

故障估计下子空间预测控制的仿射设计

王建宏

(景德镇陶瓷学院机电学院,江西 景德镇 333403)

摘要: 根据闭环系统的输入-输出观测数据,采用直接设计的方法估计故障,并设计预测控制器,而无需建立系统和故障的状态空间模型。对于故障的估计,利用闭环系统中输入-输出关系建立一个参数化的最小二乘问题。在施加故障的上下限约束条件下,采用快速梯度算法来估计故障。在故障估计的基础上,引入子空间预测控制的思想,考虑控制输入为仿射形式下的控制器设计。借助分离性原理,采用相互迭代的最速下降法求解仿射形式中的仿射项和增益项。最后以直升机悬停状态为例,验证方法的有效性。

关键词: 故障估计; 子空间预测控制; 仿射控制器; 迭代算法

中图分类号: V271.4; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2013)12-0031-06

Affine Design of Subspace Predictive Control Under Fault Estimation

WANG Jianhong

(School of Mechanical and Electronic Engineering, Jingdezhen Ceramic Institute, Jingdezhen 333403, China)

Abstract: A new direct design method was used based on closed loop input-output measured data for fault estimation, and controllers were designed without setting up a state space model for the fault and system. An input-output relationship of the closed loop system was used to parameterize a least square problem for fault estimation. When imposing the lower and upper bounds constrain conditions on the faults, the fast gradient method was applied to solve it. On basis of the fault estimations, a concept of the subspace predictive control was introduced to consider how to design the controller when the control inputs have the affine forms. The mutually iterative steepest descent method was used to obtain some affine terms and gain terms, according to the separable principle. Finally the effectiveness of the method was demonstrated by an example of helicopter in hovering state.

Key words: fault estimation; subspace predictive control; affine controller; iterative algorithm

0 引言

基于模型的故障估计和预测控制日益出现在工业过程和航空航天领域的研究范畴之中,控制的首要任务是推导出关于故障和系统对应的精确数学模型^[1]。但是当对应的数学模型较复杂时,需要花费大量的人力来建模。为了克服故障估计和预测控制中需要对系统进行建模的繁琐过程,可采用子空间辨识思想来简化建模过程^[2],即故障和预测控制器可直接从观测到

的输入-输出数据对中获取。

子空间预测控制是一种无模型预测控制方法^[3],文献[4]指出,子空间预测控制是一种新颖的联合系统辨识和控制设计的控制方法,它避免了建立系统模型的复杂过程;文献[5]将子空间预测控制应用于主动噪声振动中闭环系统的反馈控制器设计,用以补偿颤振带来的扰动偏差。

本文在文献[5]的基础上展开深入研究,在通常的随机状态空间模型中,分别对状态方程和观测方程增加故障项。对于故障的估计,用过去和现在的输入-输出观测数据对表示将来时刻的输出数据,从而建立故障到残差间的线性传递函数式,基于此式,通过求解一个对故障有上下界约束的优化问题,得到故障估计值^[6]。当故障被估计出来后,将来时刻的输出观测数据仅为控制

收稿日期:2013-01-08

修回日期:2013-03-07

基金项目:江西省科技厅青年科学基金(20122BAB211012);江西省教育厅科学基金(GJJ13638)

作者简介:王建宏(1980—),男,江西吉安人,博士,副教授,研究方向为系统辨识和凸优化。

器的线性函数形式,以此代入预测控制的代价函数中。在所得到的二次代价函数中施加关于控制变量的仿射约束条件,通过求解得到仿射形式中的仿射项和增益项。

1 问题描述

考虑如下随机离散时间状态空间模型^[7]为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ef(k) + Fw(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + Gf(k) + v(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x(k) \in \mathbf{R}^n$, $y(k) \in \mathbf{R}^l$, $u(k) \in \mathbf{R}^m$, $f(k) \in \mathbf{R}^{n_f}$ 各自表示状态变量、输出量、控制量和故障,故障 $f(k)$ 为确定性的未知量,用于确定将来时刻输出观测量;矩阵 A, B, C, D, E, F, G 为恰当维数的实有界矩阵;扰动信号分别用过程噪声 $w(k) \in \mathbf{R}^{n_w}$ 和观测噪声 $v(k) \in \mathbf{R}^l$ 表示,并假设 $w(k)$ 和 $v(k)$ 均为白色零均值高斯噪声。式(1)通常改写成新息形式

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ef(k) + Ke(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + Gf(k) + e(k) \end{cases} \quad (2)$$

其中,新息 $e(k)$ 定义为

$$e(k) = y(k) - Cx(k) - Du(k) - Gf(k) \quad (3)$$

式中: K 为卡尔曼增益矩阵;新息 $e(k)$ 为由过程噪声 $w(k)$ 和观测噪声 $v(k)$ 确定的白高斯信号。在卡尔曼滤波理论^[8]中, $u(k)$ 和 $y(k)$ 可看作是两确定量。将新息 $e(k)$ 代入到新息形式的状态空间模型中得到闭环输入-输出式为

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = (A - KC)\hat{x}(k) + (B - KD)u(k) + \\ \quad (E - KG)f(k) + Ky(k) \\ y(k) = C\hat{x}(k) + Du(k) + Gf(k) + e(k) \end{cases} \quad (4)$$

