

## 基于LPM的飞行器精细规划策略研究

陈中起<sup>1</sup>, 周中良<sup>1</sup>, 黄俊<sup>2</sup>, 苟新禹<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学航空航天工程学院, 西安 710038; 2. 空军装备研究院总体所, 北京 100076)

**摘要:** 精细规划主要目的是实现飞控和火控的有效结合, 提出一套实现精细规划的理论框架。建立了威胁约束和火控边界条件约束模型, 给出了飞行器六自由度运动方程, 以运动方程为状态方程, 结合约束条件, 将精细规划问题转化为最优控制问题; 引入了主要应用于求解航天控制问题的勒让德伪谱法, 将最优控制问题转化为带约束的复杂非线性规划问题; 通过对CFSQP算法软件包的改进, 有效地减少了优化变量和约束条件数量, 使其能对大规模非线性规划问题快速寻优; 最后进行了实例仿真, 结果表明了该理论框架对实现精细规划的有效性。

**关键词:** 精细规划; 火力控制; 飞行控制; 最优控制; 勒让德伪谱法

中图分类号: V271.4 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2013)03-0010-06

## Detailed Planning of Fighter Based on Legendre Pseudospectral Method

CHEN Zhongqi<sup>1</sup>, ZHOU Zhongliang<sup>1</sup>, HUANG Jun<sup>2</sup>, GOU Xinyu<sup>1</sup>

(1. Engineering College of Aeronautics and Astronautics, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;  
2. General Research Institute, Equipment Academy of Air Force, Beijing 100076, China)

**Abstract:** The main reason to realize detailed planning is to combine flight control with fire control. In the paper, one theoretical framework for realizing detailed planning is given. Firstly, the threat constraints and fire control border constraints models are built up, a 6-DOF motion equation of the fighter was given, and the detailed planning problem was changed into an optimal control problem based on the constrains by taking the motion equation as the state equation. Secondly, Legendre Pseudospectral Method (LPM) was introduced to convert the optimal control problem into a Nonlinear Programming (NLP) problem with constrains. By improving the C Code Feasible Sequential Quadratic Programming (CFSQP) algorithm, optimal results of the NLP problem could be quickly obtained. Simulation studies show that this framework works very well.

**Key words:** detailed planning; fire control; flight control; optimal control; Legendre Pseudospectral Method(LPM)

### 0 引言

精细规划技术是美军近年来提出的任务规划系统中的新名词,其目的不仅仅是获得最优航迹<sup>[1]</sup>,更重要的是获得最优飞行控制信息和飞行姿态信息,同时要求规划过程中充分考虑火控攻击信息需求,实现飞控和火控系统的完美结合。相比传统规划,精细规划的优点是:1) 由于规划中考虑了火控攻击要求,可避开

对地攻击过程中,单纯由飞行员操控时必须先完成方向瞄准再完成距离瞄准的传统方式,进而使攻击更灵活,甚至可实现自动攻击<sup>[2]</sup>;2) 通过选择合适算法及策略实现实时精细规划,为飞行员提供实时辅助决策,减轻飞行员工作负担;3) 由于精细规划中考虑到了最优姿态规划,能充分发挥战机的隐身性能;4) 精细规划所得的参数信息为其衍生出的其他参数规划提供了基础,使最终所得信息更加完备。因此,研究精细规划的实现策略具有重要意义,而其核心是建立和求解相应的最优控制问题,文献[3]采用混合整数线性规划方法,结合滚动时域控制理论,建立了相应的航迹解算方法,能够实时求解出满足飞行器动态的最优航迹,但该方法不足之处有:一是通过引入逻辑变量实现威胁规避,模型构造时

收稿日期:2011-12-15 修回日期:2012-03-28

基金项目:航空科学基金(20095196012);研究生科技创新计划(Dx2010105)

作者简介:陈中起(1984—),男,河南长葛人,博士生,研究方向为航空武器系统总体、仿真与控制。

繁琐,不够灵活,只能解决简单形状威胁;二是该方法不宜用于威胁动态变化的情况。1995年,Gamal Elnagar在文献[4]中给出求解最优控制问题的勒让德伪谱法(Legendre Pseudospectral Method, LPM);2000年,Fahroo和Ross在文献[5-6]中将勒让德伪谱法首次应用于求解最优航迹控制问题。至此,LPM以其解算精度高、收敛速度快、避免积分求解越来越受学者们青睐。

