

## 基于渐近平稳过程的修正扩展卡尔曼滤波算法

缪礼锋, 贺丰收, 张世仓  
(中航工业雷达与设备电子研究院, 江苏 无锡 214063)

**摘要:** 多目标跟踪中由于 RCS 闪烁和杂波变化造成的测量噪声波动, 导致测量噪声并不是完全服从高斯分布。研究了基于渐近平稳过程的噪声模型, 引入测量置信度函数, 提出了一种将测量置信度反馈至滤波过程的方法, 通过修正新息协方差阵及增益矩阵, 降低测量噪声波动对滤波的影响。该方法增强了噪声压缩能力, 有效地抑制了滤波的误差尖峰。最后, 仿真结果验证了所提方法的有效性与可行性。

**关键词:** 多目标跟踪; 置信度函数; 随机过程; 扩展卡尔曼滤波; 非线性系统

**中图分类号:** V271.4; TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2013)11-0105-04

## An Improved Extend Kalman Filtering Algorithm Based on Asymptotic Stationary Process

MIAO Lifeng, HE Fengshou, ZHANG Shicang  
(Radar and Avionics Institute, AVIC, Wuxi 214063, China)

**Abstract:** In multi-target tracking, the measurement noise is not an absolute Gaussian distribution because of clutter and the undulation of RCS. A model of noise was studied based on asymptotic stationary process, and a confidence function was introduced. A method that could feed back the confidence degree of the measured value to the filtering process was proposed. By correcting the gain matrix and covariance matrix, the effect of measuring noise fluctuation on filtering was reduced. The method could enhance the ability of the noise compression and restrain the peak error. Simulation result verifies the validity and feasibility of the method.

**Key words:** multi-target tracking; confidence function; stochastic process; EKF; nonlinear system

### 0 引言

多目标跟踪是现代雷达中不可或缺的一部分<sup>[1]</sup>, 而滤波的性能决定跟踪的质量。目前滤波算法研究较多的有 EKF、UKF 和 PF, 其中, PF 在非线性和非高斯环境下表现出很好的滤波性能, 但由于其收敛速度慢、计算量大而未能在实际工程实践中得到应用<sup>[2]</sup>; UKF 和 EKF 都是基于高斯环境下的滤波方法, UKF 以无偏变换为基础, 用固定数量采样点去模拟高斯分布来解决非线性问题<sup>[3]</sup>; 非线性度比较小时, 尽管 EKF 存在一阶截断误差, 但以更小的计算量换来与 UKF 相当的精度而被广泛应用于实际工程中<sup>[4]</sup>。然而在实际跟踪过程中, 目标的测量值可能由于杂波、虚警及信噪比变化而导致测量噪

声并不是完全服从高斯分布, 而是一个渐近平稳过程<sup>[5]</sup>。即有个别测量值可能会闪烁到离预测中心很远的范围, 但仍在统计距离的波门内, 从而造成滤波结果中存在尖峰误差, 整体上降低了滤波的性能。

为了克服测量值的这种分布特点对滤波性能的影响, 本文提出了测量置信度的概念来评价测量值的优劣, 并将其定量反馈到滤波过程中, 对滤波算法进行修正: 若测量值远离预测中心, 则测量的置信度会很低, 滤波结果倾向于预测值, 从而降低了闪烁测量点对滤波结果的影响; 反之, 滤波结果倾向于测量值。为了模拟真实测量值, 引入了二阶自回归模型来产生渐近平稳的随机过程, 并将其与目标真值叠加形成测量噪声。最后通过仿真验证了该方法的有效性, 有效地减小了误差尖峰, 提高了滤波器的数据压缩能力。

