

## 基于小波变换的多传感器最优信息融合

蔡 猛

(中国航空工业集团公司洛阳电光设备研究所,河南 洛阳 471009)

**摘要:** 针对多传感器信息融合,从时频域提出一种最优的融合规则。利用信号的多尺度特性,引入小波变换,将状态向量和观测值分解为多尺度信号,对多尺度信号(包括近似信号和细节信号)滤波更新,多传感器信息融合通过标量加权多尺度滤波值获得,得到小波域的最优估计,然后通过小波逆变换获得时域状态估计。该方法的优点为:1)同时更新了近似信号和细节信号;2)从时频域信息融合,提高了估计精度;3)只需计算标量权系数,避免了求取加权矩阵及其逆,避免了矩阵奇异。仿真结果验证了算法的有效性。

**关键词:** 小波变换;多传感器融合;多尺度滤波;标量加权

**中图分类号:** V271.4      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2013)12-0097-04

## Wavelet Transform Based Multi-Sensor Optimal Information Fusion

CAI Meng

(Luoyang Institute of Electro-Optical Equipment, AVIC, Luoyang 471009, China)

**Abstract:** The problem of multi-sensor information fusion was studied in time-frequency domain, and a new optimal criteria weighted by scalars was proposed. Wavelet transform was introduced in multi-scale signal filtering. The state vector and observed value were decomposed into multi-scale signals, and the multi-scale signals (including approximate component and details) were updated. The local sensor estimation was fused via an optimal algorithm weighted by scalars, and time-domain state estimation was obtained through inverse transformation of wavelet. The method proposed can: 1) complete multi-scale filtering for the whole multi-sensor system; 2) implement information fusion from the time domain, and improve the estimation accuracy greatly; and 3) distribute fusion weights by scalars, thus only the computation of scalar weights is required and the calculation cost is reduced obviously. The simulation shows the effectiveness of the algorithm.

**Key words:** wavelet transform; multi-sensor fusion; multi-scale filtering; weighted by scalar

### 0 引言

近20年来,多传感器信息融合已发展为一个重要的领域,目前已有许多成熟的方法:Bayes估计、加权平均法、卡尔曼滤波、极大似然估计、基于神经网络融合等。加权平均作为数据层的融合,最简单直观。文献[1]建立了误差不相关条件下多传感器最优融合估计公式,即矩阵加权的线性最小方差估计;文献[2]针对误差相关情形下多传感器最优融合估计问题,提出了极大似然最优融合估计,即在估计误差服从联合正态分布条件下,按矩阵加权依然成立;文献[3]给出了

按标量加权线性最小方差融合估计公式;文献[4]针对3种线性最小方差融合算法,即矩阵加权、标量加权以及各分量按标量加权,详细分析了算法精度和计算量,其结论为按标量加权最适合工程应用。

以往的融合方法多从时域考虑,实际上信号多具有多尺度特性,时域单一尺度处理算法由于不能充分利用信号中丰富的时频信息,从而影响了时域融合方法的性能。随着小波变换的发展,信号的多尺度特性也被越来越多引入到已有的分析方法中。小波域的多尺度动态估计问题最早是由Chou和Willisyk<sup>[5]</sup>提出的;以Hong为代表的学者相继开展了大量的研究<sup>[6-7]</sup>,较系统地建立了多分辨率分布式滤波算法和性能分析。虽然上述工作极大地丰富了多分辨率滤波估计问题,但是该算法主要限定于不同分辨率的多传感器融合问题。在实际

收稿日期:2013-11-18

修回日期:2013-11-25

作者简介:蔡猛(1969—),男,四川自贡人,博士,研究员,研究方向为系统总体。

应用中,相同分辨率和不同分辨率的传感器均有可能遇到,因此,如何面对多种分辨率情况的多传感器状态信息融合问题则显得更为实际和重要。

同时,现有的多分辨率滤波算法仅更新最粗尺度上的近似信号,而对于其他分辨率的信号,尤其是最细节信号则不进行更新。实际上,无论信号还是噪声都具有多尺度特性。当对含噪声信号进行多尺度分解时,所获得的某一尺度上的高频信号分量则不仅仅是噪声,还包含信号局部分量。因此,现有的处理方法或者将细节信号等价于噪声,直接简单地将其剔除;或者是将细节信号直接等价于信号,不进行处理而直接保留;所有这些处理方法与实际情况不符,将会影响算法的性能。

