

## 内插阵列变换扩展传播算子算法

陈浩, 李思佳, 贾伟  
(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

**摘要:** 扩展传播算子(EPM)算法是首先对数据进行扩展,再利用传播算子(PM)方法进行测向的一种算法,该算法充分利用了非圆信号的特点,分辨力和估计精度优于未充分利用非圆信号信息的经典高分辨算法。但是在实际信号测向中,由于阵元位置误差的存在,算法的估计性能会受到一定的影响。因此提出一种基于内插阵列变换的扩展传播算子(VIA-EPM)算法,该算法利用真实阵列流型与虚拟阵列流型之间的变换矩阵,将真实协方差矩阵变换为虚拟协方差矩阵,再对虚拟协方差矩阵进行分块并得出扩展传播算子,进而得出算法的空间谱函数。仿真实验表明:在存在阵元位置误差的情况下,新算法通过对阵元位置校准数据进行内插阵列变换(VIA),取得与阵元位置校准的EPM算法相当的估计性能,保持了阵列扩展能力以及高估计精度,在低信噪比情况下,基于扩展协方差矩阵的VIA-EPM算法的分辨力以及估计精度均要优于基于扩展数据矩阵的VIA-EPM算法。

**关键词:** 阵列信号处理; 波达方向(DOA)估计算法; 扩展传播算子算法; 内插阵列变换

**中图分类号:** V271.4; TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2013)02-0061-05

## Extended Propagator Method Based on Virtual Interpolated Array

CHEN Hao, LI Sijia, JIA Wei  
(Information and Navigation Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Extended propagator method (EPM) utilizes propagator method for signal direction finding by extending the data first. It has better performance in resolution and accuracy than that of classical high resolution algorithms that don't make full use of the noncircular information. But the array element position error has an influence on the performance of the algorithm in the real direction finding. An EPM algorithm based on virtual interpolated array (VIA-EPM) is proposed. By utilizing transformation matrix which is obtained through the real array manifold and virtual array manifold, the real covariance matrix can be converted to virtual covariance matrix, and the spatial spectrum function can be obtained after splitting the virtual covariance matrix. Simulation results show that if sensor position errors exist, the performance of the new algorithm is similar to the calibrated EPM algorithm by using virtual interpolated array (VIA) for the calibrated sensor position data, and this algorithm also keeps the performance in array extension and high accuracy. The estimation accuracy and resolution of VIA-EPM algorithm based on extended covariance matrix is better than VIA-EPM algorithm based on extended data matrix in the case of low SNR.

**Key words:** array signal processing; direction of arrival (DOA) estimation algorithm; extended propagator method; virtual interpolated array

### 0 引言

近年来,对非圆信号进行测向受到越来越多的关

注,陆续提出了大量非圆信号测向算法。现代通信系统中大量使用的调幅(AM)、二相相移键控(BPSK)以及M进制幅移键控(MASK)等信号都是非圆信号,其最显著的特性是伪协方差矩阵(椭圆协方差矩阵)不为零,非圆信号DOA估计算法正是利用这一特性,虚拟地加倍阵元数,增加信息利用率,提高算法的DOA估计性能<sup>[1-3]</sup>。

扩展传播算子(EPM)算法<sup>[4]</sup>就是在传播算子

收稿日期:2011-12-31

修回日期:2012-02-13

基金项目:陕西省电子信息系统综合集成重点实验室基金项目(201102Y05);空军工程大学研究生创新课题(20110301);空军工程大学电讯工程学院科研创新基金项目(DYCX1040)

