

## 指数趋近律单向辅助面滑模控制

胡田文, 吴庆宪, 姜长生, 傅健  
(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016)

**摘要:** 结合指数趋近律, 对一种新型单向辅助面滑模控制方法进行了讨论。首先根据给定的非线性系统方程设计切换面, 并在状态约束条件下设计单向辅助面; 之后依据单向辅助面滑模控制器设计方法, 设计基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器, 且指出系统状态在有限时间内收敛到切换面上, 并给出收敛时间计算式; 最后通过实例仿真验证, 基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器不仅能有效抑制系统中的抖振, 而且收敛速度快于普通单向辅助面滑模控制方法。

**关键词:** 滑模控制; 单向辅助面; 指数趋近律; 切换面

**中图分类号:** V271.4; TP273      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2013)07-0036-06

## Exponential Approach Law for Sliding Mode Control with Unidirectional Auxiliary Surfaces

HU Tianwen, WU Qingxian, JIANG Changsheng, FU Jian  
(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** An advanced sliding mode control with unidirectional auxiliary surfaces was studied together with exponential approach law. First, the switching surfaces were designed for nonlinear system, and unidirectional auxiliary surfaces were designed taking state constraints into account. Then a sliding mode controller with unidirectional auxiliary surfaces (UAS-SMC) was designed based on the exponential approach law. It was noted that the system states would converge to the switching surfaces in a finite time, and the formula of the convergence time was presented. The simulation results demonstrated that: compared with ordinary UAS-SMC, the controller based on the exponential approach law can effectively suppress the chattering, and has higher convergence speed.

**Key words:** sliding mode control; unidirectional auxiliary surface; exponential approach law; switching surface

### 0 引言

滑模变结构控制是前苏联学者在 20 世纪 60 年代初提出的一种控制方法<sup>[1]</sup>, 文献[2-6]进一步发展、完善了该理论, 现在已经形成了一整套综合系统的独立理论, 包括滑动模态的设计方法, 控制器的各种综合方法, 系统的稳定性分析, 系统的到达条件等。滑模变结构本质是一类特殊的非线性控制, 该控制特性可以迫使系统的状态被限制在某子流形上运动, 即滑模运动。当系统处于滑模运动时具有很好的鲁棒性。但

是滑模变结构存在一个严重的缺点即抖振。抖振不仅影响控制的精确性, 增加能量消耗, 而且很容易激发系统中的高频未建模动态, 破坏系统的性能, 甚至使系统产生振荡, 损坏控制部件<sup>[7]</sup>。因此如何消除抖振成为滑模变结构研究的一个重要问题, 许多学者给出了不同的解决方法。当前抑制抖振的方法有边界层方法<sup>[8-9]</sup>、滤波方法<sup>[10-11]</sup>、观测器方法<sup>[12-14]</sup>、高阶滑模方法<sup>[15-19]</sup>、单向辅助面滑模方法<sup>[20]</sup>等, 它们都有各自的优缺点。例如: 边界层法虽能有效削弱抖振, 但同时也降低了系统鲁棒性, 影响了系统跟踪精度; 滤波器法虽可以有效消除高频信号输出, 但是滤波器的参数选择却对系统参数和外界干扰非常敏感, 参数小, 消除抖振效果不明显, 参数大, 会造成系统不稳定; 观测器法理论虽然比较简单, 但设计观测器的方法却增加了控制

收稿日期: 2012-07-14

修回日期: 2012-08-30

作者简介: 胡田文(1983—), 男, 江苏沛县人, 硕士生, 研究方向为飞行控制系统仿真。

器设计的难度和要求;高阶滑模方法虽然既提高了控制精度,又抑制了抖振现象,但没有显式的可达条件,使设计控制律变得困难;考虑状态受限,单向辅助面滑模方法抑制控制器抖振效果显著,但是其收敛速度比传统滑模要慢很多。因此,本文引进一种新的滑模控制方法—基于指数趋近律<sup>[21]</sup>的单向辅助面滑模控制方法,该方法具有概念简单、参数少、易于实现、收敛速度快、抑制抖振明显等优点。