本文从工程角度实时、精确、计算简单的需求出发,考虑多传感器信息融合问题。引入小波变换,将状态向量和观测量在小波域分解,对近似信号和细节信号同时滤波更新,由新息协方差阵计算标量权重系数,多传感器估值标量加权后通过小波逆变换得到时域最优状态估计,从而建立了基于小波变换的多传感器标量加权融合方法。

## 1 时域的多传感器标量加权融合

考虑如下离散随机系统,状态方程为

$$x(k+1) = Ax(k) + Bw(k) \quad (1)$$

测量方程为

$$z_j(k) = C_j x(k) + v_j(k) \quad (2)$$

式中: $j=1,2,\dots,s$ ,表示传感器; $k$ 表示测量序列。

多传感器的融合是基于  $s$  个局部最优 Kalman 估值  $\hat{x}_j(k|k)$ ,求标量权重最优融合值

$$\hat{x}(k|k) = \bar{a}_1(k)\hat{x}_1(k|k) + \dots + \bar{a}_s(k)\hat{x}_s(k|k) \quad (3)$$

并满足:1)无偏性,即  $E\hat{x}(k|k) = E\hat{x}(k)$ ;2)最优性,即寻求最优标量权重系数  $\bar{a}_j(k)$ ,极小化新息方差阵,即  $\text{tr}\hat{P}(k|k) = \min\{\text{tr}P(k|k)\}$ ,其中, $P(k|k)$ 为任一融合滤波器的方差, $\hat{P}(k|k)$ 为最优融合滤波器的方差阵, $\text{tr}$ 表示矩阵的迹。

文献[5]给出了最优融合系数  $\bar{a}_j(k)$ ,计算式为

$$\bar{a}(k) = \frac{\Sigma^{-1}e}{e^T \Sigma^{-1}e} \quad (4)$$

式中: $\Sigma = (\text{tr}P_{ij})$ ,为  $l \times l$  的正定矩阵, $i,j=1,2,\dots,l$ ; $\bar{a}(k) = [\bar{a}_1(k), \dots, \bar{a}_s(k)]^T$ ;  $e = [1, \dots, 1]^T$ ,均为  $l$  维向量。相应的最优信息融合估计误差方差为

$$\hat{P}(k) = \sum_{i,j=1}^s \bar{a}_i(k) \bar{a}_j(k) \hat{P}_{ij}(k) \quad (5)$$

且有关系  $\text{tr}\hat{P}(k) \leq \text{tr}\hat{P}_{jj}(k)$ ,  $\hat{P}_{jj}(k)$  是局部估计  $\hat{x}_i(k|k)$  和  $\hat{x}_j(k|k)$  的相关误差,假设所有的传感器测量无

关,则有  $\hat{P}_{jj}(k) = 0$ 。

## 2 基于小波变换的多尺度估计

基于小波变换的多尺度分解估计算法是:首先对获得的测量信息进行离散小波变换,进而获得不同尺度上的分解信号分量,包括近似信号和细节信号。已有的多尺度估计算法重点针对近似信号进行滤波更新,而细节信号则多等价于噪声信号,直接进行剔除,然后通过离散小波逆变换进行信号的重构,获得信号的多尺度最优估计。

假设一个  $N$  维有限长度序列的随机向量数据块为

$$X(k_N) = [x^T(kM_N + 1)_N, x^T(kM_N + 2)_N, \dots, x^T(kM_N + M_N)_N]^T \quad (6)$$

式中, $M_N = 2^{N-1}$ 表示随机向量数据块长度。由尺度  $N$  向下一尺度  $(N-1)$  上进行小波分解

$$X_V(k_{N-1}) = L_{N-1}^T \text{diag}\{H_{N-1}, \dots, H_{N-1}\} L_N X(k_N) \quad (7)$$

$$X_D(k_{N-1}) = L_{N-1}^T \text{diag}\{G_{N-1}, \dots, G_{N-1}\} L_N X(k_N) \quad (8)$$

式中:下标  $V$  表示尺度  $(N-1)$  上的近似信号,下标  $D$  表示尺度  $(N-1)$  上的细节信号; $H_{N-1}$  和  $G_{N-1}$  是从尺度  $N$  分解到尺度  $(N-1)$  的尺度算子和小波算子。文献[2]给出了  $L_N$  和  $L_{N-1}$  的具体形式。而基于小波变换进行信号重构为

$$X(k_N) = L_N^T \text{diag}\{H_{N-1}^T, \dots, H_{N-1}^T\} L_{N-1} X_V(k_{N-1}) + L_N^T \text{diag}\{G_{N-1}^T, \dots, G_{N-1}^T\} L_{N-1} X_D(k_{N-1}) \quad (9)$$