上式中的 $u(k)$ 和 $f(k)$ 同样可看作是外部确定输入,且 $f(k)$ 可表示为式(4)中输出方程的给定故障,从而形成故障估计问题。当给定期望输出轨迹时,用期望输出轨迹来衡量式(4)中将来时刻的输出观测,从而形成预测控制器设计问题。设状态、输入和故障输入矩阵分别为 $\phi = A - KC$, $\tilde{B} = B - KD$, $\tilde{E} = E - KG$ 。

因在观测状态方程中, $u(k)$ 和 $y(k)$ 为输入,且把过去的输入-输出观测都认为是输入,故可定义闭环系统式(4)中的联合输入-输出观测为一个新矢量: $z(k) = [u^T(k) \quad y^T(k)]^T$; 新矢量 $z(k)$ 对应的输入和直接反馈分别记为: $B_z = [\tilde{B} \quad K]$, $D_z = [D \quad 0]$ 。

2 子空间形式中的故障估计

在长度为 L 的采样滑动窗中考虑输出方程,定义在此滑动窗中的数据矢量 $e_{k,L}$, $f_{k,L}$, $z_{k,L}$ 分别为

$$\begin{aligned} z_{k,L} &= [z^T(k-L+1) \quad \cdots \quad z^T(k)]^T \\ e_{k,L} &= [e^T(k-L+1) \quad \cdots \quad e^T(k)]^T \\ f_{k,L} &= [f^T(k-L+1) \quad \cdots \quad f^T(k)]^T \end{aligned} \quad (5)$$

根据子空间辨识思想^[9], O^L 表示闭环系统式(4)中带有 L 个块元素的扩展观测矩阵; τ_z^L 和 τ_f^L 均为带有 L 个块行和列下三角 Toeplitz 矩阵,即

$$\begin{cases} O^L = \begin{bmatrix} C \\ C\phi \\ \vdots \\ C\phi^{L-1} \end{bmatrix}, \tau_z^L = \begin{bmatrix} D_z & 0 & \cdots & 0 \\ CB_z & D_z & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\phi^{L-2}B_z & C\phi^{L-3}B_z & \cdots & D_z \end{bmatrix} \\ \tau_f^L = \begin{bmatrix} G & 0 & \cdots & 0 \\ C\tilde{E} & G & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\phi^{L-2}\tilde{E} & C\phi^{L-3}\tilde{E} & \cdots & G \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6)$$

对闭环系统式(4)连续不断地代入可得

$$\begin{aligned} y_{k,L} = \begin{bmatrix} y(k-L+1) \\ y(k-L+2) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C \\ C\phi \\ \vdots \\ C\phi^{L-1} \end{bmatrix} \hat{x}(k-L+1) + \\ & \begin{bmatrix} D_z & 0 & \cdots & 0 \\ CB_z & D_z & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\phi^{L-2}B_z & C\phi^{L-3}B_z & \cdots & D_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(k-L+1) \\ z(k-L+2) \\ \vdots \\ z(k) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} G & 0 & \cdots & 0 \\ C\tilde{E} & G & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C\phi^{L-2}\tilde{E} & C\phi^{L-3}\tilde{E} & \cdots & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k-L+1) \\ e(k-L+2) \\ \vdots \\ e(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)可简写为

$$y_{k,L} = O^L \hat{x}(k-L+1) + \tau_z^L z_{k,L} + \tau_f^L f_{k,L} + e_{k,L} \quad (8)$$

式(8)中的首项表示利用过去的输入-输出观测数据和故障信号来代替未知的乘积项 $O^L \hat{x}(k-L+1)$, 而乘积项与故障间的关系式可利用式(9)。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C \\ C\phi \\ \vdots \\ C\phi^{L-1} \end{bmatrix} \hat{x}(k-L+1) &= \begin{bmatrix} C\phi^p \\ C\phi^{p+1} \\ \vdots \\ C\phi^{p+L-1} \end{bmatrix} \hat{x}(k-p-L+1) + \\ & \begin{bmatrix} C\phi^{p-1}B_z & \cdots & CB_z \\ C\phi^p B_z & \cdots & C\phi B_z \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C\phi^{p+L-2}B_z & \cdots & C\phi^{L-1}B_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(k-L-p+1) \\ z(k-L-p+2) \\ \vdots \\ z(k-L) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} C\phi^{p-1}\tilde{E} & \cdots & C\tilde{E} \\ C\phi^p\tilde{E} & \cdots & C\phi\tilde{E} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C\phi^{p+L-2}\tilde{E} & \cdots & C\phi^{L-1}\tilde{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(k-L-p+1) \\ f(k-L-p+2) \\ \vdots \\ f(k-L) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

设式(9)中的两矩阵式分别表示为

$$\left\{ \begin{aligned} H_z^{L,p} &= \begin{bmatrix} C\phi^{p-1}B_z & \cdots & CB_z \\ C\phi^p B_z & \cdots & C\phi B_z \\ \vdots & & \vdots \\ C\phi^{p+L-2}B_z & \cdots & C\phi^{L-1}B_z \end{bmatrix} \\ H_f^{L,p} &= \begin{bmatrix} C\phi^{p-1}\tilde{E} & \cdots & C\tilde{E} \\ C\phi^p \tilde{E} & \cdots & C\phi\tilde{E} \\ \vdots & & \vdots \\ C\phi^{p+L-2}\tilde{E} & \cdots & C\phi^{L-1}\tilde{E} \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)中可得:

$$O^L \hat{x}(k-L+1) = O^L \phi^p \hat{x}(k-p-L+1) + H_z^{L,p} z_{k-L,p} + H_f^{L,p} f_{k-L,p} \quad (11)$$

