

## 基于施密特正交变换 UKF 的单站无源定位算法

黄耀光<sup>1</sup>, 高博<sup>2</sup>, 李建新<sup>2</sup>, 黄山奇<sup>3</sup>

(1. 中国人民解放军 61906 部队, 河北 廊坊 065001; 2. 解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州 450002;  
3. 中国人民解放军 65022 部队, 沈阳 110000)

**摘要:** 在单站无源定位系统中, UKF 算法由于采用 UT 变换, 算法的性能虽然要优于 EKF 及衍生算法, 但是增加了计算量。为了减小 UKF 算法的计算量, 易于算法的实时实现, 提出了一种基于施密特正交变换的 UKF 滤波算法。该算法在遵循采样点选取准则的前提下, 对所选取的采样点进行施密特正交变换, 减少了采样点的数量。计算机仿真结果表明, 该算法在保证定位跟踪滤波精度的前提下减小了计算量, 提高了计算效率。

**关键词:** 单站无源定位; 施密特正交变换; UKF; 采样策略

**中图分类号:** V271.4; TP958.97 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2013)02-0037-04

## Single-Observer Passive Location Based on Schmidt Orthogonal Transform UKF Algorithm

HUANG Yaoguang<sup>1</sup>, GAO Bo<sup>2</sup>, LI Jianxin<sup>2</sup>, HUANG Shanqi<sup>3</sup>

(1. No. 61906 Unit of PLA, Langfang 065001, China; 2. Institute of Information Engineering, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450002, China; 3. No. 65022 Unit of PLA, Shenyang 110000, China)

**Abstract:** In single-observer passive location, the performance of the Unscented Kalman Filter (UKF) using Unscented Transform (UT) is better than that of Extend Kalman Filter (EKF) and its derivative algorithms. But UKF has more amount of computation. To solve the problem, an improved filter algorithm based on Schmidt orthogonal transform was proposed. The algorithm followed the selection criterion for sampling point, and used Schmidt orthogonal transform sampling strategy to reduce the number of sampling points. The algorithm was applied in passive locating of a moving emitter. The computer simulation results show that the algorithm can reduce the computation cost and improve the calculation efficiency while keeping a satisfactory filtering precision.

**Key words:** single-observer passive location; Schmidt orthogonal transform; Unscented Kalman Filter (UKF); sampling strategy

### 0 引言

随着现代电子战中隐身技术、反辐射导弹的广泛应用, 有源定位系统面临严重的生存威胁。而无源定位技术由于隐蔽性强, 可以增强定位系统在电子战环境下的反侦察、反干扰、抗软硬杀伤力等能力。目前无源定位系统按照观测站的数目可以分为单站无源定位和多站无源定位, 其中, 单站无源定位因具有设备简单、系统相对独立、机动性好等特点, 成为当前无源定

位领域的研究热点<sup>[1]</sup>。

跟踪滤波算法是单站无源定位的核心问题之一, 实质需要解决的是非线性滤波问题, 其中, 如何提高滤波器的定位精度、稳定性、收敛速度以及如何实时实现一直是研究的重点。传统的非线性滤波算法主要包括扩展卡尔曼滤波(Extend Kalman Filter, EKF)及其衍生算法, 这些算法的核心是将非线性函数线性化, 通过对非线性方程进行泰勒级数展开, 并作一阶近似实现。该类算法的缺点主要是非线性误差导致滤波器性能不稳定, 容易发散。标准的无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)算法采用比例修正的对称采样策略<sup>[2]</sup>, 选取  $2L+1$  ( $L$  为变量的维数) 个采样点来近似随机变量的概率分布, 使计算精度至少能够达到二阶, 避免了对非线性

收稿日期: 2011-12-08

修回日期: 2012-02-13

基金项目: 国家自然科学基金(41174006)

作者简介: 黄耀光(1985—), 男, 山西晋中人, 硕士生, 研究方向为检测技术与信号处理、无源定位。

性观测模型的线性化近似和雅克比矩阵的计算,性能优于EKF及其衍生算法<sup>[3-8]</sup>,但计算量比EKF算法大,不利于算法的实时实现。为了减小UKF算法的计算量,提高算法的实时性,本文以单站无源定位应用背景,采用基于施密特正交变换(Schmidt Orthogonal Transform, SOT)采样策略的UKF算法<sup>[9]</sup>(简称SOUKF算法),只需 $L+1$ 个采样点,减少了采样点的数量,降低了计算量。仿真结果表明,SOUKF算法在提高实时实现要求的同时,还能保证较好的滤波性能,是一种有效的单站无源定位算法。