实际工程中所获得的信号和数据块多具有多尺度特性,因此可基于小波变换进行多尺度变换分解,进而在多尺度域进行信号的分析 and 处理,提高算法的处理性能。由于上述分解可以递推进行,因此信号的多尺度分解可以实现多级尺度的分解和重构。 $X(k_N)$  由细尺度  $N$  向粗尺度  $i$  的多尺度分解如图1所示。

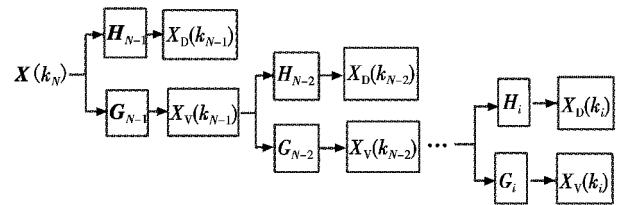


图1 多尺度分解示意图

Fig.1 Schematic diagram of multiscale decomposition  
公式表达为

$$\begin{bmatrix} X_V(k_i) \\ X_D(k_i) \\ \vdots \\ X_D(k_{N-1}) \end{bmatrix} = L_i^T \text{diag}\{T(k_i), \dots, T(k_i)\} L_N X(k_N) \quad (10)$$

其中,正交矩阵  $T(k_i) = \begin{bmatrix} \prod_{j=N-1}^i H_j \\ G_i \prod_{j=N-1}^i H_j \\ \vdots \\ G_{N-1} \end{bmatrix}$ 。式(10)的逆变换为

$$X^i(k_N) = L_N^T \text{diag}\{T^T(k_i), \dots, T^T(k_i)\} L_i \begin{bmatrix} X_V(k_i) \\ X_D(k_i) \\ \vdots \\ X_D(k_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中,上标  $i$  表示信号从尺度  $i$  到最细尺度  $N$  的重构。

$X(k_N)$  包含信号和白噪声,经过小波变换的多尺度分解后, $X(k_N)$  在各个尺度上的正交投影为近似信号  $X_V(k_i)$  和细节信号  $X_D(k_{N-1}), X_D(k_{N-2}), \dots, X_D(k_i)$ 。随着信号的多尺度分解,噪声也同样进行了多尺度分解。独立正态分布的白噪声对信号序列  $X(k_N)$  的作用是在整个时频域中。由于其非相关性,将  $X(k_N)$  在不同尺度上正交投影后,每个尺度上包含的白噪应该和原信号具有相同的统计特性,从而对  $X(k_N)$  的状态估计可以通过不同的尺度上的分解分量的状态估计实现,进而基于小波重构变换针对更新的状态分量进行重构,以获得对状态的多尺度最优估计。

由近似信号和细节信号组成的多尺度信号中既包含有用的信号分量,又包含噪声分量。已有的多分辨率滤波估计算法<sup>[5-6]</sup>的基本思想是只对近似信号  $X_V(k_i)$  进行滤波更新,而对细节信号的处理则多采用直接剔除或者直接保留。事实上,随着传感器性能的提高,细节信号也是完全由信号分量和噪声分量组成的。尤其是一些实际的干扰环境,无论近似信号或者细节信号均是由信号分量和噪声分量组成,所不同的只是这些信号的尺度特性不一样,随之而来的噪声的统计特性也不一样,因此可以看到细节信号的更新是实现精确估计的关键。下面给出细节信号更新能改善状态估计的证明,多次分解的情况可以由单次分解递推得到。

**定理** 假设含噪信号  $X(k_N)$  经过小波一次分解得到近似信号  $X_V(k_{N-1})$  和细节信号  $X_D(k_{N-1})$ ,分别针对近似信号  $X_V(k_{N-1})$  和细节信号  $X_D(k_{N-1})$  进行 Kalman 滤波更新,进而得到新的估计参量  $\hat{X}_V(k_{N-1})$  和  $\hat{X}_D(k_{N-1})$ ,基于更新的估计参量进行小波重构得到更新的状态  $\hat{X}(k_N)$ ,则  $\hat{X}(k_N)$  是最小方差意义下含噪信号  $X(k_N)$  的最优估计值。

证明 设

$$\begin{cases} TH_{N-1} = \text{diag}\{H_{N-1}^T, \dots, H_{N-1}^T\} \\ TG_{N-1} = \text{diag}\{G_{N-1}^T, \dots, G_{N-1}^T\} \end{cases} \quad (12)$$