基于此,本文提出了一套实现精细规划的理论方法。首先结合火控攻击信息,建立飞行器精细规划最优控制模型<sup>[7]</sup>;将主要应用于航天控制的勒让德伪谱法<sup>[8-10]</sup>应用到精细规划的模型求解中,并改进性地运用了CFSQP算法软件包,使其能实现快速寻优;最后进行了实例仿真验证。

## 1 飞行器精细规划策略模型

### 1.1 飞行器运动建模

由精细规划的目的可知,飞行器简化六自由度运动模型即可满足精细规划要求。在惯性坐标系中,建立飞机运动方程,其运动学方程表达式为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \gamma \cos \chi + W_x \\ \dot{y} = v \cos \gamma \sin \chi + W_y \\ \dot{z} = v \sin \gamma + W_z \end{cases} \quad (1)$$

式中: $v$ 是飞行器速度相对于风的速度; $\gamma$ 为航迹倾斜角; $\chi$ 为航迹方位角; $(W_x, W_y, W_z)$ 为惯性坐标系中风速在3个坐标轴方向的分量; $(x, y, z)$ 为飞行器位置坐标。

飞行器动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma - \dot{W}_x \cos \gamma \cos \chi - \dot{W}_y \cos \gamma \sin \chi - \dot{W}_z \sin \gamma \\ \dot{\chi} = \frac{[L + T \sin \alpha] \sin \mu}{m v \cos \gamma} + \frac{\dot{W}_x \sin \chi - \dot{W}_y \cos \chi}{v \cos \gamma} \\ \dot{\gamma} = \frac{[L + T \sin \alpha] \cos \mu}{m v} - \frac{g \cos \gamma - \dot{W}_x \sin \gamma \cos \chi - \dot{W}_y \sin \gamma \sin \chi + \dot{W}_z \cos \gamma}{v} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\alpha$ 为攻角; $\mu$ 为横滚角; $\eta$ 为推力系数; $m$ 为飞行器质量;发动机推力 $T = \eta T_{\max}$ , $T_{\max}$ 为发动机最大推力;阻力 $D = q S C_D$ ; $g$ 重力加速度;升力 $L = q S C_L$ ;动压 $q = \rho v^2 / 2$ , $\rho$ 为海拔高度 $z$ 上的空气密度; $S$ 为飞行器翼面积。

为了进行仿真验证,本文中的航空动力学数据取自F-4的参数信息。升力和阻力系数以及发动机推力模型为

$$\begin{cases} C_L = (-0.0434 + 0.1369\alpha) \sin \alpha + (0.131 + 3.0825\alpha) \cos \alpha \\ C_D = (0.0434 - 0.1369\alpha) \cos \alpha + (0.131 + 3.0825\alpha) \sin \alpha \end{cases} \quad (3)$$

$$T_{\max} = [1, \bar{v}, \bar{v}^2, \bar{v}^3, \bar{v}^4] \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 30.21 & -0.668 & -6.877 & 1.951 & -0.1512 \\ -33.80 & 3.347 & 18.13 & -5.865 & 0.4757 \\ 100.80 & -77.56 & 5.441 & 2.864 & -0.3355 \\ -78.99 & 101.40 & -30.28 & 3.236 & -0.1089 \\ 18.74 & -31.60 & 12.04 & -1.785 & 0.09417 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ h \\ h^2 \\ h^3 \\ h^4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

本文将飞行器运动模型作为实现精细规划的状态方程,以 $(\alpha, \mu, \eta)$ 为控制变量,以 $(x, y, t, V, \gamma, \chi)$ 作为状态变量,由于各优化参数间量级差别较大,不容易找到最优值,通过无量纲化处理可以有效地提高计算精度和计算速度,无量纲化转换公式为

$$\begin{cases} \bar{v} = v/v_s \\ \bar{x} = gx/v_s^2 \\ \bar{y} = gy/v_s^2 \\ \bar{z} = gz/v_s^2 \\ \bar{t} = t/t_c \\ \bar{\gamma} = \gamma/\pi \\ \bar{\chi} = \chi/\pi \\ \bar{\alpha} = \alpha/(\pi/2) \\ \bar{\mu} = \mu/(\pi/2) \end{cases} \quad (5)$$