作者简介:陈浩(1987—),男,陕西西安人,硕士生,研究方向为空间谱估计。

(PM)算法的基础上,充分利用了信号的非圆特性,并且不需要特征分解(ED)或奇异值分解(SVD),使算法的测向精度和分辨力优于PM算法。但是在实际信号测向时,由于外界各种因素,阵元位置会存在误差,这种误差会影响DOA估计性能,通常解决这种误差的方式是采用阵元位置校准。传统的离线校准对存储容量的需求较高,而内插阵列变换可以利用已测的阵元位置校准数据得出变换矩阵,将其存储到系统中,方便使用,不需要重复计算,同样能够取得与传统阵元位置校准方法相近的效果。现有的基于内插阵列变换的DOA估计算法通常采用的是一般DOA估计数学模型,并没有很好地利用信号本身的特性(信号的非圆特性),所以本文将信号的非圆特性结合内插阵列变换,将真实协方差矩阵变换为虚拟协方差矩阵,再对虚拟协方差矩阵进行分块得出扩展传播算子,进而提出基于内插阵列变换的扩展传播算子算法(VIA-EPM算法),并通过仿真实验验证新算法的性能。

## 1 数据模型及EPM算法原理

### 1.1 数据模型

假设有 $D$ 个不相关的窄带信号入射到 $M$ 元阵列上,阵列位于远场,阵元为全向的,文中认为信源数 $D$ 是已知的,则阵列输出矩阵为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M]^T = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_D]^T$ ,为信号矩阵; $\mathbf{N} = [n_1, n_2, \dots, n_M]^T$ ,为噪声矩阵; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\varphi_1), \mathbf{a}(\varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\varphi_D)]$ ,为阵列流型矩阵。其中: $s_i (i=1, \dots, D)$ 为信号矢量; $n_i (i=1, \dots, M)$ 为噪声矢量; $\mathbf{a}(\varphi) = [1, e^{-j2\pi d \sin \varphi / \lambda}, \dots, e^{-j(M-1)2\pi d \sin \varphi / \lambda}]^T$ ,为导向矢量, $d$ 为阵元间距, $\lambda$ 为波长。假设信号为不相关的平稳零均值随机过程,噪声为复圆高斯白噪声,上标“\*”表示共轭,“T”表示转置,“H”表示共轭转置。

### 1.2 EPM算法测向原理<sup>[4-6]</sup>

首先对阵列输出进行扩展,并得出扩展后的协方差矩阵

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{S} \\ \mathbf{A}^* \mathbf{S}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^* \end{bmatrix} \quad (2)$$

对于最大非圆率信号<sup>[7]</sup>满足 $\mathbf{S} = \boldsymbol{\Phi}^{1/2} \mathbf{S}_0$ 。其中: $\mathbf{S}_0 = [s_{0,1}, s_{0,2}, \dots, s_{0,D}]^T \in \mathbf{R}$ ;  $s_{0,i}$ 为 $s_i$ 对应的零初相实信号矢量; $\boldsymbol{\Phi}^{1/2} = \text{diag}\{e^{-j\phi_i/2}\}_{i=1}^D$ , $\boldsymbol{\Phi}$ 为与非圆信号的相位有关的矩阵, $\phi_i/2$ 为 $s_i$ 的初相。将其代入上式得

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}^{1/2} \\ \mathbf{A}^* \boldsymbol{\Phi}^{-1/2} \end{bmatrix} \mathbf{S}_0 + \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^* \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{S}_0 + \mathbf{N}_e \quad (3)$$

式中: $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\varphi_1, \phi_1), \mathbf{b}(\varphi_2, \phi_2), \dots, \mathbf{b}(\varphi_D, \phi_D)]$ ,为扩

展阵列流型矩阵; $\mathbf{b}(\varphi, \phi) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\varphi) e^{j\phi/2} \\ \mathbf{a}^*(\varphi) e^{-j\phi/2} \end{bmatrix}$ ,为扩展导向矢量;扩展后的噪声 $\mathbf{N}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^* \end{bmatrix}$ 。

扩展后的协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}}_e = \frac{1}{L} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^H = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}} & \hat{\mathbf{R}}^* \\ \hat{\mathbf{R}}^* & \hat{\mathbf{R}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \mathbf{X}\mathbf{X}^H$ ;  $\hat{\mathbf{R}}^* = \frac{1}{L} \mathbf{X}\mathbf{X}^T$  ( $\hat{\mathbf{R}}^*$ 为伪协方差矩阵)。