本文首先依据单向辅助面滑模控制器设计方法,设计了基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器;然后论证了基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制可在有限的时间内到达切换面,并给出到达切换面的时间计算公式;最后,本文给出了在传统滑模控制器<sup>[22]</sup>、单向辅助面滑模控制器、基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器作用下的仿真图。

### 1 问题的提出

考虑如下仿射非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

式中:  $f(x) \in \mathbf{R}^n, g(x) \in \mathbf{R}^{n \times n}; x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ ; 控制向量  $u \in \mathbf{R}^n; g(x)$  是一个可逆矩阵。状态约束条件为

$$\Psi = \{x \mid x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n, n_i \leq x_i \leq m_i, n_i, m_i \in \mathbf{R}, i = 1, \dots, n\} \quad (2)$$

### 2 设计基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器

按如下步骤设计基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器。

#### 1) 设计切换面。

定义1  $\{(x_i, \int x_i) \mid S_{1i}(x_i, \int x_i) < 0; S_{2i}(x_i, \int x_i) < 0; x_i \in \mathbf{R}; \int x_i \in \mathbf{R}\}$  为第0<sub>i</sub>个空间,同理空间1<sub>i</sub>, ..., 3<sub>i</sub>。如图1所示,  $i = 1, \dots, n$ 。

图1所示,  $i = 1, \dots, n$ 。

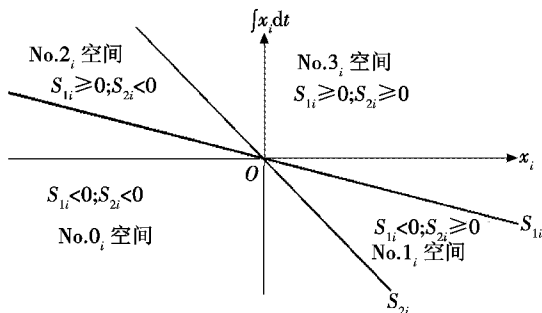


图1 切换面示意图

Fig.1 The figure of switching surface

图中,  $S_{1i}, S_{2i}$  为切换面。表达式为

$$\begin{cases} S_1(x) = x + \xi_1 \int x = 0 \\ S_2(x) = x + \xi_2 \int x = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\xi_1 = \text{diag}\{\xi_{11}, \dots, \xi_{1n}\}; \xi_2 = \text{diag}\{\xi_{21}, \dots, \xi_{2n}\}; S_1(x) = [S_{11}, \dots, S_{1n}]^T; S_2(x) = [S_{21}, \dots, S_{2n}]^T, \int x$  是  $\int_0^t x(\tau) d\tau$  的简写;  $\xi_{1i} > 0; \xi_{2i} > 0; \xi_{1i} \neq \xi_{2i}$ 。

#### 2) 设计单向辅助面。

单向辅助面如图2所示。

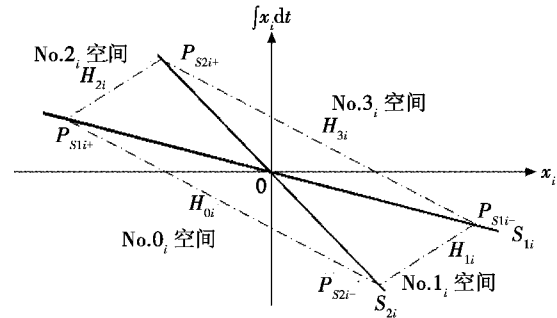


图2 单向辅助面示意图

Fig.2 The figure of unidirectional auxiliary surface

对于二维空间  $(x_i, \int x_i)$ , 切换面  $S_{1i}(x_i) = x_i + \xi_{1i} \int x_i; S_{2i}(x_i) = x_i + \xi_{2i} \int x_i$  将其划分为4个子空间, 分别记为第  $k_i$  个子空间,  $k = 0, 1, 2, 3$ , 根据状态限制条件(2), 选取适当的点  $P_{S_{1i}+}, P_{S_{1i}-}, P_{S_{2i}+}, P_{S_{2i}-}$ , 且所选取的点满足如下条件

