

基于MRPs的改进SRUKF姿态估计算法

肖文健, 路平

(军械工程学院无人机工程系, 石家庄 050003)

摘要: 针对四元数在飞行器姿态描述时存在冗余的问题, 设计了把修正罗德里格参数(MRPs)作为描述姿态的一种全姿态描述方法, 将加速度计和磁强计作为观测量, 提出了基于平方根无迹卡尔曼滤波器(SRUKF)的姿态估计算法, 针对外界环境对加速度计和磁强计的干扰问题, 将专家系统引入SRUKF算法中, 根据加速度及磁场信息实时调整滤波器的量测噪声矩阵, 有效地提高了算法的抗干扰性。实验结果表明, 该算法成功使系统的静态精度姿态角小于 0.05° , 航向角小于 0.1° ; 动态精度姿态角小于 0.5° , 航向角小于 1° , 优化效果得到了明显改善。

关键词: 修正罗德里格参数; 平方根无迹卡尔曼滤波; 姿态估计; 专家系统

中图分类号: V249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2013)11-0052-04

An Improved SRUKF for Attitude Estimation Based on MRPs

XIAO Wenjian, LU Ping

(Department of Unmanned Aerial Vehicle Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: In view of the shortage of redundancy when using quaternion to describe attitude, the Modified Rodrigues Parameters (MRPs), which is a three-dimensional independent vector, is put forward for attitude estimation. The attitude estimation algorithm based on Square Root Unscented Kalman Filter (SRUKF) is established with the outputs of accelerometer and magnetometer as observation vectors. In order to avoid the accelerometer and magnetometer interference by environment, an expert system is introduced to the SRUKF algorithm. The expert system is designed to estimate the information of acceleration and magnetic field to adjust the measurement noise matrix. The experiment results indicate that the algorithm successfully makes the static attitude accuracy less than 0.05° and static heading accuracy less than 0.1° . And it makes the dynamic attitude accuracy less than 0.5° and dynamic heading accuracy less than 1° . The optimization effect is improved significantly.

Key words: Modified Rodrigues Parameter (MRP); SRUKF; attitude estimation; expert system

0 引言

姿态对于飞行器而言是指飞行器所处的载体坐标系至导航坐标系的旋转角度, 主要包括俯仰角、滚转角和航向角。简洁的姿态描述方法和精确的滤波算法是飞行器姿态估计的两个重要组成部分^[1]。随着理论和实践的不断深入, 这两部分都取得了很大进展。

目前, 在捷联惯导系统中最常用的姿态描述方法是四元数法, 相比欧拉角法, 避免了三角函数的复杂运算, 同时也消除了计算时三角函数带来的奇异性问题。

在文献[2-3]中都采用了基于四元数法的姿态描述方法, 可以看出其计算量仍然比较大, 滤波状态方程维数较高。然而, 在三维空间内确定飞行器姿态只需3个独立的欧拉角, 而四元数法包括4个参数, 显然采用四元数进行姿态解算时计算量存在冗余。为了解决这个问题, 人们开始寻找三维独立参数描述姿态, 其中基于三参数的修正罗德里格参数(Modified Rodrigues Parameters, MRPs)简洁、高效, 逐渐受到人们的重视。本文即采用基于三参数的修正罗德里格参数, 将其引入飞行器姿态解算中以降低姿态估计算法的计算量。

飞行器姿态估计问题属于非线性问题, 目前实际中常用的滤波方法是扩展卡尔曼滤波(EKF)。EKF通过围绕滤波值进行泰勒级数展开并略去二阶及以上

项,将系统线性化。通过文献[4]的结果可以看出,这种线性化仅仅能达到一阶泰勒级数展开的精度,对于强非线性系统误差较大。另外,EKF 在进行线性化的过程中需要求解雅可比矩阵,对于维数较高的系统计算量较大。无迹卡尔曼滤波(UKF)也是目前在姿态估计领域研究较多的算法,其通过无迹变换直接利用非线性模型,因此精度优于 EKF。但是,UKF 对计算误差非常敏感,运算过程中的有限字长及舍入误差常常使得协方差矩阵失去对称性或正半定性,从而产生滤波数值不稳定问题。相对于以上两种方法,粒子滤波摆脱了随机量必须满足高斯分布的约束条件,引起相关领域研究者的广泛注意,并被迅速应用到实际的运动目标跟踪中。但是,其计算量大而且存在粒子退化与贫化的问题,受到现有计算速度的限制,很难运用到微小无人机的姿态估计中,而平方根无迹卡尔曼滤波(SRUKF)则是在 UKF 的基础上应用 Cholesky 因子更新的方法传递更新状态协方差矩阵的平方根,提高了滤波算法的计算效率和数值稳定性。

为了充分发挥两者的优势,本文将 MRP 参数与 SRUKF 算法相结合进行姿态估计。但是,当航姿测量系统处于加速运动状态或周围磁场被干扰时,系统中加速度计及磁场计等传感器输出很难准确地反映姿态信息,为解决上述问题,在 SRUKF 算法基础上引入相应的专家系统,根据环境干扰情况实时调整相关滤波参数,以提高算法的抗干扰性。

