

## 用博弈论求解浮标最佳工作深度

秦 锋<sup>a</sup>, 孙明太<sup>b</sup>, 周利辉<sup>a</sup>

(海军航空工程学院青岛校区, a. 研究生队; b. 航空军械火控系, 山东 青岛 266041)

**摘要:** 在反潜作战过程中, 水声环境复杂和潜艇航深未知给声纳浮标探测带来一定困难, 从而面临采用何种工作深度取得最佳探测效能的问题。因此, 有必要在模拟水声环境效应的基础上, 利用博弈论求取声纳浮标换能器最佳工作深度, 该深度应能保证即使潜艇处于最不利于水声设备搜索的深度, 声纳浮标也具备较大的探测能力。

**关键词:** 声纳浮标; 工作深度; 博弈论; 反潜作战

中图分类号: V271.4; TP391.9

文献标志码: A

文章编号: 1671-637X(2013)12-0027-04

## Sonobuoy's Optimized Search Depth Research Based on Game Theory

QIN Feng<sup>a</sup>, SUN Mingtai<sup>b</sup>, ZHOU Lihui<sup>a</sup>

(Qingdao Branch of Naval Aeronautical Engineering Academy, a. Graduate Team;  
b. Department of Anti-submarine, Qingdao 266041, China)

**Abstract:** In anti-submarine warfare, it is difficult to choose the sonobuoy's search depth for obtaining the optimum detection effectiveness because of the unknown depth of submarine and complex underwater acoustic environmental. Therefore, it is necessary to gain the sonobuoy's optimized search depth using game theory and simulation of underwater acoustic environmental effect. The optimized depth can guarantee the maximum detection capability for the sonobuoy even when the submarine is at a depth difficult to be detected.

**Key words:** sonobuoy; search depth; game theory; anti-submarine warfare

## 0 引言

声纳浮标的换能器深度与浮标阵形一同构成了声纳浮标的使用要素。为了克服水声环境(声速梯度、跃层)的影响, 加之声纳浮标的换能器只能一次性设定深度, 故浮标布放深度选择显得尤为重要, 通常潜艇和换能器处于同一深度层探测效果最佳。而反潜作战过程中是不可能确定知道潜艇航行深度的, 因此, 利用声纳浮标进行反潜作战面临采用何种工作深度才能取得最佳探测效率的问题。

浮标和潜艇采用不同的深度策略而得到不同的探测效果, 可见在不同的水声环境条件下, 利用处在不同布设深度的声纳浮标搜索潜艇是带有对抗性质的行为。博弈论是研究对策行为中对抗各方是否存在着最合理的行动方案, 以及如何找到这个合理的行动方案的数学方法<sup>[1]</sup>。因此, 博弈论在确定声纳浮标搜索潜

艇工作深度方案中具有一定指导性。

## 1 被动浮标搜潜仿真模型

### 1.1 被动全向浮标探测模型

评价传感器性能的一个重要指标是探测概率, 即在给定的环境中, 某一传感器在规定的时间内探测到指定目标的概率, 这种概率称为瞬时探测概率<sup>[2]</sup>。

被动声纳方程为

$$S_L - N_L - T_L - D_T = S_E \quad (1)$$

式中:  $S_L$  为目标声源级(dB);  $N_L$  为海洋环境噪声级(dB);  $T_L$  为传播损失(dB);  $D_T$  为达到 50% 检测概率的检测阈(dB);  $S_E$  为信号余量(dB)。

若用被动声纳方程来预测探测概率, 则被动声纳方程中的参数都是随机变量, 相互独立, 且满足正态分布。对一个声纳系统而言, 在给定的中心频率上, 如果  $S_E$  大于或等于 0, 那么从理论上讲就能探测到目标, 认为  $S_E$  等于 0 时的瞬时探测概率达到 50%。因此, 单枚被动声纳浮标瞬时探测概率的计算式为<sup>[3]</sup>

$$P_d = \int_{-\infty}^{\frac{S_t - T_s - N_s - D_r}{\sigma_{s_t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (2)$$

式中: $x$ 为信号余量; $\sigma_{s_t}$ 为信号余量方差。

## 1.2 声场模型

基于射线理论的 BELLHOP 模型计算声纳方程中传播损失值。考虑到被动声纳浮标涉及宽带音频,因此,计算它的几何平均频率作为等效信号的传播。算式为

$$f_M = \text{floor}(\sqrt{f_1 f_2}) \quad (3)$$

式中: $f_M$ 为中心频率(Hz); $f_1$ 为接收声纳设备的上工作频率(Hz); $f_2$ 为接收声纳设备的下工作频率(Hz)。

Porter 等人通过引入地声学中的高斯近似方法较好地解决了声线焦散对声场计算的影响,并提出了以高斯射线为基础的 BELLHOP 模型,解决了传统射线模型高频近似的限制。