分别记为第  $k_i$  个子空间,  $k = 0, 1, 2, 3$ , 根据状态限制条件(2), 选取适当的点  $P_{S_{1i}+}, P_{S_{1i}-}, P_{S_{2i}+}, P_{S_{2i}-}$ , 且所选取的点满足如下条件

$$\begin{cases} S_{1i}(P_{S_{1i}+}) = 0, \\ S_{1i}(P_{S_{1i}-}) = 0, \\ S_{2i}(P_{S_{2i}+}) = 0, \\ S_{2i}(P_{S_{2i}-}) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

点  $P_{S_{1i}+}, P_{S_{1i}-}, P_{S_{2i}+}, P_{S_{2i}-}$ , 在约束条件(2)内组成凸四边形  $P_{S_{1i}+} P_{S_{1i}-} P_{S_{2i}+} P_{S_{2i}-}$ , 并分别由线段  $P_{S_{1i}+} P_{S_{2i}-}, P_{S_{1i}-} P_{S_{2i}+}, P_{S_{1i}+} P_{S_{2i}+}, P_{S_{1i}-} P_{S_{2i}-}$  构成单向辅助面  $H_{0i}, H_{1i}, H_{2i}, H_{3i}$ , 则单向辅助面方程如式(5)所示

$$H_{ki} = \omega_{ki1} x_i + \omega_{ki2} \int x_i + \bar{M}_i \quad (5)$$

式中:  $k \in \{0, 1, 2, 3\}; \omega_{ki1} \neq 0; \bar{M}_i > 0, \bar{M}_i$  是常数。

考虑当前单向辅助面第  $i$  分量

$$H_i = \omega_{i1} x_i + \omega_{i2} \int x_i + \bar{M}_i \quad (6)$$

式中,  $\omega_{i1}, \omega_{i2}$  为

$$\omega_i = \begin{cases} \omega_{0i1}, S_{1i} < 0, S_{2i} < 0 \\ \omega_{1i1}, S_{1i} < 0, S_{2i} \geq 0 \\ \omega_{2i1}, S_{1i} \geq 0, S_{2i} < 0 \\ \omega_{3i1}, S_{1i} \geq 0, S_{2i} \geq 0 \end{cases}, \omega_{i2} = \begin{cases} \omega_{0i2}, S_{1i} < 0, S_{2i} < 0 \\ \omega_{1i2}, S_{1i} < 0, S_{2i} \geq 0 \\ \omega_{2i2}, S_{1i} \geq 0, S_{2i} < 0 \\ \omega_{3i2}, S_{1i} \geq 0, S_{2i} \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

显然,当  $S_{1i} < 0, S_{2i} < 0$  时,  $H_i = H_{0i}$ ; 当  $S_{1i} < 0, S_{2i} \geq 0, H_i = H_{1i}$ ; 当  $S_{1i} \geq 0, S_{2i} < 0, H_i = H_{2i}$ ; 当  $S_{1i} \geq 0, S_{2i} \geq 0, H_i = H_{3i}$ 。则当前单向辅助面记为

$$H = \Omega_1 x + \Omega_2 \int x + \bar{M} \quad (8)$$

式中:  $H = [H_1, \dots, H_n]^T$ ;  $\Omega_1 = \text{diag}\{\omega_{11}, \dots, \omega_{n1}\}$ ;  $\Omega_2 = \text{diag}\{\omega_{12}, \dots, \omega_{n2}\}$ ;  $\bar{M} = [\bar{M}_1, \dots, \bar{M}_n]^T$ 。

3) 设计基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器。

基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器的求法与单向辅助面滑模控制器的求法步骤相同。二者的不同点是趋近律不同。指数趋近律为

$$\dot{H} = N = \varepsilon I + \lambda(\bar{M} - H) \quad (9)$$

$\bar{M}, H$  与式(8)中相同,  $\varepsilon = \text{diag}\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\} > 0$ ,  $\lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\} > 0$ ,  $N$  是趋近律。对式(8)两边同时求导,并结合式(9)可得

$$\dot{H} = \varepsilon I + \lambda(\bar{M} - H) = \Omega_1 \dot{H} + \Omega_2 x \quad (10)$$

把系统(1)代入到式(10)中,则可得基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器为

$$u = (\Omega_1 \cdot g(x))^{-1} (\varepsilon I + \lambda(\bar{M} - H) - \Omega_1 \cdot f(x) - \Omega_2 \cdot x) \quad (11)$$