## 1 单站无源定位模型

本文研究单站对空中运动辐射源的无源定位问题,定位原理如图1所示。

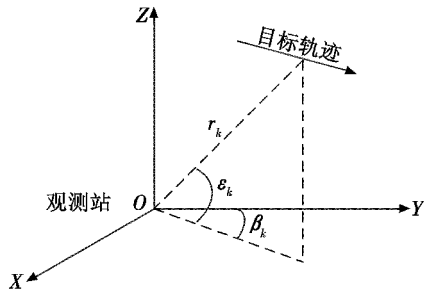


图1 观测站和目标在三维空间几何关系图  
Fig. 1 Geometrical relation between observer and the target in 3D space

### 1.1 系统状态方程

设 $k$ 时刻观测站状态向量为 $\mathbf{X}_{O,k} = [x_{O,k} \ y_{O,k} \ z_{O,k} \ \dot{x}_{O,k} \ \dot{y}_{O,k} \ \dot{z}_{O,k}]^T$ ;目标辐射源状态向量为 $\mathbf{X}_{A,k} = [x_{A,k} \ y_{A,k} \ z_{A,k} \ \dot{x}_{A,k} \ \dot{y}_{A,k} \ \dot{z}_{A,k}]^T$ ;T表示矩阵转置。以观测站和目标辐射源相对运动状态向量 $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{T,k} - \mathbf{X}_{O,k} = [x_k \ y_k \ z_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \dot{z}_k]^T$ 为状态向量,其中: $x_k, y_k, z_k$ 分别为目标在坐标系中的位置; $\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k$ 分别为 $x_k, y_k, z_k$ 对时间 $t$ 的导数,即速度变量。则状态运动方程为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi \mathbf{X}_k + \mathbf{G} \mathbf{w}_k \quad (1)$$

式中: $\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T\mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$ ,为状态转移矩阵; $\mathbf{I}_3$ 为 $3 \times 3$ 单位矩阵; $\mathbf{0}_{3 \times 3}$ 为 $3 \times 3$ 零矩阵; $T$ 为观测周期; $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.5T^2\mathbf{I}_3 \\ T\mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$ ,为状态噪声转移矩阵; $\mathbf{w}_k$ 为三维零均值高斯白噪声向量。 $\mathbf{Q}_w$ 为协方差矩阵; $\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{G} \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \mathbf{G}^T] = \mathbf{G} \mathbf{Q}_w \mathbf{G}^T$ ,为状态噪声协方差矩阵。

### 1.2 系统测量方程

本研究以将方位角 $\beta_k$ 及其变化率 $\dot{\beta}_k$ ,俯仰角 $\varepsilon_k$ 及其变化率 $\dot{\varepsilon}_k$ ,多普勒频率 $f_{dk}$ 及其变化率 $\dot{f}_{dk}$ 作为观测量的单站无源定位方法为研究背景<sup>[10]</sup>,系统观测方程为

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}_k) = [\beta_k \ \dot{\beta}_k \ \varepsilon_k \ \dot{\varepsilon}_k \ f_{dk} \ \dot{f}_{dk}]^T = \begin{bmatrix} \arctan \frac{x_k}{y_k} \\ \frac{y_k \dot{x}_k - x_k \dot{y}_k}{x_k^2 + y_k^2} \\ \arctan \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\ \frac{-x_k z_k \dot{x}_k - y_k z_k \dot{y}_k + (x_k^2 + y_k^2) \dot{z}_k}{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\ -\frac{f_T}{c} \frac{dr_k}{dt} = -\frac{f_T}{c} (\dot{x}_k \sin \beta_k \cos \varepsilon_k + \dot{y}_k \cos \beta_k \cos \varepsilon_k + \dot{z}_k \sin \varepsilon_k) \\ -\frac{f_T}{c} [r_k (\dot{\beta}_k \cos \varepsilon_k)^2 + r_k \dot{\varepsilon}_k^2] \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $f_T$ 为目标辐射源频率; $c$ 为电磁波的传播速度; $r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}$ ,为目标辐射源到观测站的径向距离;量测噪声 $\mathbf{V}_k = [\delta_{\beta_k} \ \delta_{\dot{\beta}_k} \ \delta_{\varepsilon_k} \ \delta_{\dot{\varepsilon}_k} \ \delta_{f_{dk}} \ \delta_{\dot{f}_{dk}}]^T$ 为零均值的高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_k$ 。