对扩展协方差矩阵以及扩展数据矩阵进行分块,即

$$\hat{\mathbf{R}}_e = [\mathbf{F}_e \quad \mathbf{G}_e] \quad (5)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_A \\ \mathbf{Y}_B \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{F}_e$ 和 $\mathbf{G}_e$ 分别为 $2M \times D$ 维和 $2M \times (2M - D)$ 维矩阵; $\mathbf{Y}_A$ 和 $\mathbf{Y}_B$ 分别为 $D \times L$ 维和 $(2M - D) \times L$ 维矩阵, $L$ 为快拍数。下一步计算扩展传播算子 $\hat{\mathbf{P}}_e$ 的估计值 $\hat{\mathbf{P}}_e$ ,其可以写成两种形式,即

$$\hat{\mathbf{P}}_e = (\mathbf{F}_e^H \mathbf{F}_e)^{-1} \mathbf{F}_e^H \mathbf{G}_e \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_e = (\mathbf{Y}_A \mathbf{Y}_A^H)^{-1} \mathbf{Y}_A \mathbf{Y}_B^H \quad (8)$$

求出噪声子空间 $\hat{\mathbf{V}}_e$ ,即

$$\hat{\mathbf{V}}_e = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_e \\ -\mathbf{I}_{2M-D} \end{bmatrix} \quad (9)$$

对 $\hat{\mathbf{V}}_e$ 进行标准正交化后得出

$$\hat{\mathbf{V}}_{0e} = \hat{\mathbf{V}}_e (\hat{\mathbf{V}}_e^H \hat{\mathbf{V}}_e)^{-1/2} \quad (10)$$

实际中,通过对 $\hat{\mathbf{V}}_e$ 进行Gramm-Schmidt正交化求 $\hat{\mathbf{V}}_{0e}$ 可以降低计算量,并不采用式(10)求 $\hat{\mathbf{V}}_{0e}$ ,故EPM算法的空间谱函数为

$$\hat{f}(\varphi, \phi) = \mathbf{b}^H(\varphi, \phi) \hat{\mathbf{V}}_{0e} \hat{\mathbf{V}}_{0e}^H \mathbf{b}(\varphi, \phi) \quad (11)$$

## 2 VIA-EPM算法

内插阵列变换的基本思想是将空间进行区域划分,然后对某个特定区域进行细分,求出区域内的阵列流型矩阵(包括真实阵列流型矩阵和虚拟阵列流型矩阵),再从两个阵列流型矩阵中找出变换关系,从而实现任意阵列到均匀线阵(ULA)或均匀圆阵列(UGA)的虚拟变换,其变换步骤<sup>[8]</sup>如下所述。

首先,对该信号所在的第 $k$ 区域进行划分,令该区域为 $\Theta$ ,将该区域划分为

$$\Theta = [\varphi_1 \quad \varphi_1 + \Delta\varphi \quad \varphi_1 + 2\Delta\varphi \quad \dots \quad \varphi_r - \Delta\varphi \quad \varphi_r] \quad (12)$$

式中: $\varphi_1, \varphi_r$ 为 $\Theta$ 左右边界; $\Delta\varphi$ 为步长。

真实阵列流型矩阵以及虚拟阵列流型矩阵分别为

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}) = [\mathbf{a}(\varphi_1) \mathbf{a}(\varphi_1 + \Delta\varphi) \mathbf{a}(\varphi_1 + 2\Delta\varphi) \cdots \mathbf{a}(\varphi_r - \Delta\varphi) \mathbf{a}(\varphi_r)] \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\Theta}) = [\bar{\mathbf{a}}(\varphi_1) \bar{\mathbf{a}}(\varphi_1 + \Delta\varphi) \bar{\mathbf{a}}(\varphi_1 + 2\Delta\varphi) \cdots \bar{\mathbf{a}}(\varphi_r - \Delta\varphi) \bar{\mathbf{a}}(\varphi_r)] \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta})$  为维数  $M \times r$  的真实阵列流型矩阵;  $\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\Theta})$  为维数  $\bar{M} \times r$  的虚拟阵列流型矩阵;  $\bar{M}$  为虚拟阵元数。它们与变换矩阵  $\mathbf{B}_k$  的关系为