式中,  $\varepsilon, \lambda$  是可调参数,用来调整系统的收敛速度。

### 3 基于指数趋近律的单向辅助面滑模在有限时间内收敛到滑模面

**定理 1** 考虑非线性系统(1),设计状态约束基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器如式(11)所示,则  $x_i(t)$  到达滑模面( $S_{1i}$ 或者  $S_{2i}$ )的时间  $T_i$  为

$$T_i \leq \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{\lambda_i Z_i(x_i(0)) + \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right] \quad (12)$$

式中:  $x_i(0)$  是  $x_i(t)$  的初始值;  $Z_i(x_i(t)) = \bar{M}_i - H_i(x_i(t))$ ;  $i = 1, \dots, n_0$ 。

**证明** 由文献[23]引理 1 可知,  $\bar{M}_i > 0, \bar{M}_i - H_i(x_i(t)) \geq 0$ , 且仅当  $\bar{M}_i = H_i(x_i(t))$  时, 有  $x_i(t) = 0$ ; 由文献[23]定理 1 可知,  $V = \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{M}_i - H_i(x_i(t))}{\bar{M}_i} \right)^2$  是连续函数, 因为  $\bar{M}_i$  是常数, 故  $H_i(x_i(t))$  也是连续函数。令

$$Z_i(x_i(t)) = \bar{M}_i - H_i(x_i(t)) \quad (13)$$

对式(13)两边同时求导,因  $\bar{M}_i$  为常值故可得

$$\dot{Z}_i(x_i(t)) = -\dot{H}_i(x_i(t)) \quad (14)$$

把式(9)和式(13)代入式(14)可得

$$\dot{Z}_i(x_i(t)) = -\varepsilon_i - \lambda_i(\bar{M}_i - H_i(x_i(t))) = -\varepsilon_i - \lambda_i Z_i(x_i(t)) \quad (15)$$

对式(13)两边同乘  $e^{\lambda_i t}$  可得

$$\dot{Z}_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t} = -\varepsilon_i e^{\lambda_i t} - \lambda_i Z_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t} \quad (16)$$

整理式(16),把等式右边第二项移至等式左边可得

$$\dot{Z}_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t} + \lambda_i Z_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t} = -\varepsilon_i e^{\lambda_i t} \quad (17)$$

根据两项相乘求导定理,则式(17)可变为

$$d(Z_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t}) = -\varepsilon_i e^{\lambda_i t} dt \quad (18)$$

对式(18)两边同时积分可得

$$\int d(Z_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t}) = \int -\varepsilon_i e^{\lambda_i t} dt \quad (19)$$

积分后结果为

$$Z_i(x_i(t)) e^{\lambda_i t} - Z_i(x_i(0)) = -\frac{\varepsilon_i}{\lambda_i} e^{\lambda_i t} + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i} \quad (20)$$

解方程(20)可得时间  $t$  为

$$t = \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{Z_i(x_i(0)) + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}}{Z_i(x_i(t)) + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}} \right] \quad (21)$$

根据式(21)作以下讨论。

1) 假设状态运动轨迹到达原点之前始终未在滑模面上滑行。当轨迹到达原点时,也同时到达了滑模面,则此时  $x_i(t) = 0, Z_i(x_i(t)) = 0$ 。由式(21)可知,到达滑模面上的时间计算式即为

$$t = \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{Z_i(x_i(0)) + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}}{\frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}} \right] = \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{\lambda_i Z_i(x_i(0)) + \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right] \quad (22)$$

2) 假设系统状态运动轨迹在  $t_1$  时刻到达滑模面上,并在滑模面上滑行至原点,且  $x_i(t_1) \neq 0$ , 由式(13)及文献[23]引理 1 可知,仅当  $\bar{M}_i = H_i(x_i(t))$  时, 有  $x_i(t) = 0$ 。因为此时  $x_i(t_1) \neq 0$ , 所以可得  $Z_i(x_i(t_1)) = \bar{M}_i - H_i(x_i(t_1)) > 0$ 。由式(21)可知,到达滑模面上的时间计算式为

$$t_1 = \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{Z_i(x_i(0)) + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}}{Z_i(x_i(t_1)) + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i}} \right] < \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{\lambda_i Z_i(x_i(0)) + \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right] \quad (23)$$

