

基于 Renyi 熵的非线性系统中传感器管理算法

崔博鑫, 许蕴山

(空军工程大学航空航天工程学院, 西安 710038)

摘要: 针对高斯非线性系统中的多目标跟踪问题, 提出了一种基于 Renyi 熵的传感器管理算法。该算法首先根据无迹卡尔曼滤波计算预测误差与滤波误差, 度量目标跟踪精度要求; 利用 Renyi 熵结合 Parzen 窗函数对概率密度函数进行近似估计, 得到目标的信息增量, 以此作为代价函数。同时, 引入目标优先级(即威胁度), 得到效能函数, 形成传感器管理模型; 最后利用该模型实现了传感器资源的分配。仿真结果表明, 该算法利用 Renyi 熵可以表达非线性系统高阶特性的特点, 结合 Parzen 窗函数, 保持精度的同时减少运算量, 较好地度量了跟踪过程中信息的不确定性, 降低了跟踪误差, 优化了系统的跟踪性能。

关键词: 传感器管理; 多传感器; Renyi 熵; Parzen 窗函数; UKF

中图分类号: V271.4; TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2013)07-0019-05

A Sensor Management Algorithm Based on Renyi Entropy for Gaussian Nonlinear Tracking System

CUI Boxin, XU Yunshan

(Engineering College of Aeronautics and Astronautics, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: A sensor management algorithm is presented based on Renyi entropy for Gaussian nonlinear multi-target tracking system. First, the target tracking accuracy requirement was analyzed based on the prediction error and the filtering error calculated by using UKF. Then, the approximate estimation of probability density function was implemented by using Renyi entropy together with Parzen window function, and the target information gain was obtained. The target priority, i. e., the threats degree, was introduced, and the efficiency function was obtained. Finally, the efficiency function was used to distribute the sensors. The simulation results show that: 1) the use of Renyi entropy can represent the high order characteristics of nonlinear system; and 2) Combined with Parzen window function, it can not only maintain accuracy but also reduce the calculation cost, and can measure the uncertainty of the information in the tracking well, reduce the tracking error, and optimize the tracking performance of the system.

Key words: sensor management; multi-sensor; Renyi entropy; Parzen window function; Unscented Kalman Filter

0 引言

传感器管理就是对一组传感器进行自动控制的系统或过程。其目的是选择恰当的传感器、传感器工作模式和传感器搜索方式以优化数据融合系统完成指定目标任务的性能^[1]。信息的变化可用于描述目标的检测、跟踪和分类等的不确定性。在统计模型和运动模

型下, Kruger 等^[2-4]给出了利用 Shannon 信息熵信息增量对传感器资源进行分配的算法。最近, 基于 Renyi 熵的新理论开始广泛应用^[5-6], Santamaria^[7]首次把 Renyi 熵作为代价函数用到常数模算法中, 使得收敛速度显著提高而计算量却增加很少。

在系统状态估计中, 大部分系统都具有一定的非线性问题, Bar-Shalom^[8]提出了递推滤波算法, 包括扩展卡尔曼滤波(EKF)、修正增益的推广卡尔曼滤波(MGEKF)等。但 EKF 和 MGEKF 只适用于滤波误差和预测误差都比较小的情况, 否则, 收敛精度、收敛时间及稳定性等会降低, 滤波不稳定甚至发散^[9-10]。本

文针对非线性系统中高机动的情形,运用无迹卡尔曼滤波(UKF)进行状态估计,减少滤波误差与预测误差。用 Renyi 熵度量在滤波过程中产生的信息不确定性,以 Renyi 信息差异作为传感器分配的代价函数,合理分配传感器资源。

1 Renyi 信息差异

1.1 Renyi 熵

Shannon 熵是对信源输出信息的随机性的度量,当所有状态出现的概率都相等时,熵最大,这时系统的随机程度也最高。Renyi 熵进一步扩展了 Shannon 熵的概念,反映了系统信息的高阶特性。

对一个具有概率密度函数 $P_X(x)$ 的连续分布的随机变量 X 的 α 阶 Renyi 信息熵的定义为

$$H_R(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \int_{-\infty}^{\infty} P_X^\alpha(x) dx, \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (1)$$