为便于后面离散化求解,需选择合适的求导变量,选择变量 $x, y$ 可以有效利用地形跟随特性,选择高度 $z$ 作为求导变量可以避免飞行器在垂直方向过多机动,适用于地形相对平坦的情形。选择以上任何一求导变量求解方法均相似,这里选择 $z$ 作为求导变量进行说明,不考虑风的影响,将式(1)、式(2)转化为式(6)形式。

$$\begin{cases} \frac{d\bar{x}}{d\bar{z}} = \cot(\bar{\gamma}\pi) \cos(\bar{\chi}\pi) \\ \frac{d\bar{y}}{d\bar{z}} = \cot(\bar{\gamma}\pi) \sin(\bar{\chi}\pi) \\ \frac{d\bar{t}}{d\bar{z}} = \frac{v_s}{gt_c \bar{v} \sin(\bar{\gamma}\pi)} \\ \frac{d\bar{v}}{d\bar{z}} = \frac{\eta T_{\max} \cos(\bar{\alpha}\pi/2) - D - mg \sin(\bar{\gamma}\pi)}{mg \bar{v} \sin(\bar{\gamma}\pi)} \\ \frac{d\bar{\gamma}}{d\bar{z}} = \frac{(L + \eta T_{\max} \sin(\bar{\alpha}\pi/2)) \cos(\bar{\mu}\pi/2) - mg \cos(\bar{\gamma}\pi)}{mg \pi \bar{v}^2 \sin(\bar{\gamma}\pi)} \\ \frac{d\bar{\chi}}{d\bar{z}} = \frac{(L + \eta T_{\max} \sin(\bar{\alpha}\pi/2)) \sin(\bar{\mu}\pi/2)}{mg \pi \bar{v}^2 \sin(\bar{\gamma}\pi) \cos(\bar{\gamma}\pi)} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $v_s$ 为海平面音速; $t_c$ 为一时间常量,这里取为500s;其余参数说明同上。

### 1.2 威胁约束建模

#### 1) 探测威胁约束建模。

为便于说明精细规划策略有助于发挥飞行器的隐

身性能,以探测威胁为例,对于特定威胁,其威胁作用距离随飞行器 RCS 的动态变化而变化

$$\begin{cases} R_i = f(\sigma_i) \\ \sigma_i = g(\alpha, \mu, \gamma, \chi) \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\sigma_i$  为当前时刻飞行器相对于威胁  $i$  的 RCS 大小; $R_i$  为威胁源  $i$  的作用距离。

为保证飞行器的安全性,要求其始终处于各威胁源作用范围之外

$$\forall i, (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2 \geq R_i^2 \quad (8)$$

式中: $(x, y, z)$  为当前时刻飞行器位置坐标; $(x_i, y_i, z_i)$  为威胁  $i$  的位置坐标,  $i=1, 2, \dots, m, m$  为威胁源数量。

## 2) 地形威胁约束建模。

飞行器在地表飞行时,为保证飞行安全性,需满足最小离地安全高度的限制条件,具体模型为

$$z - h(x, y) \geq h_{\min} \quad (9)$$

式中: $(x, y, z)$  为飞行器所处位置坐标; $h(x, y)$  为地形高程查表函数; $h_{\min}$  为最小安全高度。

## 1.3 火控边界条件约束建模

任务规划的最终目的是实现对目标的有效攻击,武器发射时对飞行器的飞行速度、高度、姿态等都有严格的限制,规划时除需满足飞行器初始条件外,还需满足规划终点的武器投射条件,具体模型为

$$\begin{cases} (x_f, y_f, z_f) \in \delta_f \\ \alpha_f \in [\alpha_{F\min}, \alpha_{F\max}] \\ \mu_f \in [\mu_{F\min}, \mu_{F\max}] \\ v_f \in [v_{F\min}, v_{F\max}] \end{cases} \quad (10)$$

式中: $(x_f, y_f, z_f)$  为飞行器终点位置坐标; $\delta_f$  表示武器允许发射区域; $[\alpha_{F\min}, \alpha_{F\max}]$ ,  $[\mu_{F\min}, \mu_{F\max}]$ ,  $[v_{F\min}, v_{F\max}]$  分别表示规划终点的攻角、横滚角和速度允许范围。

## 1.4 精细规划目标函数建模

飞行器在战场环境中所处的时间应越短越好,同时考虑到飞行器的易操作性,以及所得航迹应尽量平滑,于是建立目标函数模型,并进行无量纲化处理,表达式为

$$\min J = \frac{v_s^2}{g} \int_{\bar{z}_0}^{\bar{z}_f} (W_1 \bar{t}' + W_2 \bar{y}'^2 + W_3 \bar{\chi}'^2 + W_4 (\bar{z} - gh(x, y)/v_s^2)^2) d\bar{z} \quad (11)$$