根据以上分析,基于指数趋近律的单向辅助面滑模在有限时间  $T_i$  内收敛到滑模面上,且  $T_i$  为

$$T_i \leq \frac{1}{\lambda_i} \ln \left[ \frac{\lambda_i Z_i(x_i(0)) + \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right] \quad (24)$$

定理得证。

## 4 仿真

给出系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f(x) + g(x)u \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases} \quad (25)$$

式中:  $x = [x_1, x_2]^T$ ;  $u \in \mathbf{R}$ ;  $g(x) = \frac{\cos(x_2)}{7.3 - 1.5\cos^2(x_2)}$ ;  
 $f(x) = \frac{107.9\sin(x_2) - 1.5x_1^2\cos(x_2)\sin(x_2)}{7.3 - 1.5\cos^2(x_2)}$ 。状态约束条件为:  $\Psi = \{x \mid x = [x_1, x_2]^T, -0.45 \leq x_1 \leq 0.45, -0.55 \leq x_2 \leq 0.55\}$ 。

仿真步骤如下。

1) 设计切换面。

因为  $x_2 = \int x_1$ , 所以切换面可选择为

$$\begin{cases} S_{11}(x) = x_1 + \int x_1 = x_1 + x_2 \\ S_{21}(x) = 2x_1 + \int x_1 = 2x_1 + x_2 \end{cases} \quad (26)$$

2) 设计单向辅助面。

考虑到状态限制, 则4个点为  $P_{S_{11}+}, P_{S_{11}-}, P_{S_{21}+}, P_{S_{21}-}$ , 分别选为:  $P_{S_{11}+} = (-0.45, 0.45)$ ;  $P_{S_{11}-} = (0.45, -0.45)$ ;  $P_{S_{21}+} = (-0.275, 0.55)$ ;  $P_{S_{21}-} = (0.275, -0.55)$ 。由以上4点可得辅助面方程为:  $H_{01} = 8.0808x_1 + 5.8586x_2 + 1$ ;  $H_{11} = -0.8081x_1 + 1.4141x_2 + 1$ ;  $H_{21} = 0.8081x_1 - 1.4141x_2 + 1$ ;  $H_{31} = -8.0808x_1 - 5.8586x_2 + 1$ 。

令

$$\omega_{11} = \begin{cases} 8.0808, & S_{11} < 0, S_{21} < 0 \\ -0.8081, & S_{11} < 0, S_{21} \geq 0 \\ 0.8081, & S_{11} \geq 0, S_{21} < 0 \\ -8.0808, & S_{11} \geq 0, S_{21} \geq 0 \end{cases},$$

$$\omega_{12} = \begin{cases} 5.8586, & S_{11} < 0, S_{21} < 0 \\ 1.4141, & S_{11} < 0, S_{21} \geq 0 \\ -1.4141, & S_{11} \geq 0, S_{21} < 0 \\ -5.8586, & S_{11} \geq 0, S_{21} \geq 0 \end{cases}。$$

当前单向辅助面可表示为:  $H = \Omega_1 \cdot x_1 + \Omega_2 \cdot x_2 + \bar{M}$ 。其中:  $\Omega_1 = \omega_{11}, \Omega_2 = \omega_{12}, \bar{M} = 1$ ; 当  $S_{1i} < 0, S_{2i} < 0$  时,  $H = H_{01}$ ; 当  $S_{1i} < 0, S_{2i} \geq 0$  时,  $H = H_{11}$ ; 当  $S_{1i} \geq 0, S_{2i} < 0$  时,  $H = H_{21}$ ; 当  $S_{1i} \geq 0, S_{2i} \geq 0$  时,  $H = H_{31}$ 。

3) 设计控制器。

① 假定初始点为  $x_1(0) = 0, x_2(0) = -0.45$ 。仿真步长定为 0.01 s。

② 常规滑模控制器表达式为:  $u = (g(x))^{-1}(-N \cdot \text{sign}(S) - f(x) - x_1)$ ; 趋近律  $N = 0.2$ 。切换面为:  $S = x_1 + x_2$ 。