当 $\alpha \rightarrow 1$ 时, α 阶的 Renyi 熵趋近于 Shannon 熵,即

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} H_R(X) = -P_X(x) \ln P_X(x) \quad (2)$$

当 $\alpha = 2$ 时

$$H_R(X) = -\ln \int_{-\infty}^{\infty} P_X^2(x) dx \quad (3)$$

上式称为二次 Renyi 熵,对应于二项概率分布。Kapur^[11]指出这种交替定义的 Renyi 熵等价于基于最大化熵的 Shannon 熵。

1.2 Parzen 窗函数

由于 Renyi 信息熵的计算需要对概率密度函数进行非线性运算,必须采用窗函数来获得对概率密度函数的近似估计。Koenderink^[12]指出连续变量的二次 Renyi 熵可以通过非参数法即带核函数的 Parzen 窗来估计,文献[13]中证明了当二次 Renyi 熵度量结合使用高斯核的 Parzen 窗时能大大节省计算量。

假设已知随机变量 X 的样本数据集为: $\{x_i, i=1, 2, \dots, N\}$, 采用 Parzen 窗估计 X 的概率密度函数 $P_X(x)$ 的算式为

$$P_X(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa_\sigma(x - x_i) \quad (4)$$

式中: $\kappa_\sigma(x) = \frac{1}{\sigma} \kappa\left(\frac{x}{\sigma}\right)$, 称为核函数(kernel function), σ 表示 Parzen 窗的“宽度”, 满足作为概率密度函数的条件(非负, 积分为 1, 连续可微)。

由于系统为高斯分布, 采用高斯核函数:

$$\kappa_\sigma(u, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{1}{2\delta^2}(x-u)^2} \quad (5)$$

1.3 Renyi 信息增量

利用 Parzen 窗函数及高斯核函数, 得到高斯分布下的 Renyi 熵为

$$H_R(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{1}{2\delta^2}(x-u)^2} \right)^\alpha dx = \frac{1}{1-\alpha} \ln \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} \right)^\alpha \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{1}{2\delta^2}(x-u)^2} dx \right) \quad (6)$$

令 $t = \frac{\sqrt{\alpha}}{\delta}(x-u)$, $dt = \frac{\sqrt{\alpha}}{\delta} dx$, 且运用 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt = 1$, 得到

$$H_R(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} \right)^\alpha \times \frac{\sqrt{2\pi\delta^2}}{\sqrt{\alpha}} \right) = \ln \sqrt{2\pi\delta^2} + \frac{1}{2(\alpha-1)} \ln \alpha \quad (7)$$

将两种 Renyi 熵的差值作为 Renyi 信息增量, 用来表征信息不确定性的变化量

$$J_R = H_R(X) - H_R(Y) = \frac{1}{2} \ln \frac{\delta_x}{\delta_y} \quad (8)$$

从上式可以看出, 高斯分布下的信息不确定性的差异仅跟分布中的方差有关, Renyi 熵的信息增量在一定程度上收敛于 Shannon 熵的信息增量。

2 无迹卡尔曼滤波

无迹卡尔曼滤波(UKF)是在无迹变换^[14]的基础上发展起来的, 不需要对非线性状态和量测模型进行线性化, 而是对状态向量的概率密度函数进行近似化, 近似化后的概率密度函数仍然是高斯的, 但它表现为一系列的采样点。

设如下非线性模型

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k, W_k) \quad (9)$$

$$Z_k = h(X_k, V_k) \quad (10)$$

式中: $X_k \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态; $f(\cdot)$ 为 n 维向量函数; $h(\cdot)$ 为 m 维向量函数; W_k 为 n 维系统过程噪声; V_k 为 m 维系统观测噪声。则无迹 Kalman 滤波计算过程如下。

1) 初始化。

$$\hat{X}_0 = E[X_0] \quad (11)$$

$$P_{X_0} = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T] \quad (12)$$

$$\hat{X}_0^a = E[X_0^a] = [\hat{X}_0^T \quad \bar{W}_0^T \quad \bar{V}_0^T]^T \quad (13)$$

$$P_0^a = E[(X_0^a - \hat{X}_0^a)(X_0^a - \hat{X}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_{X_0} & 0 & 0 \\ 0 & R_w & 0 \\ 0 & 0 & R_v \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: X^a 为系统的增广状态变量; R_w 和 R_v 为过程噪声和观测噪声协方差矩阵; E 表示期望运算。