$$\mathbf{B}_k^H \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}) = \bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\Theta}) \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_k = (\mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}) \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\Theta}))^{-1} \mathbf{A}(\boldsymbol{\Theta}) \bar{\mathbf{A}}^H(\boldsymbol{\Theta}) \quad (16)$$

由于  $\mathbf{B}_k^H \mathbf{B}_k \neq \mathbf{I}$ , 为了使  $\sigma^2 \mathbf{B}_k^H \mathbf{B}_k$  为白噪声, 通常对上式进行预白化处理, 构造新的变换矩阵

$$\mathbf{T} = (\mathbf{B}_k^H \mathbf{B}_k)^{-1/2} \mathbf{B}_k^H \quad (17)$$

对于实际系统来说, 变换矩阵  $\mathbf{T}$  可以存储起来, 需要时可以反复使用, 不需重复计算。求解新的阵列流型矩阵以及新的导向矢量, 即

$$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} \mathbf{TX} \\ (\mathbf{TX})^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{TA}\boldsymbol{\Phi}^{1/2} \\ \mathbf{T}^* \mathbf{A}^* \boldsymbol{\Phi}^{-1/2} \end{bmatrix} \mathbf{S}_0 + \begin{bmatrix} \mathbf{TN} \\ \mathbf{T}^* \mathbf{N}^* \end{bmatrix} = \mathbf{B}' \mathbf{S}_0 + \bar{\mathbf{N}}_e \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{B}' = [\mathbf{b}'(\varphi_1, \phi_1), \mathbf{b}'(\varphi_2, \phi_2), \dots, \mathbf{b}'(\varphi_D, \phi_D)]$  为

扩展阵列流型矩阵,  $\mathbf{b}'(\varphi, \phi) = \begin{bmatrix} \mathbf{Ta}(\varphi) e^{j\phi/2} \\ \mathbf{T}^* \mathbf{a}^*(\varphi) e^{-j\phi/2} \end{bmatrix}$ , 为

扩展导向矢量;  $\bar{\mathbf{N}}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{TN} \\ \mathbf{T}^* \mathbf{N}^* \end{bmatrix}$ , 为扩展的噪声。

扩展的协方差矩阵以及伪协方差矩阵经内插阵列变换, 转换为新的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{NCY}}$  和  $\hat{\mathbf{R}}'_{\text{NCY}}$ 。

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{NCY}} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{T}^* \end{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_e \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{T}^* \end{bmatrix}^H \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{R}}'_{\text{NCY}} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{T}^* \end{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}'_e \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{T}^* \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

式中:  $\hat{\mathbf{R}}_e = \frac{1}{L} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H$ ;  $\hat{\mathbf{R}}'_e = \frac{1}{L} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T$ ;  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{NCY}}$  和  $\hat{\mathbf{R}}'_{\text{NCY}}$  以及它们的共轭组成的新的协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{R}}'_E = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{\text{NCY}} & \hat{\mathbf{R}}'_{\text{NCY}} \\ \hat{\mathbf{R}}'_{\text{NCY}} & \hat{\mathbf{R}}_{\text{NCY}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

对新的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}'_E$  以及扩展数据矩阵  $\mathbf{Y}'$  进行分块, 即

$$\hat{\mathbf{R}}'_E = [\mathbf{F}'_e \quad \mathbf{G}'_e] \quad (22)$$

$$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_A \\ \mathbf{Y}'_B \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{F}'_e$  和  $\mathbf{G}'_e$  分别为  $2\bar{M} \times D$  维和  $2\bar{M} \times (2\bar{M} - D)$  维矩阵,  $\mathbf{Y}'_A$  和  $\mathbf{Y}'_B$  分别为  $D \times L$  维和  $(2\bar{M} - D) \times L$  维矩阵。