③ 单向辅助面滑模控制器表达式为:  $u = (g(x))^{-1}(\Omega_1^{-1} \cdot N - f(x) - \Omega_2^{-1} \cdot \Omega_2 \cdot x_1)$ , 趋近律

$N = 0.2$ 。

④ 基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制器表达式为:  $u = (\Omega_1 \cdot g(x))^{-1}(\varepsilon I + \lambda(\bar{M} - H) - \Omega_1 \cdot f(x) - \Omega_2 \cdot x_1)$ , 趋近律  $N = N_1 = \varepsilon_1 + \lambda_1(\bar{M}_1 - H_1)$ ; 取  $\varepsilon_1 = 0.2, \lambda_1 = 0.2$ ; 计算  $Z_1(x(0)) = 2.6364$ 。且系统状态在有限时间  $T_1$  内收敛到滑模面 ( $S_{11}$  或者  $S_{21}$ ):  $T_1 \leq \frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \left[ \frac{\lambda_1 Z_1(x(0)) + \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \right] = 6.4549$  s。

传统滑模控制仿真图如图3~图5所示。

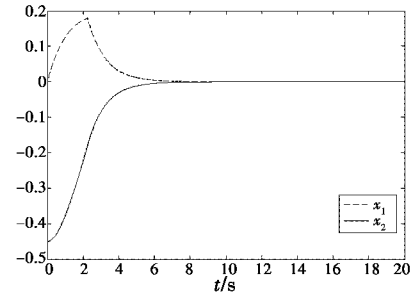


图3  $x_1, x_2$  仿真图

Fig. 3 The simulation result of  $x_1$  and  $x_2$

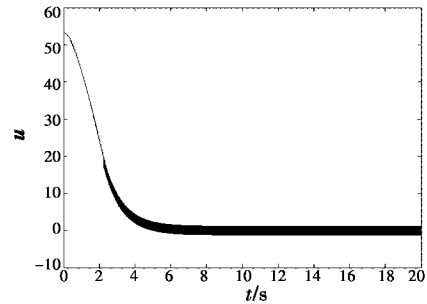


图4 控制器  $u$  仿真图

Fig. 4 The simulation result of controller  $u$

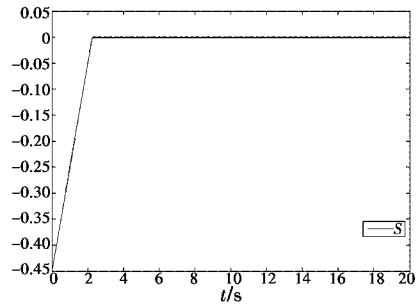


图5 切换面  $s$  收敛时间仿真图

Fig. 5 The convergence time simulation result of switching surface  $s$

单向辅助面滑模控制仿真图如图6~图8所示。

基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制仿真图如图9~图11所示。

从图4、图6、图9可以看出, 传统滑模状态收敛速度最快, 基于指数趋近律的单向辅助面滑模收敛速度

次之,单向辅助面滑模中状态收敛速度最慢。对比传统滑模和单向辅助面滑模,可知二者趋近律相同、切换面不同、收敛速度不同;而对比单向辅助面滑模和基于指数趋近律的单向辅助面滑模可知,二者切换面相同、趋近律不同、收敛速度不同。通过以上对比可以看出,切换面、趋近律都对收敛速度有影响。若要提高收敛速度,必须要同时调整切换面和趋近律。对滑模控制来说,收敛速度固然重要,但是抖振也不容轻视,工程上,频繁的抖振不仅增加能量的消耗,还会破坏系统性能,损害控制部件。