模型假设某一声线在传播过程中的声压  $p$  为<sup>[4]</sup>

$$p(s, n) = A(s)\phi(s, n)e^{j\omega t} \quad (4)$$

式中: $\omega$ 为圆频率; $A$ 为沿声线方向的振幅; $\phi$ 为垂直于声线方向的影响函数; $s$ 为沿声线方向的弧长; $n$ 为垂直于声线中心方向的位移; $t$ 为沿声线的传播时间。

在射线追踪过程中,通过引入两个约束变量  $u$  和  $v$  来控制高斯射线束的能量分布

$$\frac{dv}{ds} = cu(s), \quad \frac{du}{ds} = -\frac{c_{nn}}{c^2(s)}v(s) \quad (5)$$

式中, $c_{nn}$ 为垂直于声线方向的二阶微分。

假定潜艇航行深度 100 m,海底底质为粗粒沙,声频率 100 Hz,海深 300 m。通过仿真计算声纳浮标不同工作深度的传播损失值如图 1 所示。

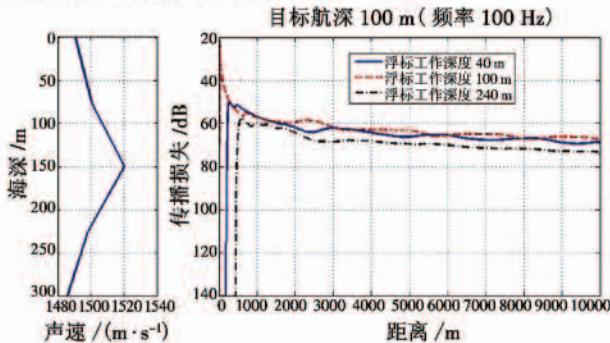


图 1 浮标不同工作深度传播损失值比较

Fig. 1 Transmission loss of sonobuoy at different deepness

从图中可以看出,位于不同工作深度的声纳浮标在相同距离上,传播损失值相差可以达到 8 dB。

## 1.3 背景噪声

背景噪声即海洋环境噪声,是复杂多变的,有效噪声背景的求取是对有贡献的噪声源按强度进行相加。在很宽的频段内,可以近似由海况和航运情况决定噪

声级。不同海况条件下的噪声级可表示为

$$N_{L_o} = 10\lg(f^{-1.7}) + 6s + 55 \quad (6)$$

式中: $f$ 为频率(kHz); $s$ 为海况等级。

参考 Hamson 拟合的与频率和航速情况有关的航运噪声经验公式<sup>[5]</sup>,来表示航运噪声级。

$$N_{L_s} = 186 - 20\lg f_s + 6\lg(V_s/12) + 20\lg(L/300) + 10\lg N \quad (7)$$

式中: $f_s$ 为频率(Hz); $V_s$ 为航船平均航速(kn,1kn=1.852 km/h); $L$ 为航船平均长度(ft,1ft=0.305m); $N$ 为每平方米航船数量。

因此总海洋环境噪声场是所有海洋背景噪声和航运噪声之和,采用平均谱级功率求和的形式,得到有效噪声背景的求取方法为

$$N_L = 10\lg(10^{N_{L_o}/10} + 10^{N_{L_s}/10}) \quad (8)$$

## 1.4 潜艇辐射噪声

机械噪声和螺旋桨噪声是主要的辐射噪声。在低速和低频的情况下,机械噪声占主要地位。螺旋桨噪声包括螺旋桨空化噪声和螺旋桨叶片振动时所产生的噪声。螺旋桨的空化噪声只有在潜艇达到一定航速时才产生,此时,潜艇的辐射噪声突然增大,该航速称为临界航速。临界航速和潜艇的航行深度有关,这表现在航行深度增加时,临界航速也相应地提高。潜艇在不同航行深度时的临界速度计算式为<sup>[6]</sup>

$$V_c = V_{c100} \sqrt{\frac{p_a + \rho g H - p_{d100}}{p_a + 100\rho g - p_{d100}}} \quad (9)$$

式中: $V_c$ 为临界航速(kn); $H$ 为潜艇航行深度(m); $V_{c100}$ 为潜艇在 100 m 深度航行时的临界速度(kn); $P_a$ 为海平面上的标准大气压力(Pa); $P_d$ 为潜艇航行深度处水的饱和蒸汽压力(Pa); $P_{d100}$ 为 100 m 深度水的饱和蒸汽压力(Pa); $\rho$ 为海水密度( $\text{kg/m}^3$ ); $g$ 为重力加速度( $\text{m/s}^2$ )。