式中: $W_1, W_2, W_3, W_4$  为属性权重,需说明的是后面求解时只需应用 CFSQP 的多目标寻优能力,不再进行权值选择,这里仅是为了方便表述影响因素组成; $\bar{z}_0$  和  $\bar{z}_f$  为无量纲化之后初、末态高度,分别有  $\bar{z}_0 = z_0 g/v_s^2$  和  $\bar{z}_f = z_f g/v_s^2$ 。式(11)中第一项使规划时间最短,第二、三项使规划航迹尽量平滑,第四项是在保证飞行安全的情况下尽量降低航迹高度。

## 2 基于 LPM 的飞行器精细规划策略

### 2.1 精细规划最优控制模型

结合最优控制问题研究方法,将精细规划问题转化为一最优控制问题,控制向量  $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^N$ , 状态向量为  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^N$ , 总变量数  $n = N_u + N_x$ , 结合式(6)~式(11), 可得最优控制模型为

$$\min J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{v_s^2}{g} \int_{\bar{z}_0}^{\bar{z}_f} g(\mathbf{x}(\bar{z}), \mathbf{u}(\bar{z}), \bar{z}) d\bar{z} \quad (12)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{x}}(\bar{z}) = f[\mathbf{x}(\bar{z}), \mathbf{u}(\bar{z}), \bar{z}]$$

$$\mathbf{x}(\bar{z}_0) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}(\bar{z}_f) = \mathbf{x}_f$$

$$s_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, l$$

$$\bar{z} \in [\bar{z}_0, \bar{z}_f]$$

式中:目标函数对应式(11);状态方程对应式(6);边界条件对应初始和火控终止约束;不等式对应威胁约束。

### 2.2 基于 LPM 的精细规划模型离散化

现代最优控制理论中,由于约束条件和模型都相当复杂,很难通过解析解获得最优解。本文所用勒让德伪谱法是数值解法中的一种配点直接法,其特点是使用 Legendre-Gauss-Lobatto(LGL) 积分法则来拟合整个区间上的状态量和控制量的值。该法则是高斯积分法中的一种,具有能用较少点达到较高拟合精度的特点。相对于间接法,伪谱法能有效克服难于求解两点边值问题的不足;相对于直接法中的打靶法,伪谱法同时将控制量和状态量作为优化变量,使其不需要对动力学方程进行积分即能得到状态变量的值。

#### 1) 区间转换。

由于函数的勒让德多项式展开是在区间  $[-1, 1]$  之间进行的,因此需首先将最优控制问题(12)的限定区间转换到该区间内,区间转换模型为

$$\bar{z} = \frac{\bar{z}_f - \bar{z}_0}{2} \tau + \frac{\bar{z}_f + \bar{z}_0}{2} \quad (13)$$

式中: $\tau \in [-1, 1]$ 。于是,式(12)可转化为

$$\min J(\mathbf{x}^N, \mathbf{u}^N) = \frac{z_f - z_0}{2} \int_{-1}^1 g(\mathbf{x}^N(\tau), \mathbf{u}^N(\tau), \tau) d\tau \quad (14)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{x}}^N(\tau) = \frac{z_f - z_0}{2} f[\mathbf{x}^N(\tau), \mathbf{u}^N(\tau), \tau]$$

$$\mathbf{x}^N(-1) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}^N(1) = \mathbf{x}_f$$

$$s_j(\mathbf{x}^N(\tau), \mathbf{u}^N(\tau), \tau) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, l$$

$$\tau \in [-1, 1]$$

#### 2) 基于 LPM 的模型离散化。

##### ① LPM 离散化理论。

对  $N$  阶勒让德多项式  $L_N(\tau)$ , 有

$$L_N(\tau) = \sum_{m=0}^M (-1)^m \frac{(2n-2m)!}{2^n m!(n-m)!(n-2m)!} \tau^{n-2m} \quad (15)$$

其中

$$M = \begin{cases} \frac{N}{2}, & \text{mod}(N,2) = 0 \\ \frac{N-1}{2}, & \text{mod}(N,2) = 1 \end{cases} \quad (16)$$