小波重构式(9)可写成

$$X(k_N) = L_N^T TH_{N-1}^T L_{N-1} X_V(k_{N-1}) + L_N^T TG_{N-1}^T L_{N-1} X_D(k_{N-1}) \quad (13)$$

$$P(k_N) = E\{[\hat{X}(k_N) - X(k_N)][\hat{X}(k_N) - X(k_N)]^T\} = L_N^T TH_{N-1}^T L_{N-1} P_V(k_{N-1}) L_{N-1}^T TH_{N-1} L_N + L_N^T TG_{N-1}^T L_{N-1} P_D(k_{N-1}) L_{N-1}^T TG_{N-1} L_N \quad (14)$$

其中

$$P_V(k_{N-1}) = E\{[\hat{X}_V(k_{N-1}) - X_V(k_{N-1})][\hat{X}_V(k_{N-1}) - X_V(k_{N-1})]^T\} \quad (15)$$

$$P_D(k_{N-1}) = E\{[\hat{X}_D(k_{N-1}) - X_D(k_{N-1})][\hat{X}_D(k_{N-1}) - X_D(k_{N-1})]^T\} \quad (16)$$

由于 Kalman 滤波是以均方误差最小为准则的,  $P_V(k_{N-1})$  和  $P_D(k_{N-1})$  具有最小均方差。而  $P(k_N)$  可由  $P_V(k_{N-1})$  和  $P_D(k_{N-1})$  线性表达,故  $P(k_N)$  具有最小均方差。

由上面定理可知,细节更新后的估计值  $\hat{X}(k_N)$  是最小方差意义下最优的,优于细节未更新的重构估计值。

### 3 基于小波的多传感器标量加权融合

观测信号和状态信号在小波域分解后,在多尺度级别上进行滤波更新,滤波后的估计值在小波域进行标量加权融合,权系数利用误差方差阵的迹计算得到,多传感器融合值通过小波逆变换重构得到最细尺度上的融合估计,这样就建立了小波域的多传感器标量加权滤波算法,原理如图 2 所示。

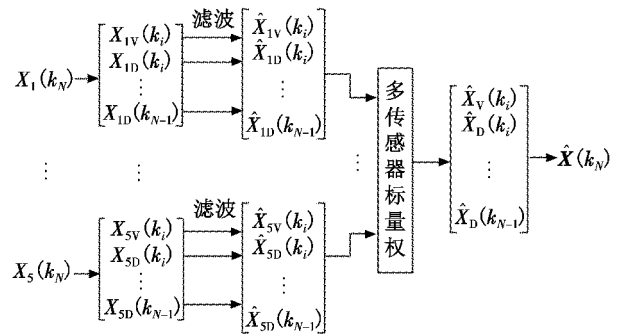


图 2 多传感器标量加权滤波框图

Fig. 2 Scalar weighted filtering for multiple sensors

#### 3.1 系统描述

状态方程为

$$X(k+1)_N = A_N X(k_N) + B_N W(k_N) \quad (17)$$

测量方程为

$$Z_j(k_N) = C_{jN}X_j(k_N) + V_j(k_N) \quad (18)$$

式中:  $W(k_N) \sim N(0, R_N)$ ;  $V_j(k_N) \sim N(0, R_{jN})$ ;  $N$  代表尺度,  $j=1, 2, \dots, s$  代表传感器,  $k$  代表测量数据块序号。状态向量  $X(k_N)$  初始状态值  $x(0)$  可以随机选取, 但要求均值和协方差满足  $E\{x(0)\} = x_0, E\{(x(0) - x_0)(x(0) - x_0)^T\} = P_0$  的约束条件。假设  $x(0), w(k_N), v_j(k_N)$  都独立无关。

### 3.2 算法主要步骤描述

算法主要步骤如下所述。

1) 确定小波基, 选择具有较好的时间分辨率的小波基, 如 Haar 小波。

2) 信号多尺度分解, 应用式(5)将细尺度上  $X_j(k_N)$  和  $Z_j(k_N)$  向粗尺度分解,  $X_j(k_N)$  分解为近似信号  $X_{jN}(k_i)$  和细节信号  $X_{jD}(k_{N-1}), X_{jD}(k_{N-2}), \dots, X_{jD}(k_i), j=1, 2, \dots, s$ 。