式中: p 表示过去的辨识时域水平; 两块 Hankel 矩阵 $H_z^{L,p}$ 和 $H_f^{L,p}$ 都包含有 L 个块行和 p 个块列。将式(11)代入式(8)中可得

$$y_{k,L} = O^L \phi^p \hat{x}(k-p-L+1) + H_z^{L,p} z_{k-L,p} + H_f^{L,p} f_{k-L,p} + \tau_z^L z_{k,L} + \tau_f^L f_{k,L} + e_{k,L} \quad (12)$$

利用所定义的关系式 $z_{k-L,p} = [z^T(k-L-p+1) \cdots z^T(k-L)]^T, z_{k,L} = [z^T(k-L+1) \cdots z^T(k)]^T$ 。

两矢量可合并为

$$z_{k,L+p} = [z_{k-L,p}^T \quad z_{k,L}^T]^T \quad (13)$$

类似有两矢量 $f_{k-L,p}$ 和 $f_{k,L}$ 也可合并为

$$f_{k,L+p} = [f_{k-L,p}^T \quad f_{k,L}^T]^T \quad (14)$$

将式(13)和式(14)代入到式(12)中可得

$$y_{k,L} = O^L \phi^p \hat{x}(k-p-L+1) + [H_z^{L,p} \quad \tau_z^L] z_{k,L+p} + [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} + e_{k,L} \quad (15)$$

使用文献[9]中关于原闭环系统(4)的假设条件: $\phi = A - KC$ 是稳定的, 并且该闭环系统是最小实现的。由此表明, 通过选择充分大的过去辨识时域 p 以使得 $\|\phi^p\| \ll 1$, 即有 $\|\phi^p\| \approx 0$ 。从而式(15)的首项未知项 $O^L \phi^p \hat{x}(k-p-L+1)$ 可忽略, 只剩下近似式

$$y_{k,L} \approx [H_z^{L,p} \quad \tau_z^L] z_{k,L+p} + [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} + e_{k,L} \quad (16)$$

定义残差矢量为

$$r_{k,L} = [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} + e_{k,L} \quad (17)$$

式(17)定义了故障 $f_{k,L+p}$ 到残差矢量 $r_{k,L}$ 间的传递关系式, 对于故障 $f_{k,L+p}$ 的估计可构成一个关于故障 $f_{k,L+p}$ 的待定最小二乘优化问题

$$\min_{f_{k,L+p}} \| r_{k,L} - [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} \|^2_{Q_1} = (r_{k,L} - [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p})^T Q_1 (r_{k,L} - [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p}) \quad (18)$$

式中, 矩阵 Q_1 为对称正定矩阵。因式(18)不存在故障 $f_{k,L+p}$ 的任何约束条件, 故很容易求得

$$f_{k,L+p} = ([H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L])^{-1} \times [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] Q_1 r_{k,L} \quad (19)$$

实际中要求故障不能超过某一上限, 因此可增加故障 $f_{k,L+p}$ 的上下限约束^[10], 形成约束优化问题

$$\min_{f_{k,L+p}} J_1(f_{k,L+p}) = (r_{k,L} - [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p})^T Q_1 (r_{k,L} - [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p}) \quad (20)$$

s. t. $m \leq f_{k,L+p} \leq M$

上下限 M 和 m 分别表示两 $L+p$ 维的列矢量, 其中的各个元素即为故障分量的上下限。将约束优化式(20)的目标函数展开, 有

$$J_1(f_{k,L+p}) = r_{k,L}^T r_{k,L} - r_{k,L}^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} - f_{k,L+p}^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 r_{k,L} + f_{k,L+p}^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} \quad (21)$$

因展开式(21)中的第 1 项不含有优化变量 $f_{k,L+p}$, 从而原优化问题式(20)可改写为

$$\min_{f_{k,L+p}} J_2(f_{k,L+p}) = f_{k,L+p}^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} - 2f_{k,L+p}^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 r_{k,L} \quad (22)$$

s. t. $m \leq f_{k,L+p} \leq M$

由上下限构成的可行区域为一箱形, 观察式(22)的优化问题可见, 求解的是一个关于故障 $f_{k,L+p}$ 的线性二次函数在一个箱形约束可行区域上的最小值约束问题。对此类优化约束问题可采用快速梯度算法求解其最优值^[11]。该算法每次迭代过程有如下两个步骤。

1) 从当前点 $f_{k,L+p}$ 处开始沿着最速下降方向进行搜索, 即搜索方向为 $-g$, 其中

$$g = [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} - 2[H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 r_{k,L} \quad (23)$$

当搜索遇到可行箱形的边界时, 搜索方向将“弯曲”以保持其停留在可行箱形之中。沿着所得到的分段线性路径进行搜索, 将会最终停留在目标函数的第 1 个局部最小点(柯西点)处^[12], 可记为 $f_{k,L+p}^c$ 。