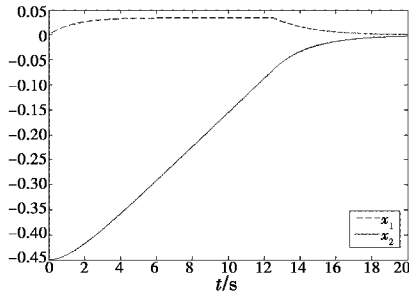


图6  $x_1, x_2$  仿真图

Fig. 6 The simulation result of  $x_1$  and  $x_2$

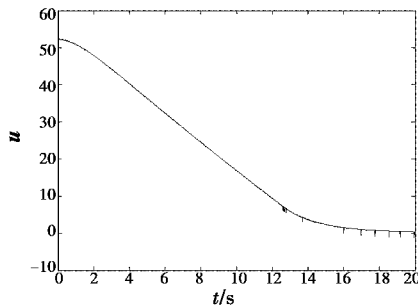


图7 控制器  $u$  仿真图

Fig. 7 The simulation result of controller  $u$

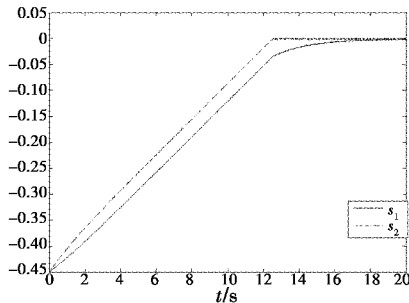


图8 切换面  $s_1, s_2$  收敛时间仿真图

Fig. 8 The convergence time of switching surface  $s_1$  and  $s_2$

从图5、图7、图10和表1可以看出,传统滑模抖振频率最高,基于指数趋近律的单向辅助面滑模抖振频率次之,单向辅助面滑模抑制抖振频率最低。从以上对比、分析可以看出,传统滑模控制虽然收敛速度快,但抖振频繁,容易破坏系统性能;单向辅助面滑模控制虽然能有效抑制抖振现象,但收敛速度慢,限制了

在工程中的应用;唯有基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制不仅有效抑制了抖振现象,而且还提高了收敛速度,改善了控制性能,提高了控制器的实用性。

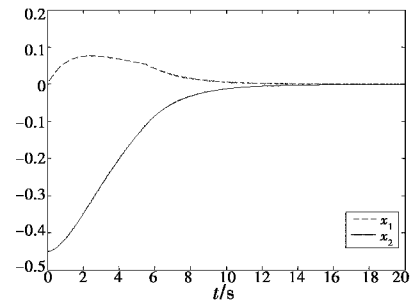


图9  $x_1, x_2$  仿真图

Fig. 9 The simulation result of  $x_1$  and  $x_2$

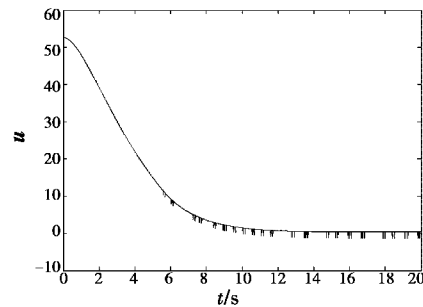


图10 控制器  $u$  仿真图

Fig. 10 The simulation result of controller  $u$

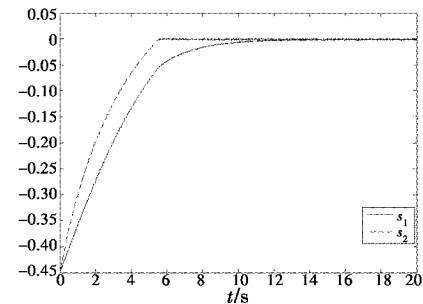


图11 切换面  $s_1, s_2$  收敛时间仿真图

Fig. 11 The convergence time of switching surface  $s_1$  and  $s_2$

表1 传统滑模、单向辅助面滑模、基于指数趋近律的单向辅助面滑模抖振频率

Table 1 The chattering frequency of different sliding modes

	到达切换面 时间/s	切换 次数	滑模面切 换频率/ $s^{-1}$	仿真步 长/s
传统滑模	2.25	1776	100次	0.01
单向辅助面滑模	12.55	20	3次	0.01
基于指数趋近律的 单向辅助面滑模	5.55	96	7次	0.01

## 5 结束语

本文从趋近律出发,在单向辅助面滑模控制基础上,提出了基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制方法。虽然基于指数趋近律的单向辅助面滑模控制方法

可以有效抑制抖振现象,提高收敛速度,但是此控制方法并不能完全消除抖振,这在一定程度上限制了指数趋近律的单向辅助面滑模控制方法的应用,因此,如何消除抖振将是今后研究的主要方向。