下一步计算扩展传播算子  $\hat{\mathbf{P}}'_e$  的估计值  $\hat{\mathbf{P}}'_e$ , 即

$$\hat{\mathbf{P}}'_e = (\mathbf{F}'_e{}^H \mathbf{F}'_e)^{-1} \mathbf{F}'_e{}^H \mathbf{G}'_e \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{P}}'_e = (\mathbf{Y}'_A \mathbf{Y}'_A{}^H)^{-1} \mathbf{Y}'_A \mathbf{Y}'_B{}^H \quad (25)$$

可得出噪声子空间  $\hat{\mathbf{V}}'_e$  为

$$\hat{\mathbf{V}}'_e = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}'_e \\ -\mathbf{I}_{2\bar{M}-D} \end{bmatrix} \quad (26)$$

对  $\hat{\mathbf{V}}'_e$  进行标准正交化后得出

$$\hat{\mathbf{V}}'_{0e} = \hat{\mathbf{V}}'_e (\hat{\mathbf{V}}'^H \hat{\mathbf{V}}'_e)^{-1/2} \quad (27)$$

实际中, 通过对  $\hat{\mathbf{V}}'_e$  进行 Gram-Schmidt 正交化求  $\hat{\mathbf{V}}'_{0e}$  可降低计算量。可得类似 MUSIC 算法<sup>[8-10]</sup> 的空间谱函数

$$\hat{f}(\varphi, \phi) = \mathbf{b}'^H(\varphi, \phi) \hat{\mathbf{V}}'_{0e} \hat{\mathbf{V}}'_{0e}{}^H \mathbf{b}'(\varphi, \phi) \quad (28)$$

为了降低计算复杂度, 将二维搜索转化为一维搜索, 故对噪声子空间  $\hat{\mathbf{V}}'_{0e}$  分块得

$$\hat{\mathbf{V}}'_{0e} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_1 \\ \hat{\mathbf{V}}_2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中,  $\hat{\mathbf{V}}_1$  和  $\hat{\mathbf{V}}_2$  具有相同的维数。代入式(27)得

$$\hat{f}(\varphi, \phi) = \mathbf{b}'^H(\varphi, \phi) \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_1^H & \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_2^H \\ \hat{\mathbf{V}}_2 \hat{\mathbf{V}}_1^H & \hat{\mathbf{V}}_2 \hat{\mathbf{V}}_2^H \end{bmatrix} \mathbf{b}'(\varphi, \phi) = \begin{bmatrix} e^{j\phi/2} \\ e^{-j\phi/2} \end{bmatrix}^H \cdot \begin{bmatrix} (\mathbf{Ta}(\varphi))^H \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_1^H \mathbf{Ta}(\varphi) & (\mathbf{Ta}(\varphi))^H \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_2^H (\mathbf{Ta}(\varphi))^* \\ (\mathbf{Ta}(\varphi))^T \hat{\mathbf{V}}_2 \hat{\mathbf{V}}_1^H \mathbf{Ta}(\varphi) & (\mathbf{Ta}(\varphi))^T \hat{\mathbf{V}}_2 \hat{\mathbf{V}}_2^H (\mathbf{Ta}(\varphi))^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\phi/2} \\ e^{-j\phi/2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

令  $\frac{\partial \hat{f}(\varphi, \phi)}{\partial \phi} = 0$ , 得

$$e^{j\phi} = \pm \frac{(\mathbf{Ta}(\varphi))^H \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_2^H (\mathbf{Ta}(\varphi))^*}{\|(\mathbf{Ta}(\varphi))^H \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_2^H (\mathbf{Ta}(\varphi))^*\|} \quad (31)$$