2) 在每个快速梯度迭代步骤处, 求解一局限于柯西点位于可行箱形表面上的一个子优化问题。

将最速下降方向投影到可行箱形上, 沿着此投影方向上进行搜索直至到目标函数的第 1 个局部最小点处。定义任何一点 $f_{k,L+p}$ 在可行箱形上投影的第 i 个元素为

$$P(f_{k,L+p}, m, M)_i = \begin{cases} m_i, & \text{if } f_{k,L+p,i} < m_i \\ f_{k,L+p,i}, & \text{if } f_{k,L+p,i} \in [m_i, M_i] \\ M_i, & \text{if } f_{k,L+p,i} > M_i \end{cases} \quad (24)$$

分段线性路径 $f_{k,L+p}(t)$ 起源于参考点 $f_{k,L+p}$, 通过将最速下降方向投影到可行箱形上而获得, 即表示为投影关系式

$$f_{k,L+p}(t) = P(f_{k,L+p} - tg, m, M) \quad (25)$$

此时,故障 $f_{k,L+p}(t)$ 的解为一个分段线性解图的形式,检查每一段构成 $J_2(f_{k,L+p}(t))$, $t \geq 0$ 的线段,为了运行快速梯度算法,需要确定节点或转弯点的时刻 t 。这些时刻值 \bar{t}_i 可表示为

$$\bar{t}_i = \begin{cases} (f_{k,L+p,i} - M_i)/g_i, & \text{if } g_i < 0 \text{ and } M_i < +\infty \\ (f_{k,L+p,i} - m_i)/g_i, & \text{if } g_i > 0 \text{ and } m_i > +\infty \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (26)$$

对任何时刻 t , $f_{k,L+p}(t)$ 的元素为

$$f_{k,L+p,i}(t) = \begin{cases} f_{k,L+p,i} - tg_i, & \text{if } t \leq \bar{t} \\ f_{k,L+p,i} - \bar{t}_i g_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (27)$$

沿着 $P(f_{k,L+p} - tg, m, M)$ 搜索第 1 个局部最小点,则需要从集合 $\{\bar{t}_1, \bar{t}_2, \dots, \bar{t}_n\}$ 中除去相同的值和零值,以得到一个降维集合 $\{t_1, t_2, \dots, t_l\}$, $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_l$, 以递增的顺序排列^[13]。依次检查多个区间有 $[0, t_1]$, $[t_1, t_2] \dots$ 。假设已经检查到了 t_{j-1} 时刻,还未寻找到局部最小点,则在区间 $[t_{j-1}, t_j]$ 处选取。

$$f_{k,L+p}(t) = f_{k,L+p}(t_{j-1}) + (\Delta t) \eta^{j-1} \quad (28)$$

其中有

$$\Delta t = t - t_{j-1} \in [0, t_j - t_{j-1}]$$

$$\eta^{j-1} = \begin{cases} -g_i, & \text{if } t_{j-1} < \bar{t}_i \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

将原目标二次代价函数 $J_2(f_{k,L+p})$ 在线段 $[f_{k,L+p}(t_{j-1}), f_{k,L+p}(t_j)]$ 处改写为

$$J_2(f_{k,L+p}(t)) = -r_{k,L}^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] (f_{k,L+p}(t_{j-1})) + (\Delta t) \eta^{j-1} + \frac{1}{2} (f_{k,L+p}(t_{j-1}) + (\Delta t) \eta^{j-1})^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 \times [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] (f_{k,L+p}(t_{j-1}) + (\Delta t) \eta^{j-1}) \quad (30)$$

展开并根据 1, Δt 和 $(\Delta t)^2$ 进行重新组合可得

$$J_2(f_{k,L+p}(t)) = a_{j-1} + a'_{j-1} \Delta t + \frac{1}{2} a''_{j-1} (\Delta t)^2 \quad (31)$$

其中,各个系数可定义为

$$\begin{cases} a_{j-1} = -r_{k,L}^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p}(t_{j-1}) + f_{k,L+p}^T(t_{j-1}) [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p}(t_{j-1}) \\ a'_{j-1} = -r_{k,L}^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] \eta^{j-1} + f_{k,L+p}^T(t_{j-1}) [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] \eta^{j-1} \\ a''_{j-1} = (\eta^{j-1})^T [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L]^T Q_1 [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] \eta^{j-1} \end{cases} \quad (32)$$

该式关于 Δt 取偏导,并令其等于零,可得: $\Delta t^* = -\frac{a'_{j-1}}{a''_{j-1}}$,

从而会出现 3 种情况:

1) 当 $a'_{j-1} > 0$ 时,在 $t = t_{j-1}$ 处存在一个局部最小点;

2) 当 $\Delta t^* \in [0, t_j - t_{j-1}]$ 时,则在 $t = t_{j-1} + \Delta t^*$ 处

存在一个最小点;

3) 在其他情况下,继续在下一个区间 $[t_j, t_{j+1}]$ 上重复进行搜索。

在整个搜索过程中,依次会在每个区间中得到一个局部最小值。最后,在这有限个局部最小值中选择那个最小值即为原优化问题的全局最小值。

3 子空间预测控制的仿射设计

在故障 $f_{k,L+p}$ 被估计出来后,将来时刻的输出观测数据序列可近似表示为式(16)。对应的将来时刻输出观测数据序列的预测值为

$$\hat{y}_{k,L} = [H_z^{L,p} \quad \tau_z^L] z_{k,L+p} + [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} \quad (33)$$