1 修正罗德里格参数姿态描述

1.1 修正罗德里格参数定义

描述飞行器姿态的修正罗德里格参数 MRP 定义为^[5]

$$\boldsymbol{\rho} = \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right) \cdot \boldsymbol{n} \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3]^T$,表示 MRP 的 3 个参数; α 为旋转角度; \boldsymbol{n} 为旋转轴。

从式(1)可以看出,当 $\alpha \rightarrow \pm 2\pi$ 时, $\boldsymbol{\rho}$ 的模 $|\boldsymbol{\rho}| \rightarrow \infty$,出现了奇异,等效旋转的最大转角为 $(-360^\circ, 360^\circ)$ 。然而,对于飞行器姿态描述问题而言,在飞行过程中飞行器等效转动角的变化范围远小于 360° ,不会出现奇异的情况。

1.2 基于修正罗德里格参数的矢量变换

在载体坐标系定义的一个矢量记为 $\boldsymbol{r}^b = [x, y, z]$,其变换至导航坐标系上相应的矢量记为 $\boldsymbol{r}^n = [x_1, y_1, z_1]$,则矢量 \boldsymbol{r}^b 变换至 \boldsymbol{r}^n 的变换公式为^[6-7]

$$\boldsymbol{r}^n = \boldsymbol{r}^b + \frac{2}{1 + \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}} [\boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{r}^b + \boldsymbol{\rho} \times (\boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{r}^b)] = \boldsymbol{C} \boldsymbol{r}^b \quad (2)$$

其中,

$$\boldsymbol{C} = \frac{1}{1 + \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}} \begin{bmatrix} 1 + \rho_1^2 - \rho_2^2 - \rho_3^2 & 2(\rho_1 \rho_2 - \rho_3) & 2(\rho_1 \rho_3 + \rho_2) \\ 2(\rho_1 \rho_2 + \rho_3) & 1 - \rho_1^2 + \rho_2^2 - \rho_3^2 & 2(\rho_2 \rho_3 - \rho_1) \\ 2(\rho_1 \rho_3 - \rho_2) & 2(\rho_2 \rho_3 + \rho_1) & 1 - \rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_3^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

矩阵 \boldsymbol{C} 即为由修正罗德里格参数描述的坐标变换矩阵。

通过对比矩阵 \boldsymbol{C} 和欧拉角法得到的方向余弦矩阵即可得到修正罗德里格参数与欧拉角的转换关系,如式(4)所示。

$$\begin{cases} \varphi = \arctan \frac{2(\rho_1 \rho_2 + \rho_3)}{1 + \rho_1^2 - \rho_2^2 - \rho_3^2} \\ \theta = \arcsin \frac{-2(\rho_1 \rho_3 - \rho_2)}{1 + \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}} \\ \gamma = \arctan \frac{2(\rho_2 \rho_3 + \rho_1)}{1 - \rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_3^2} \end{cases} \quad (4)$$

式中, φ 、 θ 、 γ 分别表示滚转角、俯仰角和航向角。

1.3 基于修正罗德里格参数的姿态运动学方程

基于修正罗德里格参数描述的姿态运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \frac{1}{4} [(1 - \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{I} + 2[\boldsymbol{\rho} \times] + 2\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}^T] \boldsymbol{\omega} \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 为载体坐标系下三轴角速率; $[\boldsymbol{\rho} \times]$ 为 $\boldsymbol{\rho}$ 的斜对称矩阵。

2 改进 SRUKF 滤波算法

2.1 SRUKF 滤波算法

非线性系统

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_{k+1} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{X}_k, \boldsymbol{u}_k, \boldsymbol{W}_k) \\ \boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_k, \boldsymbol{V}_k) \end{cases} \quad (6)$$

式中: \boldsymbol{X}_k 为系统状态; $\boldsymbol{f}(\cdot)$ 为 n 维向量函数; $\boldsymbol{h}(\cdot)$ 为 m 维向量函数; \boldsymbol{W}_k 为 n 维系统过程噪声; \boldsymbol{V}_k 为 m 维系统观测噪声。平方根无迹卡尔曼滤波具体实现步骤可总结如下^[8]。

1) 初始化。

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{X}}_0 = E[\boldsymbol{X}_0] \\ \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{X}_0} = \sqrt{E[(\boldsymbol{X}_0 - \hat{\boldsymbol{X}}_0)(\boldsymbol{X}_0 - \hat{\boldsymbol{X}}_0)^T]} \\ \hat{\boldsymbol{X}}_0^a = E[\boldsymbol{X}_0^a] = [\hat{\boldsymbol{X}}_0^T \ \boldsymbol{W}^T \ \boldsymbol{V}^T] \\ \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{X}_0}^a = \sqrt{E[(\boldsymbol{X}_0^a - \hat{\boldsymbol{X}}_0^a)(\boldsymbol{X}_0^a - \hat{\boldsymbol{X}}_0^a)^T]} \end{cases} \quad (7)$$