为简化表示,方便使用,式(15)可写为罗德里克(Rodrigues)表达形式,即

$$L_N(\tau) = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N(\tau^2-1)^N}{d\tau^N} \quad (17)$$

取LGL点 $\tau_k, k=1,2,\dots,N-1, \tau_k$ 为 $\dot{L}_N(\tau)$ 的零点,令 $\tau_0 = -1, \tau_N = 1$ ,取拉格朗日插值基函数

$$\phi_j(\tau) = \frac{(\tau^2-1)\dot{L}_N(\tau)}{(\tau-\tau_j)N(N+1)L_N(\tau_j)}, j=0,1,\dots,N \quad (18)$$

易知

$$\phi_j(\tau_k) = \begin{cases} 1, & j=k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \quad (19)$$

于是任意函数 $F(\tau), \tau \in [-1,1]$ ,其 $N$ 阶勒让德插值多项式值 $F^N(\tau)$ 有

$$F^N(\tau) = \sum_{j=0}^N F(\tau_j)\phi_j(\tau) \quad (20)$$

进而,由式(19)知

$$F^N(\tau_k) = F(\tau_k), \quad k=0,1,\dots,N \quad (21)$$

② 微分离散化。

通过对式(20)求导,可得 $F^N(\tau)$ 在LGL点 $\tau_k$ 的导数为

$$\dot{F}^N(\tau_k) = \sum_{j=0}^N D_{kj}F(\tau_j) \quad (22)$$

其中, $D = (D_{kj})_{(N+1) \times (N+1)}$ ,且有

$$D_{kj} = \begin{cases} \frac{L_N(\tau_k)}{L_N(\tau_j)(\tau_k - \tau_j)}, & k \neq j \\ -\frac{N(N+1)}{4}, & k=j=0 \\ \frac{N(N+1)}{4}, & k=j=N \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

③ 积分离散化。

对于积分表达式 $\int_{-1}^1 F(\tau) d\tau$ ,通过高斯-洛巴托积分规则,可得

$$\int_{-1}^1 F(\tau) d\tau = \sum_{k=0}^N F(\tau_k)\omega_k \quad (24)$$

其中

$$\omega_k = \frac{2}{N(N+1)[L_N(\tau_k)]^2}, \quad k=0,1,\dots,N \quad (25)$$

④ 最优控制模型的离散化。

利用以上公式,可得

$$\mathbf{x}^N(\tau) = \sum_{j=0}^N \mathbf{a}_j \phi_j(\tau), \quad \mathbf{u}^N(\tau) = \sum_{j=0}^N \mathbf{b}_j \phi_j(\tau) \quad (26)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{a}_j = (x_0(\tau_j), x_1(\tau_j), \dots, x_{N-1}(\tau_j))^T \\ \mathbf{b}_j = (u_0(\tau_j), u_1(\tau_j), \dots, u_{N-1}(\tau_j))^T \end{cases} \quad (27)$$

由式(21)知

$$\mathbf{a}_j = \mathbf{x}(\tau_j) = \mathbf{x}^N(\tau_j), \mathbf{b}_j = \mathbf{u}(\tau_j) = \mathbf{u}^N(\tau_j) \quad (28)$$

由式(14)可得,最优化模型转化为如下离散形式

$$\min J^N = \frac{z_f - z_0}{2} \sum_{k=0}^N g(\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k, \tau_k) \omega_k \quad (29)$$

$$\text{s.t. } \psi_k - \frac{z_f - z_0}{2} f[\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k, \tau_k] = 0$$

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{a}_N = \mathbf{x}_f$$

$$s_j(\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k, \tau_k) \leq 0, \quad j=1,2,\dots,l \quad k=0,1,\dots,N$$

其中,取向量 $\mathbf{d}_k = \mathbf{D}(k+1, :), k=0,1,\dots,N, \mathbf{e}_i = (x_i(\tau_0), x_i(\tau_1), \dots, x_i(\tau_N))^T, i=0,1,\dots,n-1$ ,则

$$\psi_k = \overline{\mathbf{D}}(\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{n-1})^T, \quad k=0,1,\dots,N \quad (30)$$

其中, $\overline{\mathbf{D}}$ 为 $n \times n(N+1)$ 矩阵,其表达式为

$$\overline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_k & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{d}_k & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{d}_k \end{bmatrix} \quad (31)$$