将来时刻控制器输入的求解应回归到一个优化问题的最优解^[14]。假设期望的输出轨迹序列 γ 为

$$\gamma_{k,L} = [\gamma_{k-L+1}^T \quad \dots \quad \gamma_k^T]^T \quad (34)$$

定义如下预测控制中的二次代价性能准则函数为

$$J_3(u_{k,L}) = (\hat{y}_{k,L} - \gamma_{k,L})^T Q_2 (\hat{y}_{k,L} - \gamma_{k,L}) + u_{k,L}^T R u_{k,L} \quad (35)$$

其中,两矩阵 Q_2 和 R 可选择为对称正定加权矩阵,式(35)中增加了一项关于将来时刻控制输入的规范项。其中的决策变量选择为: $u_{k,L} = [u^T(k-L+1) \quad \dots \quad u^T(k)]^T$ 。

但式(35)所示的准则函数中仅有第二项正规项为将来时刻控制输入的显式函数,第一项的二次形式中隐性地包含 $u_{k,L}$ 的存在。将第一项展开整理成 $u_{k,L}$ 的显式形式。注意到 $\hat{y}_{k,L} = H_z^{L,p} z_{k-L,p} + [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} + \tau_z^L z_{k,L}$ 。其中, $z_{k-L,p}$ 包含有过去的输入-输出观测数据序列,而 $z_{k,L}$ 中包含有将来时刻的控制输入 $u_{k,L}$,将预测输出值改写为

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k-L+1) \\ \hat{y}(k-L+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k) \end{bmatrix} = H_z^{L,p} z_{k-L,p} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ K & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C\phi^{L-2}K & C\phi^{L-3}K & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}(k-L+1) \\ \hat{y}(k-L+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ C\tilde{B} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C\phi^{L-2}\tilde{B} & C\phi^{L-3}\tilde{B} & \dots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-L+1) \\ u(k-L+2) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix} + [H_f^{L,p} \quad \tau_f^L] f_{k,L+p} \quad (36)$$

移项整理可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ K & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -C\phi^{L-2}K & -C\phi^{L-3}K & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}(k-L+1) \\ \hat{y}(k-L+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k) \end{bmatrix} =$$

$$\mathbf{H}_z^{L,p} \mathbf{z}_{k-L,p} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\phi^{L-2}\tilde{\mathbf{B}} & \mathbf{C}\phi^{L-3}\mathbf{K} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k-L+1) \\ \mathbf{u}(k-L+2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} + [\mathbf{H}_f^{L,p} \quad \boldsymbol{\tau}_f^L] \mathbf{f}_{k,L+p} \quad (37)$$

从而可求得将来时刻的输出观测预测序列关于将来时刻的控制输入 $\mathbf{u}_{k,L}$ 的关系式为

$$\hat{\mathbf{y}}_{k,L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{K} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{C}\phi^{L-2}\mathbf{K} & -\mathbf{C}\phi^{L-3}\mathbf{K} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\begin{bmatrix} \mathbf{H}_z^{L,p} \mathbf{z}_{k-L,p} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\phi^{L-2}\tilde{\mathbf{B}} & \mathbf{C}\phi^{L-3}\mathbf{K} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{k,L} + [\mathbf{H}_f^{L,p} \quad \boldsymbol{\tau}_f^L] \mathbf{f}_{k,L+p} \right) \quad (38)$$

引入 3 个矩阵来简记上式为

$$\hat{\mathbf{y}}_{k,L} = \mathbf{A}_1 \mathbf{z}_{k-L,p} + \mathbf{A}_2 \mathbf{u}_{k,L} + \mathbf{A}_3 \mathbf{f}_{k,L+p} \quad (39)$$

式中, 三矩阵 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$ 的构造为 $\mathbf{z}_{k-L,p}, \mathbf{u}_{k,L}, \mathbf{f}_{k,L+p}$ 前各自的矩阵乘积。将式(39)代入预测控制二次目标函数中。

$$\min_{\mathbf{u}_{k,L}} J_4(\mathbf{u}_{k,L}) = \mathbf{u}_{k,L}^T (\mathbf{A}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{R}) \mathbf{u}_{k,L} + 2(\mathbf{z}_{k-L,p}^T \mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{f}_{k,L+p}^T \mathbf{A}_3 \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 - \boldsymbol{\gamma}_{k,L}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2) \mathbf{u}_{k,L} \quad (40)$$

考虑如下关于控制输入 $\mathbf{u}_{k,L}$ 的仿射形式为

$$\mathbf{u}_{k,L} = \mathbf{u}_{0,k,L} + \boldsymbol{\theta}_{k,L} \hat{\mathbf{y}}_{k,L} \quad (41)$$