### 1 测量噪声的渐近平稳分布特性

考虑非线性系统

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}) + w_{k-1} \quad (1)$$

量测方程为

$$z_k = h_k(x_k) + v_k \quad (2)$$

式中:  $w_k \sim N(0, \sigma_w^2)$ ;  $v_k \sim N(0, \sigma_v^2)$ 。

根据标准的 EKF 更新过程可以得到新息协方差矩阵、增益矩阵及滤波协方差矩阵,如式(3)~式(5)所示

$$S = H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k \quad (3)$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T S^{-1} \quad (4)$$

$$P_{k/k} = [I - K_k H_k] P_{k/k-1} [I - K_k H_k]^T + K_k R_k K_k^T \quad (5)$$

式中:  $R$  为噪声协方差阵;  $H_k$  为  $h$  在  $x_k$  处的 Jacobian 矩阵。但是这些方程都是基于测量噪声服从高斯分布的,由于目标 RCS 波动造成信噪比变化,会对测量噪声造成一定的影响<sup>[6]</sup>;另一方面,在强杂波和虚警的情况下,会不可避免地出现误关联,进一步使得测量值并非完全服从高斯分布。

为了描述这种噪声特性,采用二阶自回归(AR)模型<sup>[7]</sup>来模拟噪声分布,如

$$u_k + a_1 u_{k-1} + a_2 u_{k-2} = v_k \quad (6)$$

式中,  $v_k$  是均值为零、方差为  $\sigma_v^2$  的白噪声过程。式(6)可以表示目标测量值的噪声是有色噪声,但对于平稳跟踪段来说,一般测量误差整体上来看是高斯分布的,即此过程要求渐近平稳。故考虑式(6)具有如下特征方程

$$1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} = 0 \quad (7)$$

令  $p_1$  和  $p_2$  表示此方程的两个根,即

$$p_1, p_2 = \frac{1}{2}(-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}) \quad (8)$$

要使得  $u_k$  渐近平稳,那么这两个根必须位于  $z$  平面的单位圆内。只考虑特征方程的根为实根的情况,即选择合适的  $a_1$  和  $a_2$  的值,使得式(7)的两个根落入单位圆内,产生一个渐近稳定的随机过程,其波形如图1所示,图1a为白噪声输入波形,图1b为二阶AR输出波形,从整体上来看与高斯噪声基本一致,但是个别地方的误差略有波动。

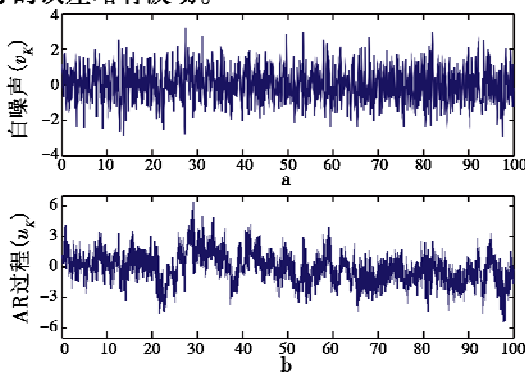


图1 白噪声输入与二阶 AR 模型输出

Fig.1 Input of Gauss noise and output of second order AR model

下文仿真验证的测量值就是以二阶 AR 过程所产生的误差融合到测量真值中去形成的。

## 2 基于测量置信度修正 EKF 算法

从标准的 EKF 递推算法可以看出,若测量值完全服从高斯分布,则估计是无偏的,且对数据有很好的压缩能力<sup>[8]</sup>,但是实际的情况正如上文所描述的,是一个渐近平稳的随机过程,或是由虚警、杂波引起的误关联决定,或是由回波的信噪比决定。从而造成滤波的结果波动较大,精度降低,因此有必要对扩展卡尔曼滤波算法进行修正,以克服这一状况的发生,即减小个别远离预测中心的量测点对滤波结果的影响,增强对稳定跟踪段的数据压缩能力。

### 2.1 置信度函数

基于上文提出的想法,为了有效地滤去个别比较差的测量值对滤波结果的影响,首先需要引入评价测量值好坏的标准,即测量值的置信度。再通过这个好坏标准定量地反馈到滤波过程,从而对滤波算法进行修正。

置信度描述这么一个概念:若测量值越靠近航迹的预测中心,那么这个测量值属于这条航迹的可能性就越大,即测量值的置信度就越高,反之置信度就越低,如图2所示,置信度随着测量误差的绝对值的减小而上升。