式(31)右侧取负号时, 式(30)对  $\phi$  取得最小值, 故 VIA-EPM 算法的空间谱函数为

$$\hat{f}(\varphi) = (\mathbf{Ta}(\varphi))^H \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_1^H \mathbf{Ta}(\varphi) + (\mathbf{Ta}(\varphi))^T \hat{\mathbf{V}}_2 \hat{\mathbf{V}}_2^H (\mathbf{Ta}(\varphi))^* - 2 \|(\mathbf{Ta}(\varphi))^H \hat{\mathbf{V}}_1 \hat{\mathbf{V}}_2^H (\mathbf{Ta}(\varphi))^*\| \quad (32)$$

VIA-EPM 算法可以采取对虚拟扩展协方差矩阵进行分块, 也可以采取对虚拟扩展数据矩阵进行分块, 两种途径均可得出扩展传播算子, 并通过相应的噪声子空间得出空间谱函数, 现将两种途径得出的 VIA-EPM 算法分别用 VIA-EPM1 以及 VIA-EPM2 表示。VIA-EPM1 算法中, 构造扩展协方差矩阵所需计算量为  $O(2\bar{M}^2 L)$ , 对扩展协方差矩阵进行特征分解求子空间需要  $O(4D\bar{M}^2 - 2D^2\bar{M}) + O(2\bar{M}(2\bar{M} - D)^2)$  的计算量, 利用子空间求解 DOA 估计值所需的计算量为  $O((4\bar{M}^2 - 2\bar{M}D + \bar{M}/4 + 3D)N)$ , 故 VIA-EPM1 算法所需总的计算量为  $O(2\bar{M}^2 L) + O(4D\bar{M}^2 - 2D^2\bar{M}) + O(2\bar{M}(2\bar{M} - D)^2) + O((4\bar{M}^2 - 2\bar{M}D + \bar{M}/4 + 3D)N)$ 。

VIA-EPM2 算法中,构造扩展协方差矩阵所需计算量为零,对扩展协方差矩阵进行特征分解求子空间需要  $O(2D^2\bar{M} + 2D\bar{M}L) + O(2\bar{M}(2\bar{M} - D)^2)$  的计算量,利用子空间求解 DOA 估计值所需的计算量为  $O((4\bar{M}^2 - 2\bar{M}D + \bar{M}/4 + 3D)N)$ ,故 VIA-EPM2 算法所需的计算量为  $O(2D^2\bar{M} + 2D\bar{M}L) + O(2\bar{M}(2\bar{M} - D)^2) + O((4\bar{M}^2 - 2\bar{M}D + \bar{M}/4 + 3D)N)$ 。考虑到求解变换矩阵  $T$  的计算量,根据式(17) VIA-EPM1 算法和 VIA-EPM2 算法求  $T$  所需的计算量应该均是  $O(2M\bar{M}^2) + O(\bar{M}^3)$ 。由以上分析可知,阵元数远大于信号数,VIA-EPM2 算法的计算量相对较低,而当信号数大于等于阵元数时,VIA-EPM1 算法的计算量较低。其中, $N$  为负峰搜索次数,即搜索角度范围与搜索步长的比值。

### 3 仿真实验

假设两个 BPSK 信号关于法线对称地从  $-5^\circ, 5^\circ$  入射到 5 元线阵,其非圆相位分别为  $20^\circ, 40^\circ$ ,由于  $-5^\circ$  与  $5^\circ$  的角度估计结果基本相同,这里给出  $-5^\circ$  的估计结果。仿真中的均方根误差(RMSE)由 500 次的仿真结果统计得到,算法的空间谱如果只有一个负峰时,令两个角的估计值都等于这个负峰所对应的角度,并令  $\hat{\varphi}_i(J)$  为  $\varphi_i(J)$  的估计值,第  $i(i=1,2)$  个信号 DOA 估计的 RMSE 的定义为  $\sqrt{\sum_{j=1}^{500} [\hat{\varphi}_i(J) - \varphi_i(J)]^2 / 500}$ 。分辨概率定义为可以成功分辨出两个信号的次数与总实验次数的比值。