式中, $\mathbf{0}$ 为 $1 \times (N+1)$ 维零阵。

### 3 基于改进CFSQP的精细规划最优控制模型解算

#### 3.1 CFSQP算法的优越性

由式(29)可知,精细规划最优控制模型(12)已转化为一NLP问题,求解NLP问题的常用算法就是SQP算法<sup>[11]</sup>,近年来,Lawrence和Tits提出了能够保证迭代点可行性的FSQP(Feasible SQP)算法。该算法直接以目标函数为效益函数,避免了常规SQP算法罚因子选择不当对算法的影响,并具有全局收敛和局部超线性收敛特性。CFSQP是在FSQP基础上,由一组用于求解带约束NLP问题的C函数组成。选择CFSQP的原因是:

1) CFSQP具有自行计算初始可行点的能力,避免了人为寻找初始可行点的困难;

2) CFSQP能通过前向有限微分法自行计算约束函数的梯度;

3) CFSQP提供有FSQP-SR算法,具有序列相关性求解策略,可有效减少约束和目标个数,提高寻优效率;

4) CFSQP具有多目标规划能力,对形如 $\min \max_i$

$f_i(x)$ 的寻优规划,可避免传统的多目标组合加权的方式。

### 3.2 CFSQP 的应用改进

模型(12)中,优化变量的个数为  $N_x + N_u$ ,取  $N$  阶勒让德多项式,则待优化变量如式(32),  $x = (x_{i(N+1)+j})_{n(N+1) \times 1}$ ,  $i=0,1,\dots,n-1, j=0,1,\dots,N$ 。

$$\begin{cases} x = (x_{00}, x_{01}, \dots, x_{0N}, x_{10}, x_{11}, \dots, x_{1N}, \dots, \\ \quad x_{(n-1)0}, x_{(n-1)1}, \dots, x_{(n-1)N})^T \\ n = N_x + N_u \end{cases} \quad (32)$$

考虑到飞行器是由某一初始状态  $x_0$  开始执行任务,而且在规划的终点可能会对各优化变量具体限制,传统求解时是将边界等式约束作为约束条件代入,此处,将其作为已知条件加入寻优策略中,不仅保证满足边界条件,而且减少了优化变量的数量,提高寻优效率,改进后的待优化变量如式(33),  $x = (x_{\text{prenum}(i)+j})_{\text{prenum}(n-1) \times 1}$ ,  $i=0,1,\dots,n-1, j=1,2,\dots,N|N-1$ 。下标的  $\text{prenum}(i)$  表示状态变量中第  $i$  变量之前的优化变量数量,  $N|N-1$  表示  $N$  或  $N-1$ ,根据具体边界条件确定,通过该策略,优化变量数最终能减少  $n(N+1) - \text{prenum}(n-1)$ 。

$$\begin{cases} x = (x_{01}, \dots, x_{0N|N-1}, x_{11}, \dots, x_{1N|N-1}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nN|N-1})^T \\ n = N_x + N_u \end{cases} \quad (33)$$

本文约束条件中有:6个具有序列相关性的等式约束(状态方程); $N_{th}$ 个具有序列相关性的非线性不等式约束, $N_{th}$ 为战场中威胁数量;1个具有序列相关性的线性不等式约束(地形威胁)。状态变量和控制变量个数为  $N_x=6, N_u=3$ ,若将终端边界约束中除推力  $\eta$ 、时间  $t$ 、速度  $v$  外均设为定值约束,则优化变量数量将减少15个。

此外,CFSQP算法中不具备对等式约束的序列相关处理能力,本文将等式约束转化为具有特定精度不等式约束,进而达到减少寻优限制条件数量的目的。

经过改进后,本文中优化变量数量变为  $9(N+1) - 15 = 9N - 6$ ,约束条件变为  $N_{th} + 2$  个具有序列相关性的不等式约束,能有效提高搜索效率。

## 4 仿真分析

为验证所提算法理论的正确性,设置战场环境如下:地理坐标系中,飞行器从起点  $S(130 \text{ km}, 38 \text{ km})$ ,高度  $5 \text{ km}$  出发攻击坐标为  $T(103.5 \text{ km}, 71.5 \text{ km})$  的地面目标,依据目标特性以及选用攻击武器作战使用特点,确定武器发射区域为开口方向  $230^\circ$ ,展开角  $60^\circ$ ,半径  $5 \text{ km}$  的扇形区域。飞行器初始状态:状态量  $t_0 = 0 \text{ s}, v_0 = 256 \text{ m/s}, \gamma_0 = 6^\circ, \chi_0 = 120^\circ$ ,控制量  $\alpha_0 = 0^\circ, \mu_0 = 0^\circ, \eta_0 = 0.2$ 。终端约束:飞行器必须进入武器发