2) U 变换。

选取 Sigma 点

$$x_{k-1}^a = [\bar{x}_{k-1}^a \quad \bar{x}_{k-1}^a + \sqrt{(n_0 + \lambda)P_{k-1}^a} \quad \bar{x}_{k-1}^a - \sqrt{(n_0 + \lambda)P_{k-1}^a}] \quad (15)$$

且

$$\mathbf{x}_{k-1}^a = [\mathbf{x}_{k-1}^x \quad \mathbf{x}_{k-1}^w \quad \mathbf{x}_{k-1}^v] \quad (16)$$

式中, \mathbf{x}_{k-1}^x 、 \mathbf{x}_{k-1}^w 和 \mathbf{x}_{k-1}^v 分别为 \mathbf{x}_{k-1}^a 中对应于状态向量、过程噪声和量测噪声的分量。

3) 时间更新。

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^x = f(\mathbf{x}_{k-1}^x, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1}^w) \quad (17)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} \mathbf{x}_{i,k|k-1}^x \quad (18)$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [\mathbf{x}_{i,k|k-1}^x - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}] [\mathbf{x}_{i,k|k-1}^x - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{z}_{k|k-1} = h(\mathbf{x}_{k|k-1}^x, \mathbf{x}_{k|k-1}^v) \quad (20)$$

$$\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} \mathbf{z}_{i,k|k-1} \quad (21)$$

4) 量测更新。

$$P_{z_{k|k-1}, z_{k|k-1}} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [z_{i,k|k-1} - \bar{z}_{k|k-1}] [z_{i,k|k-1} - \bar{z}_{k|k-1}]^T \quad (22)$$

$$P_{x_{k|k-1}, z_{k|k-1}} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} [x_{i,k|k-1}^x - \bar{x}_{k|k-1}] [z_{i,k|k-1} - \bar{z}_{k|k-1}]^T \quad (23)$$

$$\mathbf{K}_k = P_{x_{k|k-1}, z_{k|k-1}} P_{z_{k|k-1}, z_{k|k-1}}^{-1} \quad (24)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (z_k - \bar{z}_{k|k-1}) \quad (25)$$

$$\hat{P}_k = P_{k|k-1} + \mathbf{K}_k P_{z_{k|k-1}, z_{k|k-1}} \mathbf{K}_k^T \quad (26)$$

在 U 变换中,

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n_x + \lambda} \quad (27)$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n_x + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (28)$$

$$\lambda = \alpha^2 (n + k) - n \quad (29)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2(n_x + k)}, \quad i = 1, 2, \dots, 2n_x \quad (30)$$

式中: α 为采样点的散布程度, $\alpha > 0$, 它可以调节粒子的分布距离, 降低高阶矩的影响, 减少预测误差; β 为先验分布信息, $\beta \geq 0$, 可以提高方差的精度, 控制估计状态的峰值误差; n_x 为系统维数; k 为影响分布的尺度因子, 多维系统选择 $k = 3 - n$ 可以使均方误差最小; $W^{(m)}$ 和 $W^{(c)}$ 分别是一阶统计特性的权系数和二阶统计特性的权系数。

3 传感器管理模型

3.1 代价函数

在 Renyi 熵的基础上, Renyi 信息增量反映预测误差和滤波误差中信息不确定性的变化量, 得到代价函数

$$J = \frac{1}{2} \ln \frac{\delta_x}{\delta_y} = \frac{1}{2} \ln \frac{\delta_{k|k}}{\delta_{k|k-1}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\|P_{k|k}\|^c}}{\sqrt{\|P_{k|k-1}\|^c}} \quad (31)$$

式中, $\sqrt{\|P_{k|k}\|^c}$ 和 $\sqrt{\|P_{k|k-1}\|^c}$ 分别为滤波误差协方差和预测误差协方差, 为了简化计算, 采用矩阵的迹代替

协方差矩阵的范数。

设目标有 m 个, 传感器有 n 种, 由传感器组成的伪传感器 (即传感器组合) 共有 $2^n - 1$ 种。考虑目标威胁度^[15], 影响因素包括目标类型、目标速度、目标高度、距掩护对象的距离、航路捷径及电子干扰能力。结合目标优先级, 即威胁度, 将代价函数 J 与威胁度 w 结合, 得到效能函数