对于式(41)的仿射形式, $\mathbf{u}_{0,k,L}$ 为仿射项, $\boldsymbol{\theta}_{k,L}$ 为增益矩阵项。其各自的具体展开式分别为

$$\mathbf{u}_{0,k,L} = \begin{bmatrix} u_0(k-L+1) \\ u_0(k-L+2) \\ \vdots \\ u_0(k) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta}_{k,L} = \begin{bmatrix} \theta_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ \theta_{2,1} & \theta_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{k,1} & \theta_{k,2} & \cdots & \theta_{k,k} \end{bmatrix}.$$

从矩阵 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}$ 的结构可看出, 仿射形式为一个因果反馈控制器。在此仿射形式中, 需要求解仿射项和增益项。在控制输入 $\mathbf{u}_{k,L}$ 具有仿射形式式(41)情况下, 通过求解式(40)来得到两未知控制变量 $\mathbf{u}_{0,k,L}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}$ 。将式(39)代入到式(41)中可得

$$\mathbf{u}_{k,L} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\theta}_{k,L} \mathbf{A}_2)^{-1} \mathbf{u}_{0,k,L} + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\theta}_{k,L} \mathbf{A}_2)^{-1} \boldsymbol{\theta}_{k,L} \times (\mathbf{A}_1 \mathbf{z}_{k-L,p} + \mathbf{A}_3 \mathbf{f}_{k,L+p}) \quad (42)$$

将式(42)代入式(40)可得关于 $\mathbf{u}_{0,k,L}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}$ 优化问题

$$\min_{\mathbf{u}_{0,k,L}, \boldsymbol{\theta}_{k,L}} J_5(\mathbf{u}_{0,k,L}, \boldsymbol{\theta}_{k,L}) \quad (43)$$

对于无优化问题式(43)的求解, 采用文献[15]提出来的相互迭代方法。该相互迭代方法可保证得到优

化问题式(43)的全局最小值, 其证明过程见文献[15]中的定理 1。在计算过程中, 需要求解出式(43)目标函数的一阶偏导。经过繁琐的计算可得

$$\frac{\partial J_5(\mathbf{u}_{0,k,L}, \boldsymbol{\theta}_{k,L})}{\partial \mathbf{u}_{0,k,L}} = 2(\mathbf{A}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{R}) \mathbf{u}_{k,L} \frac{\partial \mathbf{u}_{k,L}}{\partial \mathbf{u}_{0,k,L}} + 2(\mathbf{z}_{k-L,p}^T \mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{f}_{k,L+p}^T \mathbf{A}_3 \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 - \boldsymbol{\gamma}_{k,L}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2) \frac{\partial \mathbf{u}_{k,L}}{\partial \mathbf{u}_{0,k,L}} \quad (44)$$

$$\frac{\partial J_5(\mathbf{u}_{0,k,L}, \boldsymbol{\theta}_{k,L})}{\partial \boldsymbol{\theta}_{k,L}} = 2(\mathbf{A}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{R}) \mathbf{u}_{k,L} \frac{\partial \mathbf{u}_{k,L}}{\partial \boldsymbol{\theta}_{k,L}} + 2(\mathbf{z}_{k-L,p}^T \mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{f}_{k,L+p}^T \mathbf{A}_3 \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2 - \boldsymbol{\gamma}_{k,L}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_2) \frac{\partial \mathbf{u}_{k,L}}{\partial \boldsymbol{\theta}_{k,L}} \quad (45)$$

式中, $\frac{\partial \mathbf{u}_{k,L}}{\partial \mathbf{u}_{0,k,L}} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\theta}_{k,L} \mathbf{A}_2)^{-1}$; $\frac{\partial \mathbf{u}_{k,L}}{\partial \boldsymbol{\theta}_{k,L}} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\theta}_{k,L} \mathbf{A}_2)^{-T} \cdot (\mathbf{A}_2 \mathbf{u}_{0,k,L} - \mathbf{I})(\mathbf{I} - \boldsymbol{\theta}_{k,L} \mathbf{A}_2)^{-1}$ 。

由第 3 个等式可看出, 该式不再含有仿射项。将此式代入式(44), 根据最优性的一阶必要条件, 可令其等于零。展开后可得到一个关于仿射项 $\mathbf{u}_{0,k,L}$ 的一次未知方程。利用 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}$ 的表达式来表示 $\mathbf{u}_{0,k,L}$ 。而对于 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}$, 可利用最为简单的最速下降法来迭代地求解, 如第 $t+1$ 次的迭代值为

$$\boldsymbol{\theta}_{k,L}^{t+1} = \boldsymbol{\theta}_{k,L}^t - \lambda_t \frac{\partial J_5(\mathbf{u}_{0,k,L}^t, \boldsymbol{\theta}_{k,L}^t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_{k,L}^t} \quad (46)$$

式中, λ_t 表示 $t+1$ 次迭代步长, 通常可取为 0.2。上式中利用了第 t 次迭代值 $\mathbf{u}_{0,k,L}^t$, 整个相互迭代的优化算法过程现总结如下:

- 1) 给定初始值 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}^0$, 小数 $\varepsilon \geq 0, \lambda_0 > 0$;
- 2) 将初始值 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}^0$ 代入到式(44)所在的等式中, 求解出仿真项的初始值 $\mathbf{u}_{0,k,L}^0$;
- 3) 将给定的初始值 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}^0$ 和由步骤 2) 得到的初始值 $\mathbf{u}_{0,k,L}^0$ 代入到式(46)的迭代式中得到 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}^1$;
- 4) 将步骤 3) 中的 $\boldsymbol{\theta}_{k,L}^1$ 又代入到式(44)所在的等式中, 求解出仿真项的迭代值 $\mathbf{u}_{0,k,L}^1$;
- 5) 重复以上的迭代过程, 令 $\lambda_{t+1} = \frac{1}{2} \lambda_t$;
- 6) 若绝对误差 $\|\mathbf{u}_{0,k,L}^{t+1} - \mathbf{u}_{0,k,L}^t\| + \|\boldsymbol{\theta}_{k,L}^{t+1} - \boldsymbol{\theta}_{k,L}^t\| \leq \varepsilon$, 则算法结束, 否则继续循环迭代。

4 仿真算例

以无人直升机在空中的悬停状态为例, 运用文中方法进行故障估计和预测控制器的设计。仿真时无人直升机的系统模型取为三输入三输出五状态系统^[16]。系统输入依次取为: 喷射角度 u_1 ($^\circ$), 前进加速度 u_2 (m/s^2), 上升角度 u_3 ($^\circ$)。系统的输出依次为: 相对高度 y_1 (m), 前进速度 y_2 (m/s), 倾斜角度 y_3 ($^\circ$)。其对应的状态空间(1)为

$$A = \begin{bmatrix} -0.0286 & 0.0205 & 7.97 & -32.0 & -0.0637 \\ 0.00463 & -0.261 & 0.2025 & -3.28 & -0.0257 \\ 0.0473 & 0.0016 & -0.75 & 0 & 0.0118 \\ 0 & 0 & 0.999 & 0 & 0 \\ 0.0779 & 0.00593 & -1.03 & 0.164 & -2.31 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.435 & 0.0573 & -0.114 \\ -4.27 & 0.0576 & -0.025 \\ 0.0072 & -0.101 & -0.09 \\ -0.158 & 0.136 & 0.491 \\ -0.0438 & -0.06 & 0.647 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 57.3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 57.3 \end{bmatrix}; D=0; F=I_5.$$

过程噪声 $w(k)$ 和观测噪声 $v(k)$ 分别为零均值白噪声,且其各自的方差矩阵为 $C_w = 10^{-4}I_5$ 和 $C_v = 10^{-2} \cdot I_3$ 。选取初始稳定输出反馈控制器为

$$u(k) = - \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & -0.1 & -0.1 \\ -0.2 & -0.2 & -0.2 \end{bmatrix} y(k) \quad (47)$$

预测和控制时域水平分别取为: $p=L=100$ 。对于加性截断器故障,常设 $E=B, G=D=0$ 。首先从开环系统中采集 3000 对输入输出观测数据,对于式(22)所示的故障估计问题,取加权矩阵 $Q_1=0.1I$,故障的上下限约束分别为 $m=0, M=1$ 。根据箱形约束下故障估计的快速梯度法,可得

$$f(k) = \begin{cases} [0 \ 0]^T, & k \leq 500 \\ [0 \ 0.3]^T, & 500 < k \leq 1000 \end{cases} \quad (48)$$

在状态空间估计下, $\hat{f}_1(k)$ 与 $\hat{f}_2(k)$ 的关系如图 1 所示,图 1 中的椭圆表示在 3 种不同置信水平下的二维高斯分布,三角形和五角形为部分故障估计,它们都分别围绕在(0 0)和(0 0.3)处,从而使得该两点为故障估计过程中的两个聚点,此两聚点即为本例中的故障估计值。

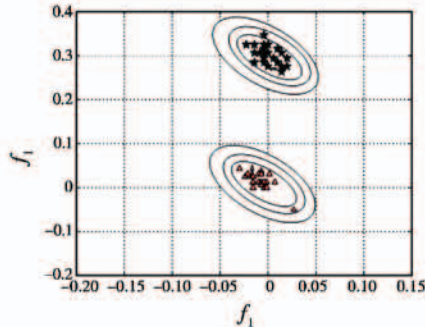


图1 二维故障估计

Fig.1 Two-dimensional fault estimation

再次选取 1000 个输入-输出采样数据用于闭环

试验的控制器设计中。采样周期取为 0.2 s,初始控制器为式(47),参考信号 γ 取为零均值的白噪声,其对应的方差为 $4 \times 10^{-4}I$ 。过去和将来的水平取为 $p=60$,从而有 $\|\phi^p\|_2 \approx 0, Q_2=R=0.01I$ 。对于子空间预测控制器的优化设计式(43),采用最速下降法来求解最优控制器。对于闭环系统的性能验证,选择系统初始状态为 $x_0=10I$,对应得到反馈闭环系统的输出响应。将由上述过程得到的闭环反馈输出响应与传统的 LQG 最优控制进行对比,图 2 是利用 Matlab6.5 仿真出来的两控制策略对应的输出曲线。