射区,投弹高度  $5.8 \text{ km}, \gamma_f = 6^\circ, \alpha_f = 0^\circ, \mu_f = 0^\circ$ ,飞行器最小雷达散射截面  $\sigma_{\min} = 0.15 \text{ m}^2$ ,最大雷达散射截面  $\sigma_{\max} = 1.25 \text{ m}^2$ 。地面有两处雷达威胁,位置坐标分别为:  $R_1(112.8 \text{ km}, 72.3 \text{ km}), R_2(108.1 \text{ km}, 44.5 \text{ km})$ ,架设高度均为  $50 \text{ m}$ ,如图1所示,图中两个包络分别指由于飞行器 RCS 的动态变化,雷达威胁对应的最大和最小探测距离。飞行器质量  $m = 19050 \text{ kg}, S = 49.2 \text{ m}^2$ ,要求整个规划过程中  $v \in [100 \text{ m/s}, 350 \text{ m/s}], \gamma \in [0^\circ, 90^\circ], \chi \in [-180^\circ, 180^\circ], \alpha \in [0^\circ, 15^\circ], \mu \in [-60^\circ, 60^\circ], \eta \in [0, 1]$ 。取  $N = 20$ ,要求飞行器执行任务过程中充分保证其安全性。

为便于分析比较,运用文献[12]中的改进稀疏  $A^*$  算法再规划一次,其中搜索步长  $d = 3 \text{ km}$ ,仿真计算结果如下。

主程序在 VC 环境下运行,运用 LPM 和稀疏  $A^*$  的规划总时间分别为  $21.8 \text{ s}$  和  $16.7 \text{ s}$ ,最优投弹点位置坐标分别为  $(100.3 \text{ km}, 68.6 \text{ km})$  和  $(98.8 \text{ km}, 69.2 \text{ km})$ ,攻击方向分别为  $80^\circ$  和  $60^\circ$ ,均满足武器发射区域条件;图1、图2表明,两种算法所得航迹为保证飞行器安全,通过降低飞行高度,通过了敌雷达威胁由于地形遮蔽所形成的遮蔽盲区。

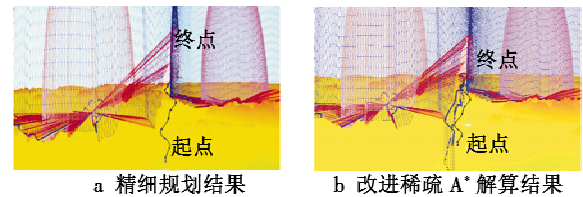


图1 精细规划最优航迹方案

Fig. 1 Optimal path planning result of detailed planning

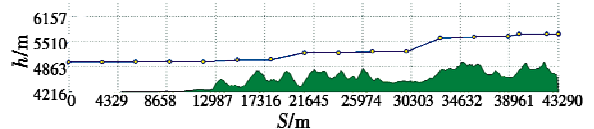


图2 改进稀疏  $A^*$  算法所得航迹剖面

Fig. 2 The cutaway diagram of optimal path calculated by the improved  $A^*$  algorithm

图3、图4表明,精细规划所得控制量和状态量满足飞控和可飞性要求,航迹方位角和倾斜角变化平缓,保证了航迹的平滑性和可操控性,且图3中速度曲线表明,为保证快速突击,速度  $v$  逐渐到最大后以最大速度完成整个突击过程。

由图1b知,精细规划和稀疏  $A^*$  算法所得航迹代价差别不大,但一方面精细规划所得航迹更平滑,另一方面精细规划过程中考虑了对飞行姿态和控制量的规划,以及对时间的规划,进而既可以实现飞行器的自动攻击,又能为飞行员提供有效的辅助决策信息。