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{2^n-1} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\|P_{k|k}^{i,j}\|^c}}{\sqrt{\|P_{k|k-1}^{i,j}\|^c}} \right) + \sum_{i=1}^m \lambda w_i \quad (32)$$

式中: w_i 代表目标 i 的威胁度; λ 为威胁度的权系数。

3.2 传感器对目标的最优分配

在一个多传感器系统中, 优化的目的是使传感器分配给目标后所取得的效能最大, 由最优线性分配思想, 得到传感器分配方案。

$$D_k^{\text{opt}} = \arg \max_D f =$$

$$\arg \max_D \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{2^n-1} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\|P_{k|k}^{i,j}\|^c}}{\sqrt{\|P_{k|k-1}^{i,j}\|^c}} \right) + \sum_{i=1}^m \lambda w_i \right] \quad (33)$$

约束条件为

$$\sum_{j=1}^{2^n-1} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (34)$$

$$\sum_{j \in S(k)} \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq \tau_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (35)$$

式中: $x_{ij} \geq 0$, 对所有 i, j 均成立; τ_k 表示第 k 个传感器所能跟踪目标的最大个数; $S(k)$ 为包含传感器 k 的所有伪传感器构成的集合。在线性优化中, x_{ij} 为 1 或者 0, 等于 1 时, 表示第 i 个传感器被分配给第 j 个目标。

4 仿真分析

设系统跟踪 3 个目标, 采样周期 $T = 1$ s, 跟踪 200 s。目标 1 为匀速运动模型, 初值为 [10000 m 100 m/s 7000 m 50 m/s], 威胁度为 0.35。目标 2 为加速运动, 初值为 [1000 m 50 m/s 9000 m 100 m/s], 在 x 轴方向上做匀加速运动, 加速度为 1 m/s^2 , 在 y 轴方向上做匀减速运动, 加速度为 -1 m/s^2 , 威胁度为 0.54。目标 3 为变加速大机动模型, 初值为 [8000 m 150 m/s 12000 m 0 m/s], 加速度为 $\boldsymbol{\omega} = -\alpha \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$, 其中: α 为 0.00015; 状态转移矩阵为

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin T\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}} & 0 & -\frac{1 - \cos T\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}} \\ 0 & \cos T\boldsymbol{\omega} & 0 & -\sin T\boldsymbol{\omega} \\ 0 & \frac{1 - \cos T\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}} & 1 & \frac{\sin T\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}} \\ 0 & \sin T\boldsymbol{\omega} & 0 & \cos T\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix};$$

威胁度为 0.87。

在 UKF 滤波中, U 变换的各项系数 α 取 0.01, β

取 $2, \kappa$ 取 $-1, \lambda = -3.9997$ 。

根据 UKF 中的预测误差协方差和滤波误差协方差,用 Renyi 信息增量度量代价函数,结合目标威胁度,计算效能函数,最后获得传感器管理分配方案。图 1 表示目标真实运动轨迹与基于 Renyi 熵的管理方案跟踪轨迹,图 2 表示在跟踪过程中,3 个目标产生的 Renyi 熵信息增量。