1) 实验 1,两种形式的性能比较。

取 VIA-EPM1 和 VIA-EPM2 的真实阵列形式为  $x$  轴上  $0.5\lambda[0, 1, 1, 2, 4, 3, 3, 4, 1]$  的 5 阵元线阵,虚拟阵列形式均为 10 阵元均匀线阵,阵元间距为半波长,快拍数为 200。图 1 中,信噪比在  $0 \sim 6$  dB 时,VIA-EPM1 算法的 RMSE 要低于 VIA-EPM2 的 RMSE,信噪比在 6 dB 以后,两者的 RMSE 基本相似。

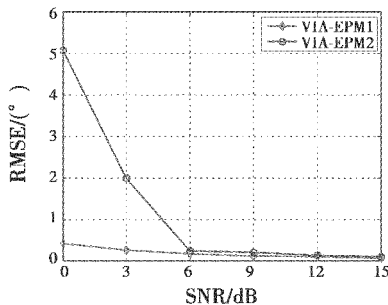


图1 RMSE 与信噪比的关系

Fig. 1 The relation between RMSE and SNR

图 2 中,信噪比大约在  $-8 \sim 5$  dB 时,VIA-EPM1 算法的分辨概率要高于 VIA-EPM2 的分辨概率,5 dB

以后,两者的分辨概率基本相似。

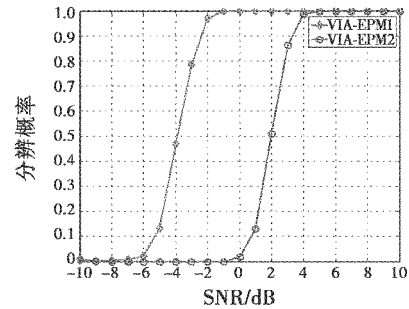


图2 分辨概率与信噪比的关系

Fig. 2 The relation between resolution probability and SNR

由此可知,在信源数小于阵元数、低信噪比情况下,基于扩展协方差矩阵的 VIA-EPM 算法的性能要优于基于扩展数据矩阵的 VIA-EPM 算法(通常在信源数远小于阵元数的情况下,基于扩展数据矩阵的 VIA-EPM 算法才能体现出其优势,这种情况在实际应用中比较常见)。本文后续仿真中,VIA-EPM 算法采用基于扩展协方差矩阵的形式。

2) 实验 2,阵列扩展能力。

假设 6 个等功率的 BPSK 信号入射到阵列上,信号入射方向分别为  $-60^\circ, -30^\circ, -10^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ ,非圆相位分别为  $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ ,采用阵列形式为  $x$  轴上  $0.5\lambda[0, 1, 3, 5]$  的 4 元线阵,变换区间为  $[-70^\circ, 70^\circ]$ ,步长为  $1^\circ$ ,阵元间距为半波长,噪声为高斯白噪声,信噪比为 10 dB,快拍数为 200,VIA-EPM 算法按式(32)仿真 10 次的空间谱叠加的结果如图 3 所示。

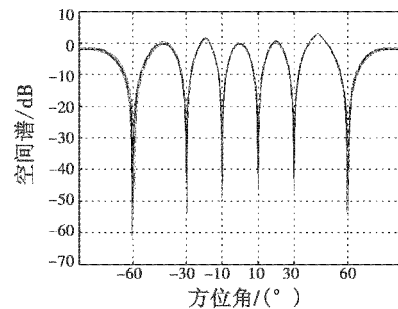


图3 VIA-EPM 算法的空间谱

Fig. 3 The spatial spectrum of VIA-EPM algorithm

可以看出,VIA-EPM 算法在 4 阵元情况下,较准确地估计了 6 个人射角,故新算法保持了阵列扩展能力。

3) 实验 3,估计精度。

仿真中采用“校准 EPM 算法”(指在算法中给定实际阵元位置,即实际中校准后的阵元位置,谱峰搜索时仍使用实际阵元位置)和“未校准 EPM 算法”(指在算法中给定实际阵元位置,谱峰搜索时使用理想阵元位置,即未经过校准的阵元位置)。阵列形式为  $x$  轴  $0.5\lambda[0, 1, 1, 2, 4, 3, 3, 4, 1]$  的 5 阵元线阵,阵元间距为