声源级与潜艇航行工况有密切关系。因此,潜艇辐射噪声级具备如下的经验模型<sup>[6]</sup>,其描述的是潜艇不同频率平均谱级。

$$S_L = \begin{cases} 25\lg V_m + 77 + 20a, & V_m < V_c \\ 104 + 20a + \Delta, & V_m = V_c \\ 104 + 20a + \Delta + b(V_m - V_c), & V_m > V_c \end{cases} \quad (10)$$

式中: $V_m$ 为潜艇的航速(kn); $b$ 为潜艇到达临界航速后辐射噪声随航速的变化; $\Delta$ 为潜艇到达临界航速后辐射噪声声源级的增量; $a$ 为潜艇的类型。

## 2 声纳浮标搜潜博弈策略

在一个博弈行为中,有权决定自己行动方案的博弈参加者,称为局中人<sup>[1]</sup>。在声纳浮标搜潜博弈问题中,只有两名局中人,声纳浮标和潜艇目标。在一个博

弈行为中,可供局中人选择的完整可行方案称为一个纯策略<sup>[1]</sup>。由于声纳浮标布设深度有可选档位、海深和潜艇极限深度的限制,两名局中人只有有限个深度策略可供选择。

设浮标布设深度档位纯策略为

$$S_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\} \quad (11)$$

设潜艇深度纯策略为

$$S_2 = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\} \quad (12)$$

对于声纳浮标和潜艇选择的策略  $\alpha_i$  和  $\beta_j$ , 博弈行为形成一个局势  $(\{\alpha_i, \beta_j\})$ , 此时计算声纳浮标在该局势下与距离有关的平均探测概率为  $a_{ij}$ , 这样的局势有  $m \times n$  个, 得到一个赢得矩阵  $A$ , 潜艇也可以得到一个赢得矩阵  $B = 1 - A$ 。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

显然在任一纯局势下  $(\{\alpha_i, \beta_j\})$ , 两名局中人的赢得之和总是等于 1。在这里可以将这一问题定义为二人常数和对策。

若二人常数和对策存在鞍点,则使用纯策略的稳定解条件是

$$\max_{i} \min_{j} a_{ij} = \min_{j} \max_{i} a_{ij} \quad (14)$$

若不存在鞍点,则只使用纯策略的范围内,博弈问题无解,为此引进混合策略博弈。因为双方是非合作的,即不清楚对方一定会选择某种纯策略,因此,混合策略可以设想为局中人对各个纯策略的偏爱程度<sup>[1]</sup>,即选择某种纯策略的可能概率。而博弈在混合策略意义下都有解<sup>[1]</sup>。

设声纳浮标用概率  $x_i$  选择策略  $\alpha_i$ , 潜艇用概率  $y_j$  选择策略  $\beta_j$ , 并且

$$\sum_{i=1}^m x_i = \sum_{j=1}^n y_j = 1 \quad (15)$$

记  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_m)^T$ ,  $\bar{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$ 。若存在向量,使得

$$\bar{x}^T A \bar{y} = \max_x x^T A \bar{y} = \min_y \bar{x}^T A y \quad (16)$$

则称  $(\bar{x}, \bar{y})$  为混合策略博奕解。

根据文献[1]中定理 2.5.1 可知,上述博奕问题可以采用线性规划方法求解最优策略。因此,将博奕策略等价于求解下述线性规划问题。

$$\max u \quad (17)$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \geq u, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1; x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

为了仿真求解,可以进一步转化上述线性规划问

题,不妨做变换

$$x'_i = \frac{x_i}{u}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

则线性规划问题转换为标准形式

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^m x'_i \\ \text{s. t.} & \sum_{i=1}^m a_{ij} x'_i \geq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\ & x'_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (19)$$

### 3 仿真实例

#### 3.1 想定

假设反潜海区海况 2 级,海底地质粗粒沙,海区声速梯度如图 2 所示。使用全向声纳浮标的工作档位为 15 m、40 m、150 m,接收频带为 10 Hz ~ 10 kHz,则几何平均频率为 316 Hz。潜艇的航行深度未知,从 25 m 到 270 m 范围,以 5 m 为间隔取 50 个深度值,并且以 4 kn 的速度直航接近声纳浮标。

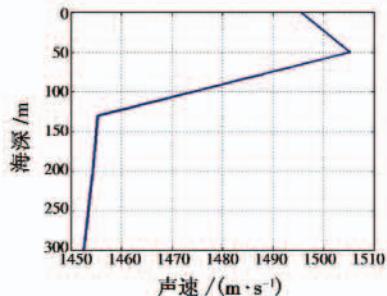


图 2 反潜海区想定声速梯度

Fig. 2 ASW area suppositional voice grads

#### 3.2 仿真及结果分析

声纳浮标可用的深度策略有 3 个,潜艇可用的深度策略有 50 个。采用 BELLHOP 模型预先仿真计算浮标 3 个工作深度分别对应 50 个潜艇航深的与距离有关的传播损失值,其中,浮标工作深度 15 m 时的传播损失值如图 3 所示。图中,从左至右依次为距离 1 km、2 km、3 km、4 km、5 km、10 km 时对应不同潜艇航深的曲线。