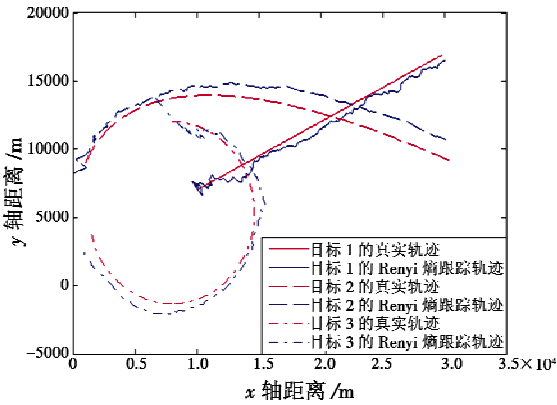


图 1 目标运动轨迹与 Renyi 熵跟踪轨迹

Fig. 1 Motion track of target and Renyi entropy

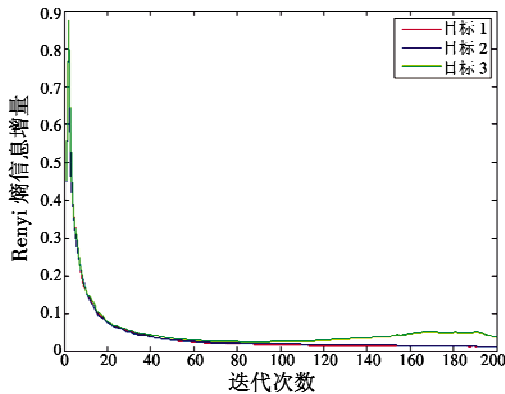


图 2 3 个目标的 Renyi 熵信息增量

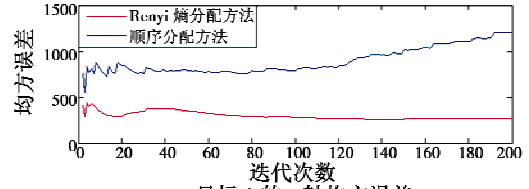
Fig. 2 Renyi entropy information gain of three targets

从图 1 中可以看出,3 个目标经过 Renyi 熵信息增量的分配方法,跟踪效果较好。图 2 中,在迭代的初期,由于目标不确定性极大,故 Renyi 熵信息增量也在不断增大,随着迭代次数的增加,滤波、分配效果逐渐明显,Renyi 熵信息增量不断降低。其中,目标 3 由于其大机动、变加速的特点,滤波误差较大,Renyi 熵信息增量也相应提高,给予更多的传感器资源,但在迭代后期,Renyi 熵信息增量仍比其他两种目标大,符合实际情况,说明本算法有效。

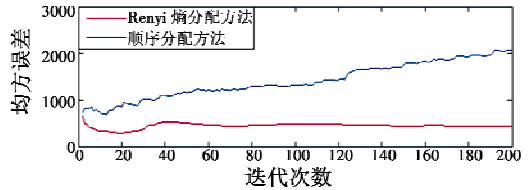
为了进行对比,参照顺序分配方法,得到 Renyi 熵分配方法与顺序分配方法的误差,图 3 ~ 图 5 分别为 3 个目标在两种算法下的均方误差。

由图 3 ~ 图 5 可以看出,基于 Renyi 熵信息增量的传感器分配方法能有效反映目标跟踪过程中的不确定

性,合理分配传感器资源,增强跟踪效果。针对匀速、匀加/减速、变加速大机动目标,其均方误差小于顺序分配方法,证明该算法有效。



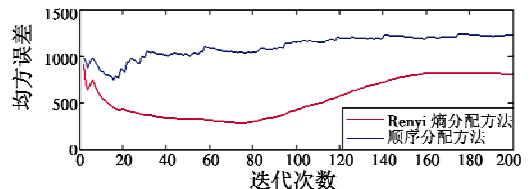
a 目标 1 的 x 轴均方误差



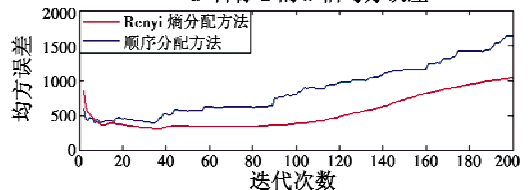
b 目标 1 的 y 轴均方误差

图 3 目标 1 的均方误差

Fig. 3 Mean square error of target 1



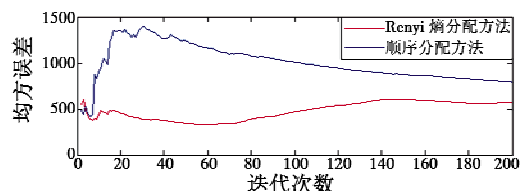
a 目标 2 的 x 轴均方误差



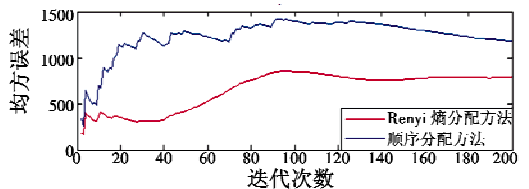
b 目标 2 的 y 轴均方误差

图 4 目标 2 的均方误差

Fig. 4 Mean square error of target 2



a 目标 3 的 x 轴均方误差



b 目标 3 的 y 轴均方误差

图 5 目标 3 的均方误差

Fig. 5 Mean square error of target 3

当系统资源无法满足目标的精度要求时,会直接导致分配算法无解,无法形成有效的分配方案。可以采取两种方法:1) 调整目标的威胁度,即给予高威胁目标优先打击,例如本例中目标 3 为变加速大机动模