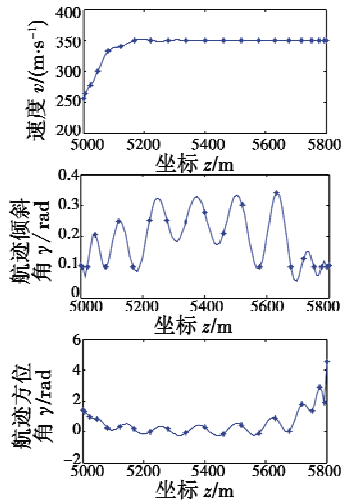


图3 最优状态量结果

Fig. 3 Optimal state parameter results

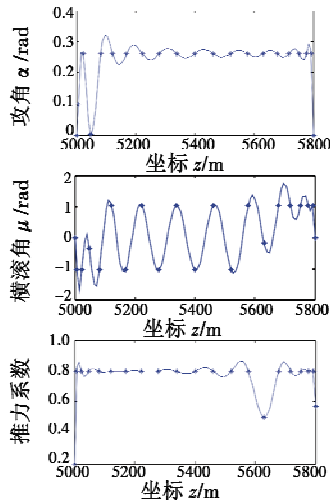


图4 最优控制量结果

Fig. 4 Optimal control parameter results

### 5 结论

精细规划是为满足现代作战任务规划需求而提出来的,通过对控制量和状态量的综合规划,能实现飞行器飞控和火控的有效结合,充分发挥飞行器隐身特性,并为飞行器实现自动攻击和为飞行员提供辅助决策奠定了基础。本文首先通过建立精细规划策略模型,将主

要应用于航天控制的勒让德伪谱法应用到精细规划模型求解中,得出了一套实现精细规划的理论策略方案;通过对CFSQP算法的改进应用,减少了优化变量数量,使其能实现对文中复杂NLP问题的快速解算;实例仿真结果表明了所提出的精细规划策略的可行性和有效性。

### 参考文献

- [1] 朱国涛,周树道,吕波,等. 基于气象威胁的无人机航迹规划方法研究[J]. 电光与控制,2011,18(6):26-30.
- [2] 薛伟,王宏伦. 基于综合控制的无人机对地攻击技术研究[J]. 电光与控制,2010,17(7):26-30.
- [3] 张胜祥. 基于滚动时域MILP的小型无人机航迹规划[D]. 广州:华南理工大学,2009.
- [4] ELNAGAR G, KAZEMI M A, RAZZAGHI M. The pseudospectral Legendre method for discretizing optimal control problems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(10): 1793-1796.
- [5] FAHROO F, ROSS I M. Costate estimation by a Legendre pseudospectral method[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(2): 270-277.
- [6] FAHROO F, ROSS I M. A spectral patching method for direct trajectory optimization[J]. Journal of the Astronautical Sciences, 2000, 48(2): 269-286.
- [7] ERIC C J, TWIGG S, RIES T. On-line trajectory optimization for autonomous air vehicles [R]. FA9550-04-C-0046, 2007.
- [8] 胡正东,丁洪波,曹渊. 伪谱法在SGKW轨道快速优化中的应用[J]. 航天控制,2009,27(4):3-7.
- [9] WILLIAMS P. Aircraft trajectory planning for terrain following incorporating actuator constraints [J]. Journal of Aircraft, 2005, 42(5): 1358-1362.
- [10] 雍恩米,唐国金,陈磊. 基于 Gauss 伪谱法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化[J]. 宇航学报,2008,29(6):1766-1772.
- [11] 宗群,田柏苓,窦立谦. 基于 Gauss 伪谱法的临近空间飞行器上段轨迹优化[J]. 宇航学报,2010,31(7): 1775-1781.
- [12] 李春华,郑昌文,周成平,等. 一种三维航迹快速搜索方法[J]. 宇航学报,2002,23(3):13-17.

(上接第9页)

- [8] ALONSO A. Throughput of self-organizing time division multiple access MAC layer for vehicular networks based on measured SNR time-series [C]//Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2011 IEEE, Sept, 2011:5-8.
- [9] XU L, FU J. The design and implementation of industrial monitoring wireless sensor networks based on improved TDMA MAC protocol [C]//Control and Decision Conference (CCDC), 2012(24) Chinese,3358-3362.

- [10] 夏白桦,李洪业,陶晓宇,等. 时分多址数据链时隙分配方法及仿真分析[J]. 火力与指挥控制,2011,36(4):97-100.
- [11] LI Qian. Diversity-multiplexing tradeoff of wireless communication systems with user cooperation [J]. Information Theory, 2011, 57(9):5794-5819.
- [12] 王丽萍. 基于S3C2410实现FAT32格式的CF卡标准文件系统[J]. 计算机与数字工程,2008,36(12):105-107.