## 2 SOUKF 算法

### 2.1 施密特正交变换采样策略

UKF算法采用对称采样,算法运算量是与参与运算的采样数目成比例的。在单站无源定位系统中,对实时性要求较高,因此,尽量减少采样点数目就成为减小运算量的一种直接的选择。对于一个 $L$ 维分布状态空间,最少需要 $L+1$ 个采样点才能确定。施密特正交变换采样中,采样点的个数为 $L+1$ ,由于采样点是经过施密特正交变换后确定的,所以称之为施密特正交变换采样。采样点的选取如下。

1) 确定Sigma权值。

$$W_i = \frac{1}{L+1}, i=1, 2, \dots, L+1 \quad (4)$$

2) 对于输入维数 $j=1, 2, \dots, n$ 时,迭代公式为

$$\chi_i^j = \sqrt{n+1} \times \begin{cases} \left[ \frac{1}{\sqrt{j(j+1)}} \right], & i=1, \dots, j \\ \left[ -\frac{j}{\sqrt{j(j+1)}} \right], & i=j+1 \end{cases} \quad (5)$$

3) 对所生成的Sigma点加入系统状态 $\mathbf{X}$ 的均值和协方差信息。

$$\chi_i = \bar{\mathbf{X}} + (\sqrt{P_{xx}}) \chi_i^j \quad (6)$$

在施密特正交变换采样中,所有Sigma的权值均为 $\frac{1}{L+1}$ ,这说明所有的Sigma点都具有相同的重要性。

### 2.2 算法流程

基于施密特正交变换采样和UKF算法,提出了

SOUKF 算法,该算法流程如下。

1) 系统初始化。

$$\begin{cases} \hat{X}_0 = E[X_0] \\ P_0 = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T] \end{cases} \quad (7)$$

2) 选取 Sigma 点。

$$\chi_{i,k-1} = \hat{X}_{k-1} + \sqrt{P_{k-1}} \chi'_i, \quad i=1,2,\dots,L+1 \quad (8)$$

3) 时间更新。

$$\chi_{i,k} = \Phi(\chi_{i,k-1}), \quad i=1,2,\dots,L+1 \quad (9)$$

$$\hat{X}_{k-1} = \sum_{i=1}^{L+1} W_i \chi_{i,k-1} \quad (10)$$

$$P_{k-1} = \sum_{i=1}^{L+1} W_i (\chi_{i,k-1} - \hat{X}_{k-1})(\chi_{i,k-1} - \hat{X}_{k-1})^T + Q_k \quad (11)$$

$$Z_{i,k} = h(\chi_{i,k}), \quad i=1,2,\dots,L+1 \quad (12)$$

$$\hat{Z}_{k-1} = \sum_{i=1}^{L+1} W_i Z_{i,k-1} \quad (13)$$

$$P_{k-1} = \sum_{i=1}^{L+1} W_i (Z_{i,k-1} - \hat{Z}_{k-1})(Z_{i,k-1} - \hat{Z}_{k-1})^T + R_k \quad (14)$$

4) 量测更新。

$$P_{z,k} = \sum_{i=1}^{L+1} W_i (\chi_{i,k} - \hat{X}_{k-1})(Z_{i,k} - \hat{Z}_{k-1})^T \quad (15)$$

$$K_k = P_{z,k} P_{z,k}^{-1} \quad (16)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k-1}) \quad (17)$$

$$P_k = P_{k-1} - K_k P_{z,k} K_k^T \quad (18)$$

### 2.3 计算复杂度分析

为了比较标准 UKF 算法和 SOUKF 算法的计算效率,采用计算复杂度进行分析。在标准 UKF 算法中,采样点个数  $m=2L+1$  ( $m$  为采样点的个数),每个采样点生成时要对状态协方差阵  $P_{L \times L}$  ( $L$  为状态量维数)作 Cholesky 分解,所需的计算量为  $o(L^3/6)$ ,则确定采样点部分计算量为  $o(m(L^3/6))$ ;在时间更新部分,算法的计算量为  $o(mL^3)$ ;在量测更新部分,该算法计算量为  $o(mM^2)$  ( $M$  为观测量维数)<sup>[11]</sup>。而在 SOUKF 算法中,采样点个数  $m=L+1$ ,随着维数的增长,SOUKF 算法计算量较 UKF 算法大大减少,因此该算法在状态维数比较大的单站无源定位系统中有重要的工程应用价值。