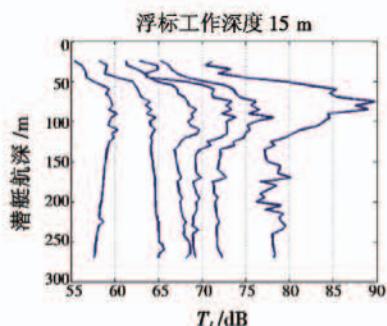


图 3 潜艇不同航深传播损失值比对

Fig. 3 Transmission loss of submarine at different deepness

然后,利用传播损失值计算该型声纳浮标与距离

有关的瞬时探测概率,再求出在 10 km 距离上所有大于 0 的瞬时探测概率的平均概率值,作为浮标的赢得矩阵,浮标 3 个工作深度的平均概率值如图 4 所示。

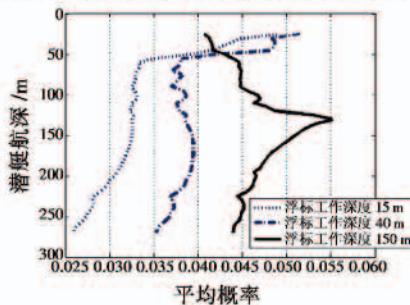


图 4 浮标不同工作深度平均概率

Fig.4 Average probability of sonobuoy at different depthness

从图 4 中可以看出,当潜艇航深位于 130 m 左右时,换能器设定在 150 m 可获得最大的探测效率,而当潜艇深度小于 100 m 或大于 150 m 时,探测效率急剧下降。

最后,利用线性规划方法求解该博弈问题,得到浮标的深度最优策略集为 [0.1691; 0.8309], 潜艇的深度最优策略集为 [0.5511; 0.4489], 分别对应于所选深度为 [40; 150] 和 [30; 270]。

由图 2 可知,海区存在跃变层,由图 4 可知,声纳浮标若选择 15 m 或 40 m 工作深度,很难探测处于跃变层以下航行的潜艇,若选择 150 m 工作深度,则很难探测处于跃变层以上航行的潜艇。相比而言,处于 150 m 工作深度的声纳浮标探测 50 m 以下航行潜艇的效率要远大于选择 15 m 或 40 m 工作深度。对于上述维数大于 1 的声纳浮标工作深度最优策略集,建议采取不同工作深度的浮标组成浮标幕。

#### 4 结束语

由于水声环境复杂,并且大部分声纳浮标的工作深度设定后不能改变,因此,利用声纳浮标搜索潜艇面临采用何种工作深度取得最佳探测效能的问题。采用博弈论求解最佳工作深度问题,主要受到水声环境和浮标可用深度的限制。通过对某一想定声速类型的应用表明,博弈论能得出浮标探潜的最佳工作深度。而实际上在反潜海区,反潜巡逻机可以根据温深浮标获取声速数据,因此,可以依据不同水声环境实时分析使用某型声纳浮标的最佳工作深度,为航空兵反潜指挥决策者进行水声探潜设备使用深度的设定提供理论依据。

#### 参 考 文 献

- [1] 谢政. 对策论 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2004: 32-64.
- [2] 姜青山, 郑保华. 海军运筹分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 84-138.
- [3] COXEY J, TAMURA Y, VAN DORN N. Analytical model of passive detection by sonobuoys [M]. USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1968.
- [4] RODRIGUEZ O C. General description of the BELLHOP ray tracing program [DB/OL]. (2008-06-13) <http://oalib.hisresearch.com/Rays/GeneralDescription.pdf>.
- [5] HARRISON C H. CANARY: A simple model of ambient noise and coherence [J]. Applied Acoustics, 1997, 51 (3): 289-315.
- [6] 孙炯, 刘凯, 邵松世, 等. 一种临界速度估算方法及其对潜艇隐蔽作战的影响 [J]. 海军工程大学学报, 2011, 23(2): 87-89.

#### 声 明

本刊已许可中国学术期刊(光盘版)电子杂志社、北京万方数据股份有限公司、重庆维普资讯有限公司等在其网络平台和系列数据库产品中以数字化方式复制、汇编、发行、信息网络传播本刊全文,著作权使用费与本刊稿酬一并支付。作者向本刊提交文章发表的行为即视为同意我部上述声明。