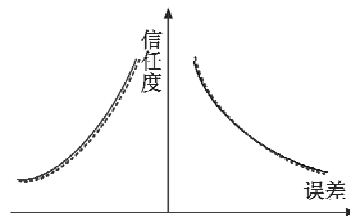


图2 置信度曲线

Fig.2 The curve of confidence function

为了用置信度这个概念来修正 EKF 算法,必须将其进行量化。总体上来看,测量点在预测中心周围是呈高斯分布的,故定义其概率密度函数为

$$f = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{z}{2}} |S|^{\frac{z}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \tilde{z} S^{-1} \tilde{z}^T\right\} \quad (9)$$

式中:  $S$  为新息协方差阵;  $\tilde{z}$  为新息量。

概率分布函数  $F$  是对高斯概率密度函数的区域积分。以测量值误差为界的积分的结果表示测量值最大落不到中心区域的概率,因此根据式(9)所定义的概率密度函数,可以求得概率分布  $F$ ,此时置信度函数可表示为

$$P_{ca} = 1 - \sup_{\tilde{z} \in \phi} F \quad (10)$$

式中,  $\phi$  表示误差的当前取值范围。

因此,求取置信度函数的难点在于求误差的概率分布函数  $F$ ,对于有限维联合概率密度函数  $f$ ,由于协

方差  $S$  的存在,其内部变量存在互相关的情况,很难进行解耦运算,使得直接对其进行积分运算相当困难,在这里作个简化,即:暂时不考虑协方差内部变量的互相关性,只考虑测量元素的自相关性,那么有限维的高斯概率密度函数可以表示为

$$f = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{ii}}} \exp\left\{-\frac{\tilde{z}_i^2}{2s_{ii}}\right\} \quad (11)$$

式中: $s_{ii}$ 表示协方差矩阵  $S$  中的对角线元素; $\tilde{z}_i$ 表示误差向量中的第  $i$  个元素。因此可得

$$F = \int_{\tilde{z} \in \phi} \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{ii}}} \exp\left\{-\frac{\tilde{z}_i^2}{2s_{ii}}\right\} d\tilde{z} \quad (12)$$

将式(12)代入式(10)中,可以得到测量值的置信度,通过此式可以将当前测量值反馈到滤波过程中去,对滤波算法进行修正,进一步增强了平稳跟踪段的鲁棒性。

## 2.2 修正扩展卡尔曼滤波算法

上节介绍了测量值的置信度的概念,本节的重点在于如何用置信度函数来修正扩展卡尔曼滤波算法。由扩展卡尔曼滤波算法可知:预测部分只与系统模型有关,与量测无关。故这里只对滤波的更新过程进行修正。

由于测量噪声的变化,所以必须先对新息协方差进行修正,即把测量值反馈到新息协方差中去,如式(13)所示。

$$S = P_{ca} (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k) + (1 - P_{ca}) \tilde{z}_k \tilde{z}_k^T \quad (13)$$

第一项是原来的新息协方差阵,第二项是由测量值反馈的当前测量值的协方差,如置信度  $P_{ca}$  越大,那么  $S$  趋向于本来的新息协方差阵;反之, $S$  由当前测量的协方差阵主导。

然后再对增益矩阵  $K$  进行修正

$$K_k = P_{ca} P_{k/k-1} H_k^T S^{-1} \quad (14)$$

此公式旨在将  $K$  阵压缩,将原增益阵乘以置信度系数进行压缩。此时,增益矩阵  $K$  越小,表明对量测值的置信度越低,滤波结果倾向于预测结果,可以有效地滤去高频噪声策动以及错误关联对滤波结果的影响;反之  $K$  越大,置信度函数值越大,表明滤波结果倾向于测量值。最后,新息协方差阵与增益矩阵发生变化,就会导致滤波协方差阵也发生变化,因此对其做相应的调整

$$P_{k/k} = P_{ca} \left( \begin{array}{c} (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \\ (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \end{array} \right) + (1 - P_{ca}) (P_{k/k-1} + K_k \tilde{z}_k \tilde{z}_k^T K_k^T) \quad (15)$$