### 参考文献

- [1] UTKIN V I. Variable structure systems with sliding modes [J]. *IEEE Transactions on Control*, 1977, 22(2):212-222.
- [2] UTKIN V I. Application of equivalent control method to the systems with large feedback gain [J]. *IEEE Transaction on Control*, 1978, 23(3):484-486.
- [3] UTKIN V I. VSS present and future [J]. *Automation and Remote Control* 1983, 44(11):1105-1120.
- [4] UTKIN V I, SH I J X. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions [C] // *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control* Kobe, Japan IEEE Press, 1996:4591-4596.
- [5] UTKIN V I. Sliding modes in control optimization [M]. Berlin: Germany Springer-Verlag, 1992.
- [6] UTKIN V I. Sliding mode control design principles and applications to electric drives [J]. *IEEE Industrial Electronics Society*, 1993, 40(1):23-36.
- [7] 彭书华,李华德,苏中,等. 某导弹电动舵机新型离散滑模控制技术[J]. *中国机械工程*, 2009, 20(22):2668-2671.
- [8] SLOTINE J J E, SASTRY S S. Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulator [J]. *International Journal of Control*, 1983, 38(2):465-492.
- [9] SLOTINE J J E. Sliding controller design for non-linear systems [J]. *International Journal of Control*, 1984, 40(2):421-434.
- [10] KANG B P, JU J L. Sliding mode controller with filtered signal for robot manipulators using virtual plant/controller [J]. *Mechatronics*, 1997, 7(3):277-286.
- [11] YANADA H, OHNISHI H. Frequency-shaped sliding mode control of an electrohydraulic servomotor [J]. *Journal of Systems and Control and Dynamics*, 1991, 213(1):441-448.
- [12] KORONDI P, YOUNG D, HASHIMOTO H. Sliding mode based disturbance observer for motion control [C] // *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Florida, USA, 1998:1926-1927.
- [13] EUN Y, KIM J H, KIM K, et al. Discrete-time variable structure controller with a decoupled disturbance compensator and Its applications to a CNC servomechanism [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7(4):414-422.
- [14] 宋立忠,陈少昌,姚琼荟. 多输入不确定系统离散变结构控制设计[J]. *控制与决策*, 2003, 18(4):468-471.
- [15] LEVANT A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control [J]. *International Journal of Control*, 1993, 58(6):1247-1263.
- [16] BARTOLINI G, PISANO A, PUNTA E, et al. A survey of application of second-order sliding mode control to mechanical systems [J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10):875-892.
- [17] LEVANT A. Robust exact differentiation via sliding mode technique [J]. *Automatica*, 1998, 34(3):379-384.
- [18] LEVANT A. Universal SISO sliding-mode controllers with finite-time convergence [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(9):1447-1451.
- [19] LEVANT A. Higher order sliding modes, differentiation and output-feedback control [J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10):924-941.
- [20] 傅健,吴庆宪,姜长生,等. 带状态约束的非线性系统单向辅助面滑模控制[J]. *控制与决策*, 2011, 26(9):1288-1294.
- [21] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [22] 李光,艾志浩,林国. 具有非线性时变滑模面的变结构控制系统设计[J]. *计算机技术与自动化*, 2007, 26(4):9-11.
- [23] 傅健,吴庆宪,姜长生,等. 连续非线性系统的滑模鲁棒正不变集控制[J]. *自动化学报*, 2011, 37(11):1395-1407.

(上接第35页)

光滑的轨迹自动地对准跑道中心线。该方法成功利用了MLS系统大范围、高精度导航的优点,具有一定的实践意义。仿真结果表明,设计的控制律有效可行。

### 参考文献

- [1] 周其焕,魏雄志,崔红跃. 微波着陆系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
- [2] LAMBREGTS A A. Development of an MLS lateral auto-land system with automatic path definition [C] // *AIAA Guidance and Control Conference*, 1981, 1751:534-541.
- [3] 申安玉,申学仁,李云保,等. 自动飞行控制系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- [4] LAFONTAINE J D, LEVESQUE J F, KRON A. Robust guidance and control algorithms using constant flight path angle for precision landing on mars [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2006, 6075:620-641.
- [5] 车军,张新国. 自动着陆精确轨迹跟踪控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2005(9):975-979.
- [6] SUZUKI S, KOMATSU Y, YONEZAWA S. Online four-dimensional flight trajectory search and its flight testing [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2005, 6475:269-282.