### 3 算法仿真与结果分析

仿真条件:假设目标辐射源做带加速度扰动的匀速直线运动,目标真实的初始位置为  $x_0=180$  km,  $y_0=90$  km,  $z_0=18$  km,速度为  $\dot{x}=-0.3$  km/s,  $\dot{y}=0.1$  km/s,  $\dot{z}=0$  km/s,加速度(单位  $m/s^2$ )扰动  $w_k$  的协方差矩阵为  $\text{diag}[1^2, 1^2, 1^2]$ 。估计初始值为  $\hat{X}_0=[210$  km, 120 km, 3 km,  $-0.29$  km/s,  $0.11$  km/s,  $0.01$  km/s],  $P_0 =$

$\text{diag}[900, 900, 225, 10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}]$ 。观测站位于坐标原点,辐射源信号载频为 10 GHz,观测周期  $T=0.5$  s,观测时间持续 200 s,测量精度为  $\sigma_\beta=3$  mrad,  $\sigma_{\dot{\beta}}=0.1$  mrad/s,  $\sigma_x=3$  mrad,  $\sigma_z=0.1$  mrad/s,  $\sigma_{f_x}=1$  Hz,  $\sigma_{f_z}=0.5$  Hz/s。

为了验证 SOUKF 算法的性能,对算法进行 100 次 Monte-Carlo 仿真实验,并在相同的条件下与 EKF 算法和 UKF 算法进行对比分析。评价的指标为目标辐射源位置和速度在 3 个方向上的分量的均方误差(MSE)。仿真结果如图 2-图 4 和表 1 所示。

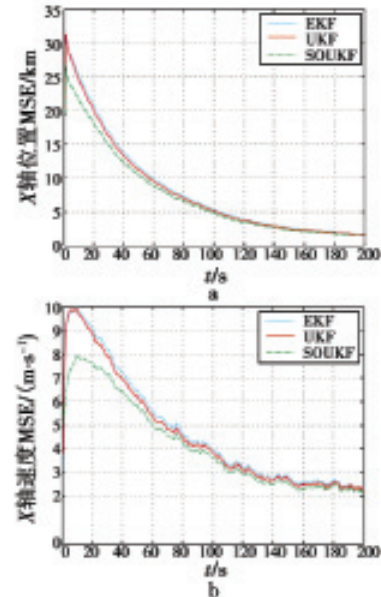
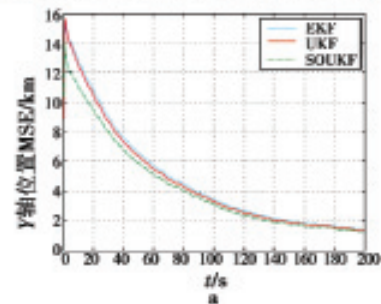


图2 X轴方向上的位置及速度的MSE曲线

Fig. 2 MSE of position and velocity in X direction

由图 1 可知,在 X 轴方向上,位置和速度均方误差 MSE 曲线不管是收敛速度还是定位精度,SOUKF 算法要好于 UKF 算法和 EKF 算法,UKF 算法又好于 EKF 算法。

由图 2 可知,对于 Y 轴方向上的位置 MSE 曲线,SOUKF 算法的收敛速度及定位精度都要好于 UKF 算法和 EKF 算法,而 UKF 算法又好于 EKF 算法;速度 MSE 曲线,在开始一段时间,EKF 算法定位精度要好于 UKF 算法,但之后 UKF 算法的收敛速度及定位精度比 EKF 算法好,SOUKF 算法又好于 UKF 算法。