式中,第一项表示本来的  $P$  阵,第二项表示修正量。量

测值距离预测中心越远, $P_{ca}$  越小。此时  $P$  阵就适当地放大了。

EKF 的修正过程如前所述,其主线是将关联的测量值的优劣情况通过置信度函数反馈到滤波过程中去,测量值离预测中心越近,修正效果越不明显;反之,则修正效果越发明显,从而抑制了平稳跟踪段由于杂波、虚警等因素存在而导致的误差尖峰。

## 3 仿真验证

上文已经论述了通过引入误差反馈对卡尔曼滤波方程的增益矩阵和滤波协方差矩阵进行修正的原理,接下来针对目标跟踪算例进行仿真分析与验证。以跟踪三维圆周运动为例,如图 3 所示。

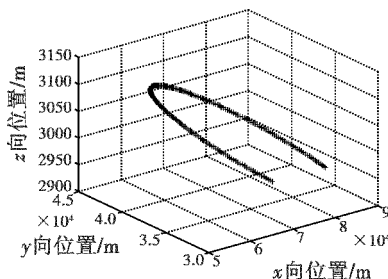


图 3 圆周运动曲线

Fig. 3 The curve of circular motion

为了符合实际工程中的应用特点,本文在混合坐标系下进行滤波运算,即测量值在球坐标下,由径向距离、方位角、俯仰角径向速度组成,滤波过程是在直角坐标系下,由三向位置、速度及加速度组成。

设二阶 AR 过程的输入为白噪声,其在距离、径向速度、角度测量噪声的标准差为  $[40 \text{ m} \quad 0.005 \text{ rad} \quad 0.003 \text{ rad} \quad 2 \text{ m/s}]$ ,为了简化分析,本文暂不考虑载机机动对系统的影响,采样周期为  $0.5 \text{ s}$ ,仿真时长为  $200 \text{ s}$ 。目标的三向位置初始值为  $[65000 \text{ m} \quad 30000 \text{ m} \quad 3000 \text{ m}]$ ,三向速度初值为  $[-300 \text{ m/s} \quad 100 \text{ m/s} \quad 2 \text{ m/s}]$ ,三向加速度为  $0$ 。

由于跟踪的是三维圆周曲线,而不是直线,故单个模型显然不能满足其跟踪要求,本文采用交互式多模型方法(IMM),文献[1]已经详细描述,本文使用一个 CV 模型和两个 CT 模型,其中,两个 CT 模型的角速率分别为  $3 (^{\circ})/\text{s}$  和  $0.6 (^{\circ})/\text{s}$ 。策动噪声系数为 1。模型的初始概率分别为  $0.8, 0.1$  及  $0.1$ ,模型间的马尔

科夫一步转移概率为  $\begin{bmatrix} 0.98 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.98 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.98 \end{bmatrix}$ 。