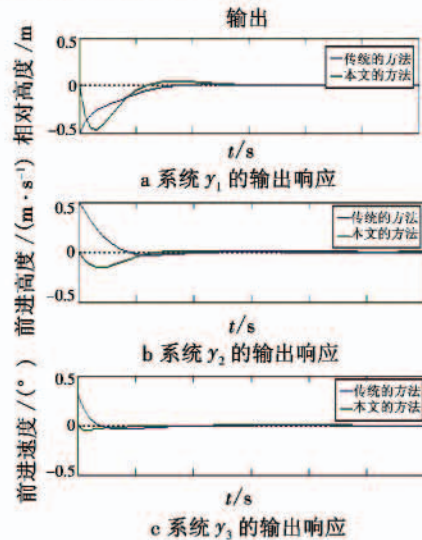


图2 闭环系统的输出响应曲线

Fig.2 Output response of the closed-loop system

由图 2 可知:3 个系统的输出响应能更快地接近于零值,表明本文设计的控制器能满足无人直升机最终处于悬停状态时输出位置,并在性能和时间上优于 LQG。

5 结语

在子空间辨识体系下,将故障估计转化为一个约束优化问题,采用快速梯度算法进行求解故障。当控制输入为关于输出的仿射形式时,通过求解一个无约束优化问题得到仿射形式中的仿射项和增益项。

参考文献

[1] LJUNG L. System identification; Theory for the user[M]. Prentice Hall, 1999.
 [2] CHIUSO A. The role of vector autoregressive modeling in predictor based subspace identification [J]. Automatica, 2007, 43(6):1034-1048.
 [3] CHIUSO A. On the relation between CCA and predictor based subspace identification [J]. IEEE Transactions of Automatic Control, 2007, 52(10):1795-1811.

(下转第 41 页)

参考文献

- [1] 徐晓昭,蔡铁珩,刘晓民,等. 改进灰度世界颜色校正算法[J]. 光子学报,2010,39(3):559-564.
- [2] ADAMS J, PARULSKI K, SPAULDING K. Color processing in digital cameras[J]. IEEE Micro, 1988, 18(6):20-30.
- [3] LAM E Y. Combining gray world and retinex theory for automatic white balance in digital photography[C]//The 9th International Symposium on Consumer Electronics, June, 2005:134-139.
- [4] 金晓冬,常青. 基于FPGA的RGB到YCbCr色空间转换[J]. 现代电子技术,2009(18):95-100.
- [5] BENSALI F. Power modeling and efficient FPGA implementation of color space conversion[C]//ICECS106, 13th IEEE International Conference, 2006:164-167.
- [6] NAKANO N, NISHIMURA R, SAI H. Digital still camera system for mega pixel CCD [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1998, 44(3):581-586.
- [7] 金黄斌,秦兴,郭斌林. 基于灰度世界和白点检测的自动白平衡算法[J]. 电子器件,2011,34(2):226-231.
- [8] CHIKANE V, FU C S. Automatic white balance for digital still camera[J]. Journal of Information Science and Engineering, 2006, 22:497-509.
- [9] 周荣政,何捷,洪志良. 自适应的数码相机自动白平衡算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2005,17(3):529-533.
- [10] WENG C, CHEN H, FUH C. A novel automatic white balance method for digital still cameras[C]//The IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2005:3801-3804.
- [11] 田耘,徐文波. Xilinx FPGA 开发实用教程[M]. 北京:清华大学出版社,2008.
- (上接第 36 页)
- [4] QIN S J. An overview of subspace identification [J]. Computer and Chemical Engineering, 2006, 32 (10): 1502-1513.
- [5] 王建宏,王道波. 子空间预测控制算法在主动噪声振动中的应用[J]. 振动与冲击, 2011, 30(10):129-135.
- [6] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. UK:Cambridge University Press, 2008.
- [7] ZEILINGER M. Real time suboptimal model predictive control using a combination of explicit MPC and online optimization [J]. IEEE Transactions of Automatic Control, 2011, 56(7):1524-1534.
- [8] BEMPORAD A. Model predictive control based on linear programming the explicit solution [J]. IEEE Transactions of Automatic Control, 2002, 47(12):1974-1984.
- [9] DONG J, VERHAEGEN M. Cautious H optimal control using uncertain Markov parameters identification in closed loop[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(3):378-388.
- [10] SODERSTORN T, MOSSBERG M, HONG M. Accuracy analysis of a covariance matching approach for identify errors in variables systems [J]. Automatica, 2011, 47(1):272-282.
- [11] PINTELON R, SCHOUKENS J. Frequency domain maximum likelihood estimation of linear dynamic errors-in-variables models [J]. Automatica, 2007, 43(2):621-630.
- [12] PILLONETTO G, DE NICOLAO G. A new kernel based approach for linear system identification [J]. Automatica, 2010, 46(1):81-93.
- [13] AGUERO J C, ROJAS C R, HJALMARSSON H, et al. Accuracy of linear multiple-input multiple-output (MIMO) models obtained by maximum likelihood estimation [J]. Automatica, 2012, 48(4):632-637.
- [14] HJALMARSSON H, JONAS M. A geometric approach to variance analysis in system identification [J]. IEEE Transactions of Automatic Control, 2011, 56(5):983-997.
- [15] 王建宏,王道波. 多个未知时延的 MISO 系统的递推辨识[J]. 控制与决策,2010,25(1):93-98.
- [16] AGUERO J C, GOODWIN G C, PAUL M. J. et al. A virtual closed loop method for closed loop identification [J]. Automatica, 2011, 47(8):1626-1637.

欢 迎 投 稿 欢 迎 刊 登 广 告