3) 滤波更新, 在不同的尺度上进行卡尔曼滤波获得  $\hat{X}_{jD}(k_{N-1}), \hat{X}_{jD}(k_{N-2}), \dots, \hat{X}_{jD}(k_i)$  和  $\hat{X}_{jN}(k_i), j=1, 2, \dots, s$ ; 需要特别注意的是细节信号, 考虑在强干扰条件下, 其信噪比可能比较小, 这将一定程度上影响卡尔曼滤波算法的稳定性, 进而可能导致滤波算法发散, 因此, 针对细节信号的滤波, 引入强跟踪滤波器<sup>[8]</sup>确保滤波算法的稳定性。

4) 计算标量权系数, 用式(15)和  $\hat{P}_{1D}(k_i), \dots, \hat{P}_{sD}(k_i)$ , 计算关于  $\hat{X}_{jD}(k_i)$  系数  $\bar{a}_D(k_i)$ 。

5) 标量加权融合, 用式(14)、式(16)融合得到  $\hat{X}_D(k_i), \hat{P}_D(k_i)$ 。

6) 重复4)~5)计算出  $\hat{X}_D(k_{i+1}), \dots, \hat{X}_D(k_{N-1})$  和  $\hat{X}_V(k_i)$ 。

7) 小波逆变换, 用式(6)重构得到最细尺度估计  $\hat{X}(k_N)$ 。

## 4 仿真

以两个传感器为例, 假设传感器测量无关。目标做常速运动, 起始状态  $x(0) = [0 \text{ m}, 1 \text{ m/s}]$ , 采样间隔  $T = 1 \text{ s}$ , 状态过程方差  $Q = 1$ , 测量误差方差  $R_1 = 9, R_2 = 16$ 。为便于对比, New 为本文提出的小波域标量加权法, Old 为文献[4]中时域标量加权法, Cen 为时域中集中式多传感器融合, 100 次 Monte-Carlo 仿真平均, 目标位移误差见表 1, 速度误差标准差对比见表 2。

表 1 位移误差标准差对比

Table 1 Error of target displacement

	传感器 1	传感器 2	融合值
Old	2.1736	2.7653	1.8486
New	1.9878	2.5543	1.5982
Cen			1.8123

表 2 速度误差标准差对比

Table 2 Error of velocity

	传感器 1	传感器 2	融合值
Old	1.3808	1.5085	1.3212
New	1.3676	1.5167	1.1197
Cen			1.2947

从表中的结果来看: 1) 验证了多传感器时域标量加权信息融合值, 改善了局部传感器的精度, 避免了矩阵加权和矩阵逆, 有一定工程应用价值; 2) 时域中, 标量加权优于矩阵加权(集中式); 3) 小波域的多传感器标量加权信息融合明显优于前面的两种方法, 避免了矩阵加权和矩阵奇异, 局部传感器和融合值在位移和速度上都提高了滤波精度, 而且优于集中式的精度。

## 5 结语

基于小波变换研究了小波域中多传感器信息融合, 在多尺度域对近似信号和细节信号分解进行滤波更新, 为确保滤波的稳定性, 针对细节信号引入强跟踪滤波器, 对更新的多尺度信号, 包括近似信号和细节信号分别进行标量加权融合, 然后通过小波逆变换进行信号重构, 以获得多尺度的最优估计。本文证明了细节信号更新的必要性, 构建了小波域的多传感器最优多尺度融合算法, 仿真结果验证了算法的有效性。

### 参考文献

- [1] CARLON N A. Federated square root filter for decentralized parallel processes[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, AES-26:517-525.
- [2] KIM K H. Development of track to track fusion algorithm[C]//Proceedings of the American Control Conference, Maryland, 1994:1037-1041.
- [3] 邓自立, 祁荣宾. 多传感器信息融合次优稳态 Kalman 滤波器[J]. 中国学术期刊文摘: 科技快报, 2000, 6(2):183-184.
- [4] 孙书利, 邓自立. 多传感器线性最小方差最优信息融合估计准则[J]. 科学技术工程, 2004, 4(5):334-337.
- [5] CHOU K C, GOLDEN S, WILLSKY A S. Modeling and estimation of multiscale stochastic processes[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1991:1709-1712.
- [6] HONG L. Multiresolutional distributed filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(4):853-856.
- [7] HONG L, CHEN L, CHUI C K. Filter-bank-based Kalman filtering technique for wavelet estimation and decomposition of random signals[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 25(2):237-241.
- [8] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展 Kalman 滤波器[J]. 自动化学报, 1991, 17(8):689-695.