结果如图 4 ~ 图 7 所示,图中蓝色曲线表示扩展卡尔曼滤波的滤波结果,红色曲线是本文提出的修正算法的滤波结果。本文只考虑稳定跟踪段的滤波性

能,故进入段都采用标准的 EKF 算法进行滤波,到 30 s 后再转换到上节提出的修正算法。

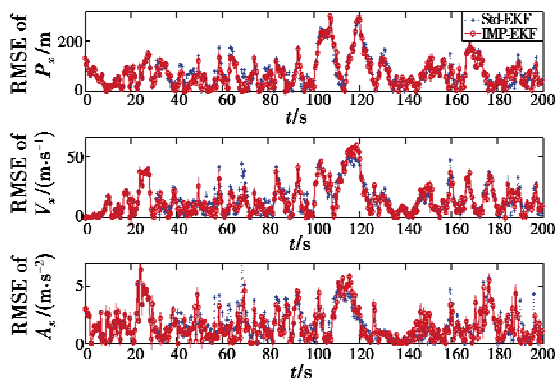


图4  $x$ 轴方向的位置与速度的均方根误差曲线

Fig. 4 The RMSE curve of position and velocity in  $x$ -axis

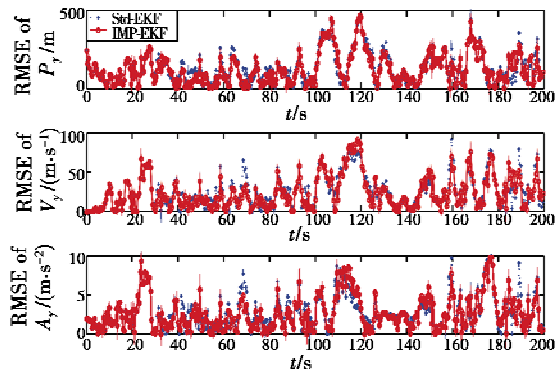


图5  $y$ 轴方向的位置与速度的均方根误差曲线

Fig. 5 The RMSE curve of position and velocity in  $y$ -axis

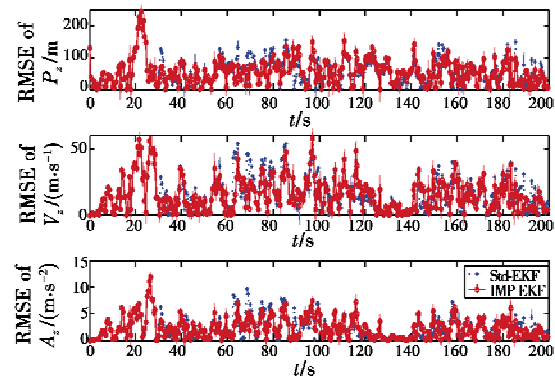


图6  $z$ 轴方向的位置与速度的均方根误差曲线

Fig. 6 The RMSE curve of position and velocity in  $z$ -axis

图4~图6分别为直角坐标系下的位置、速度与加速度的均方根误差(RMSE)曲线,蓝色曲线中的误差尖峰明显多于红色曲线,这些误差尖峰是由波门内大幅波动的测量值引起的,而改进的方法中通过置信度函数将测量值的优劣反馈到滤波过程中去,对于波动比较大的点,降低了其增益矩阵,从而有效地消除了这些测量值对滤波结果的影响,提高了滤波精度,滤波的鲁棒性也得到增强。图7是球坐标下四维分量的

RMSE 曲线,其中在径向距离上,本文提出的方法的滤波效果优势十分明显,其他维上滤波的效果也有一定提升,主要体现在误差尖峰的抑制上,这与修正算法的设计初衷是一致的。

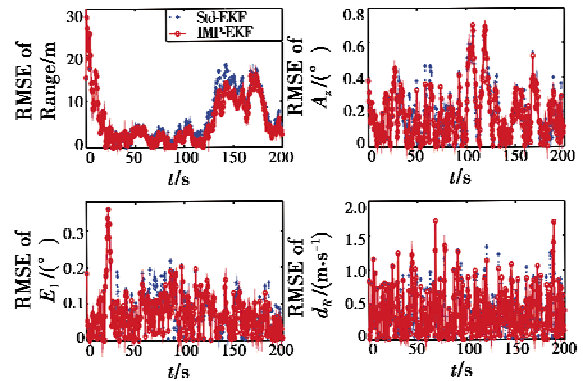


图7 球坐标系下的均方根误差曲线

Fig. 7 The RMSE curve in spherical coordinates

表1给出了用交互式多模式跟踪圆周运动的RMSE值。无论是在直角坐标系还是在球坐标系中,各个分量的滤波效果都有一定的提高,表明了本文的方法具有更好的滤波效果。

表1 两种滤波方法的 RMSE

Table 1 The RMSE of two filtering methods

	Std-EKF	IMP-EKF
$P_x/m$	76.33	71.40
$V_x/(m \cdot s^{-1})$	14.86	13.94
$A_x/(m \cdot s^{-2})$	1.67	1.57
$P_y/m$	130.27	122.05
$V_y/(m \cdot s^{-1})$	25.61	24.15
$A_y/(m \cdot s^{-2})$	2.82	2.68
$P_z/m$	57.01	54.59
$V_z/(m \cdot s^{-1})$	16.25	15.21
$A_z/(m \cdot s^{-2})$	2.36	2.21
$R/m$	6.81	5.62
$A_r/\text{rad}$	$1.94E-3$	$1.81E-3$
$E_1/\text{rad}$	$7.54E-4$	$7.19E-4$
$d_R/(m \cdot s^{-1})$	0.39	0.39