半波长,在 VIA-EPM 算法中,真实阵列形式与 EPM 算法相同,虚拟阵列形式为 10 阵元均匀线阵。图 4 是快拍数为 200,信噪比从 0 dB 变化到 15 dB, RMSE 随信噪比变化的曲线;图 5 是信噪比为 10 dB,快拍数从 50 变化到 400, RMSE 随快拍数变化的曲线。

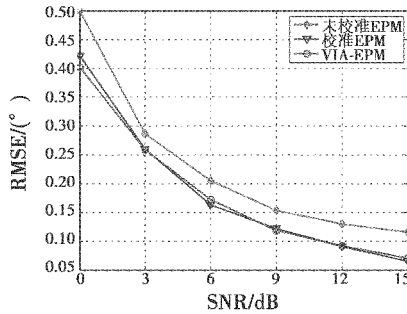


图 4 RMSE 与信噪比的关系

Fig. 4 The relation between RMSE and SNR

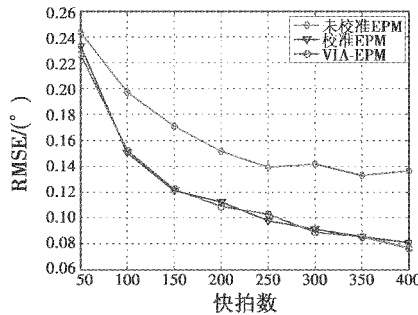


图 5 RMSE 与快拍数的关系

Fig. 5 The relation between RMSE and snapshots number

由两幅图可以看出, VIA-EPM 算法的 RMSE 和校准 EPM 算法基本一致,且始终要小于未校准 EPM 算法。

#### 4 结论

本文对非圆信号利用内插阵列变换技术提出基于内插阵列变换的扩展传播算子算法(VIA-EPM 算法)。通过对新算法计算复杂度的分析可知:当阵元数远大

于信号数时, VIA-EPM2 算法的计算量相对较低;当信号数大于等于阵元数时, VIA-EPM1 算法的计算量较低。仿真实验结果表明:低信噪比情况下, VIA-EPM1 算法的估计性能要优于 VIA-EPM2 算法; VIA-EPM 算法不仅保持了阵列扩展能力以及高估计精度,并且取得与阵元位置校准后的 EPM 算法相近的估计性能。

#### 参考文献

- [1] 刘剑,黄知涛,周一宇. 非圆信号阵列测向的研究概况[J]. 电子对抗,2007(5):45-49.
- [2] 刘剑. 非圆信号波达方向估计算法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2007.
- [3] 郑春弟. 基于非圆信号的空间谱估计算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2006.
- [4] 刘剑,黄知涛,周一宇. 基于扩展传播算子的非圆信号测向方法[J]. 信号处理,2008,24(4):556-560.
- [5] 刘剑,黄知涛,周一宇. 共轭传播算子测向算法[J]. 通信学报,2008,29(5):13-18.
- [6] 刘剑,宋爱民,黄国策. 基于传播算子的非圆信号实值测向方法[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(6):1136-1139.
- [7] HAARDT M, ROMER F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources [C]//IEEE ICASSP, Montral, QC, Canada, May 17-21, 2004, 2:ii-101-4.
- [8] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [9] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
- [10] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans AP, 1986, 34(3):276-280.

## 声 明

本刊已许可中国学术期刊(光盘版)电子杂志社、北京万方数据股份有限公司、重庆维普资讯有限公司等在其网络平台 and 系列数据库产品中以数字化方式复制、汇编、发行、信息网络传播本刊全文,著作权使用费与本刊稿酬一并支付。作者向本刊提交文章发表的行为即视为同意我部上述声明。