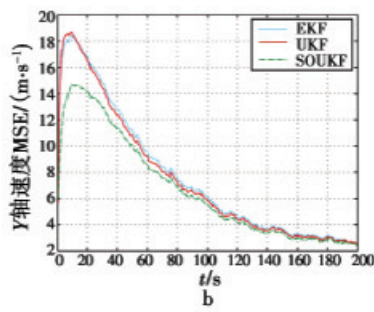


图3 Y轴方向上的位置及速度的MSE曲线

Fig. 3 MSE of position and velocity in Y direction

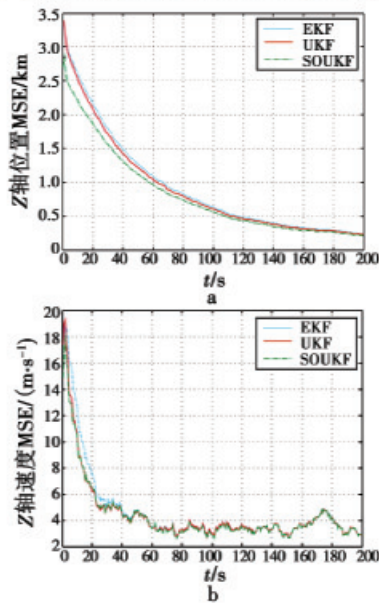


图4 Z轴方向上的位置及速度的MSE曲线

Fig. 4 MSE of position and velocity in Z direction

由图3可知,对于Z轴方向上的位置MSE曲线,SOUKF算法收敛速度要好于UKF算法和EKF算法,UKF算法又比EKF算法好,在收敛之后3种算法基本一致;对于速度MSE曲线,SOUKF算法与UKF算法基本一致,收敛速度要好于EKF算法,而在收敛之后3种算法基本一致。

在内存为2GB,CPU主频为2.9GHz的计算机上用版本7.6.0的Matlab软件运行各算法,得到各算法单次递推平均所需时间,如表1所示。

表1 不同算法运算量比较

Table 1 Computation time of different algorithms

算 法	单次递推平均所需时间/s
EKF	$0.5 \times 10^{-3}$
UKF	$1.7 \times 10^{-3}$
SOUKF	$1.0 \times 10^{-3}$

对以上分析进行归纳可以得到结论:SOUKF算法与UKF算法相比,在提高计算效率的同时还能保持滤波的性能,甚至在有些方面要好于UKF算法;SOUKF算法与EKF算法相比,除了避免复杂的雅克比矩阵的计算,滤波的性能也要优于EKF算法。

## 4 结束语

本文应用角度、角度变化率和多普勒频率变化率为观测量的单站无源定位方法,提出了一种基于施密特正交变换UKF的单站无源定位算法(SOUKF算法),采用施密特正交变换采样策略,减少采样点的个数。计算机仿真表明,该算法在保证滤波性能的前提下,减小了计算量,提高了算法的计算效率,该算法对高维的单站无源定位系统工程化有较大的参考价值,同时也可以应用于其他无源定位和非线性滤波领域中。

## 参考文献

- [1] 孙仲康,郭福成,冯道旺.单站无源定位跟踪技术[M].北京:国防工业出版社,2008:98-100.
- [2] JULIER S J,UHLMAN J K. The scaled unscented transformation[C]// Proc Amer Control Conf,2002:4555-4559.
- [3] JULIER S J,UHLMAN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proc of the IEEE,2004,92(3):401-422.
- [4] 袁罡,陈鲸.基于UKF的单站无源定位与跟踪算法[J].电子与信息学报,2008,30(9):2120-2123.
- [5] 程水英,张剑云.基于无味卡尔曼滤波的空对海单站无源BO-TMA[J].电路与系统学报,2008,13(1):49-55.
- [6] 宋骊平,姬红兵.多被动传感器UKF与EKF算法的应用与比较[J].系统工程与电子技术,2009,31(5):1083-1086.
- [7] 曲长文,徐征,苏峰,等.利用空频域信息的固定单站无源定位跟踪算法[J].电光与控制,2010,17(11):13-16.
- [8] 徐璟,何明浩,郁春来,等.固定单站被动目标跟踪算法性能分析[J].电子信息对抗技术,2011,26(1):29-33.
- [9] LI Wanchun,WEI Ping,XIAO Xianci. Novel simplex unscented transform and filter[J]. Journal of Electronic Science and Technology of China,2008,6(1):61-64.
- [10] 牛新亮,赵国庆,刘原华,等.基于多普勒变化率的机载无源定位研究[J].系统仿真学报,2009,21(11):3370-3373.
- [11] ANDERSEN M N,WHEELER K. Filtering in hybrid dynamic Bayesian networks[C]// IEEE Int Conf Acoustics,Speech,and Signal Processing,2004:773-776.