#### 4 结束语

本文针对由于测量波动、错误关联及信噪比波动等原因造成与航迹关联上的点并不是在预测中心周围完全成高斯分布的情况,提出了一种修正的扩展卡尔曼滤波方法,通过置信度函数将关联测量点的优劣状况反馈到滤波算法中去,从而对算法进行修正。保证算法在测量噪声波动大时,具有很强的鲁棒性和较好的数据压缩能力,很好地抑制了误差尖峰,最后仿真结果表明本文提出的修正算法具有更好的滤波效果。

(下转第113页)

表 1 双基地, MIMO 雷达对 F-117A 探测面积计算结果

Table 1 The result of detection coverage range of airborne bistatic MIMO radar for F-117A

	基线长度 <i>L</i> /km	发射子阵 个数 <i>M</i>	相参处理 个数 <i>n</i>	探测面积/ <i>s</i> · km <sup>2</sup>
图 6	30	2	1	18977
图 7	50	2	1	20838
图 8	30	4	1	26533
图 9	30	2	8	53599

### 4 结论

由 RCS 计算结果可以看出, 利用双基地雷达可以较好地利用隐身目标的非后向散射能量来提高探测能力。将 MIMO 技术引入双基地雷达, 建立基于能量的双基地 MIMO 雷达方程, 得到探测不等式, 计算出隐身目标探测范围, 更加直观地绘制出了双基地 MIMO 雷达对隐身目标的探测范围。根据实验结果可以看出, 双基地 MIMO 雷达利用其高占空比、多发阵列、接收端的相参积累的特点, 在对隐身目标的探测范围上显示出了明显的优势。该体制雷达为探测隐身目标提供了新方法。

### 参考文献

[1] 何子述, 韩春林, 刘波. MIMO 雷达概念及其技术特点分析[J]. 电子学报, 2005, 33(12A): 2441-2445.

[2] 陈浩文, 黎湘, 庄钊文. 一种新兴的雷达体制——MIMO 雷达[J]. 电子学报, 2012, 40(6): 1190-1198.

[3] 戴喜增, 彭应宁, 汤俊. MIMO 雷达检测性能[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2007(1): 88-91.

[4] LEHMANN N H, FISHLER E, HAIMOVICH A M, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO radar direction finding [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(5): 2215-2225.

[5] LEHMANN N, HAIMOVICH A M, BLUM R S, et al. High resolution capabilities of MIMO radar[C]//Proceedings of the 40th Asilomar Conference. Signal, System and Computers, 2006, 25-30.

[6] MAIO A D, LOPS M. Design principles of MIMO radar detectors [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 886-898.

[7] QIAN He, LEHMANN N, BLUM R S, et al. MIMO radar moving target detection in homogeneous clutter, to appear [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3): 1290-1301.

[8] 张小宽, 刘尚钊, 张晨新, 等. 隐身目标的双基地雷达探测技术[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(3): 444-446.

[9] 杨振起, 张永顺, 骆永军. 双(多)基地雷达系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.

[10] 刘红明. 双基地 MIMO 雷达原理与理论研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2011.

(上接第 108 页)

### 参考文献

[1] BAR-SHALOM Y. Multitarget-multisensor tracking: Applications and advances [M]. 3rd ed. Boston: Artech House, 2000.

[2] HUE C, LE CADRE J P. Tracking multiple objects with particle filtering [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(3): 791-812.

[3] WILLIAM F L, AARON D L. Unscented Kalman filters for multiple target tracking with symmetric measurement equations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(2): 370-375.

[4] GIANNITRAPANI A, SCORTECCI F. Comparison of EKF and UKF for spacecraft localization via angle measurements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 40(1): 75-84.

[5] THOMAS E. Tracking wild maneuvers at low data-rate using curved track state parameters [C]//IEEE International Radar Conference, 2000: 87-92.

[6] 张光义, 赵玉洁. 相控阵雷达技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.

[7] HAYKIN S. Adaptive filter theory [M]. New York: Pearson Education, 2002.

[8] GREWAL M S, ANDREWS A P. Kalman filtering theory and practice using Matlab [M]. 3rd ed. Wiley Interscience, 2008.

