < 5$  和  $68.17 < 100$ ,且  $2.15 < 5$ ,因此此时可以实施打击。

## 4 结论

本文主要讨论了反潜战中通过舰载双机协同定位

对敌方潜艇实施定位和打击的方法以及误差估计问题。通过建立矢量方程、欧拉方程给出了反潜双机协同定位过程中绝对定位和相对定位的方法;通过建立全微分方程并结合统计学方法,给出了两种情况下的误差估计的计算表达式,巧妙地解决了反潜战中通过长机和僚机对潜艇进行协同打击的问题。最后,结合实际应用给出了协同定位及其误差的应用场景,对于反潜战具有重要的指导意义。

## 参考文献

- [1] 曹晨.预警机——信息化战争的空中帅府[M].北京:电子工业出版社,2009.
- [2] 朱剑辉,方洋旺,张平.双机协同定位误差分析的研究[J].电光与控制,2012,19(6):21-25.
- [3] 王祖典.航空反潜战与反潜武器[J].航空兵器,2007(1):6-9.
- [4] 蹇明裕,丁红岩,王甲兴.直升机双机协同飞行投雷研究[J].舰船电子工程,2010,(2):29-31.
- [5] XU W. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements [C]//IEEE Transaction on Signal Processing, 2004, 52 (9): 2453-2463.
- [6] 李洪梅,陈培龙.三维多站测向交叉定位算法及精度分析[J].指挥控制与仿真,2007,28(4):54-59.