型,可以适当提高威胁度,而目标1为匀速运动模型,降低其威胁度;2)等比例降低目标的精度要求,即将3个目标的Renyi熵信息增量乘以衰减因子,使得系统资源满足精度要求,从而得到有效解。

5 结束语

本文利用Renyi熵结合Parzen窗函数,准确地度量了UKF过程中信息的不确定性,以Renyi熵信息差异为代价函数,与目标威胁度构成了效能函数,合理地分配传感器资源。仿真结果表明,与顺序分配方法相比,Renyi熵分配方法能够增强跟踪效果,对于变加速、大机动目标分配更多资源,该算法合理有效。

参考文献

- [1] MUSICK S, MALHOTRA R. Chasing the elusive sensor management [C]//Proceedings of the IEEE NAECON, New Jersey:IEEE, 1994:606-613.
- [2] KRUGER A B. Integrated tracking and sensor management based on expected information gain [C] // Proceedings of SPIE Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition, 2007, 6567:65670C1-C11.
- [3] KREUCHER C M, HERO A O, KASTELLA K D, et al. An information-based approach to sensor management in large dynamic networks[J]. Proceedings of IEEE, 2007, 95(5): 978-999.
- [4] 周林,刘先省,金勇.一种非线性融合系统中的传感器管理方法[J].系统工程与电子技术,2006,28(7): 1064-1066.
- [5] HILD K E, ERDOGMUSE D, TORKKOLA K, et al. Feature extraction using information theoretic learning [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(9):1385-1392.
- [6] BONEV B, CAZORLAM E F. Feature selection, mutual information, and the classification of high-dimensional patterns [J]. Pattern Analysis and Applications, 2008, 11(3/4):309-319.
- [7] SANTAMARIA I, PANTALEON C, VIELV A L, et al. Fast algorithm for adaptive blind equalization using order—Renyi's entropy [C]//ICASSP IEEE, 13-17 May 1520-6149, 0-7803-7402-9, 2002, 3:III-2657-III-2660.
- [8] BAR-SHALOM Y, LI X R. Estimation and tracking: Principles, techniques and software [M]. Artech House, Boston, MA, 1993.
- [9] 申石磊,刘先省,潘泉.基于运动模型的一类传感器管理方法[J].电子学报,2002,30(2):201-204.
- [10] PACHTER M, CHANDLER P R. Universal linearization concept for extended Kalman filters [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3):946-961.
- [11] KAPUR J N. Measures of information and their applications [M]. New York:Wiley-Interscience, 1994.
- [12] OENDERINK J J, VAN DOORN A J. Surface shape and curvature scales [J]. Image and Vision Computing, 1992, 10(8):557-565.
- [13] WU Zhaohui, WANG Yueming. 3D face recognition using local shape map [C]// ICIP 2004: IEEE International Conference on Image Processing. Washington, DC: IEEE Press, 2004:2003-2006.
- [14] JULIER S, UHLMANN J K. A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions [R]. Technical Report,1994.
- [15] 范春彦.基于最大隶属度的目标威胁评估与排序法[J].系统工程与电子技术,2003,25(1):47-48.

下期要目

轮廓波和方向小波变换方法的性能比较
 DGPS/SINS 紧组合进近着陆技术研究
 机载头盔瞄准系统动态性能研究
 无人机编队管理的研究综述
 新型 CCAR 与 CCRP 融合式轰炸瞄准原理建模与分析
 复式查表正弦函数值生成方法

飞机沉积静电可控泄放方法——静电放电器
 机载高分辨率大场景 MIMO-SAR 成像算法研究
 竞争失效产品加速寿命试验优化设计 Monte-Carlo 仿真
 共享孔径交错阵列综合优化方法
 非精确配准下 SAR 与光学机场图像的区域融合检测
 基于突防路线的雷达干扰效果评价指标