其中, \boldsymbol{X}_0^a 为系统的增广状态变量。

2) 计算 Sigma 点。

$$\boldsymbol{\xi}_{k-1}^a = [\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} \ \hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} + \gamma \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{X}_{k-1}}^a \ \hat{\boldsymbol{X}}_{k-1} - \gamma \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{X}_{k-1}}^a] \quad (8)$$

3) 计算时间更新方程。

$$\boldsymbol{\xi}_{k,k-1}^x = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\xi}_{k-1}^a, \boldsymbol{\xi}_{k-1}^w, \boldsymbol{u}_{k-1}) \quad (9)$$

$$\hat{X}_{k-1}^- = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} \xi_{i,(k,k-1)}^X \quad (10)$$

$$S_{X_i}^- = qr \left\{ \left[\sqrt{\omega_i^{(c)}} \left(\xi_{(1;2n),(k,k-1)}^X - \hat{X}_k^- \right) \right] \right\} \quad (11)$$

$$S_{X_i}^- = cholupdate \left\{ S_{X_i}^-, \xi_{i,(k,k-1)}^X - \hat{X}_k^-, \omega_0^{(c)} \right\} \quad (12)$$

$$\chi_{k,k-1} = h \left(\xi_{i,(k,k-1)}^X, \xi_{k-1}^V \right) \quad (13)$$

$$\hat{Z}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} \chi_{i,(k,k-1)} \quad (14)$$

4) 计算观测更新方程。

$$S_{Z_i}^- = qr \left\{ \left[\sqrt{\omega_i^{(c)}} \left(\chi_{(1;2n),(k,k-1)} - \hat{Z}_k^- \right) \right] \right\} \quad (15)$$

$$S_{Z_i}^- = cholupdate \left\{ S_{Z_i}^-, \chi_{i,(k,k-1)} - \hat{Z}_k^-, \omega_0^{(c)} \right\} \quad (16)$$

$$P_{X_i Z_i} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} \left(\xi_{i,(k,k-1)}^X - \hat{X}_k^- \right) \left(\chi_{i,(k,k-1)} - \hat{Z}_k^- \right)^T \quad (17)$$

$$K_k = \left(P_{X_i Z_i} / S_{Z_i}^T \right) / S_{Z_i}^- \quad (18)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K_k \left(Z_k - \hat{Z}_k^- \right) \quad (19)$$

$$U = K_k S_{Z_i}^- \quad (20)$$

$$S_{X_i} = cholupdate \left\{ S_{X_i}^-, U, -1 \right\} \quad (21)$$

2.2 改进 SRUKF 滤波算法

当系统的观测向量受到外部干扰而不能准确反映当前真实状态时,如果再按照既定的滤波器参数进行滤波解算就会使系统输出结果产生较大的偏差,甚至出现发散的现象。例如,当载体处于加速运动状态时,加速度信号不能正确地反映载体的姿态角;当载体周围磁场受到干扰时,磁场强度信号不能正确地反映载体的航向信息。本文通过引入专家系统,实时判断飞行器的运动状态及其周围的磁场强度,并调整 SRUKF 滤波算法递推公式中量测噪声矩阵 w ,改变在不同状态下 SRUKF 滤波算法对加速度计以及磁场计信号的依赖度。

当载体处于静态或外部加速度较小时,增大加速度计信号权值,同时估计陀螺仪偏移;当载体外部加速度较大时,减小加速度计信号权值,此时算法主要依赖于陀螺仪信号且不再估计陀螺仪偏移。以三轴加速度计信号的平方和为依据具体判别方法如下:if $a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 < a_T, w_a = w_{a_0}$; if $a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \geq a_T, w_a = k_a / (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)$ 。其中: a_x, a_y, a_z 为三轴加速度计输出信号; a_T 为设定的加速度阈值; w_a 为加速度计量测噪声; w_{a_0} 为初始加速度计量测噪声值; k_a 为加速度增益系数。

对于磁干扰信号的判别与加速度干扰信号判别类似,以三轴磁强计信号的平方和为依据。另外,考虑到航向角变化基本是连续的,防止外界突变磁场对其影响,在上述判别依据的基础上再加入单位时间内航向角的变化量判别。如果单位时间内航向角的变化量超过设定的阈值,系统则认为是外界突变磁场对其作用的结果,系统保持上次输出的结果。其具体判别方法如下:if $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 < m_T, w_m = w_{m_0}$; if $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 \geq m_T, w_m = k_m /$

$(m_x^2 + m_y^2 + m_z^2)$ 。其中: m_x, m_y, m_z 为三轴磁强计输出信号; m_T 为设定的磁场强度阈值; w_m 为磁强计量测噪声; w_{m_0} 为初始磁强计量测噪声值; k_m 为磁场强度增益系数。

3 姿态估计处理模型

由陀螺仪和矢量观测型姿态传感器组成的姿态测量系统是一种常见的方案,本文也采用这种姿态测量系统。将微机械陀螺仪固连于飞行器且其输入轴沿飞行器本体系的 3 个轴安装,可直接测量飞行器的转动角速度;通过加速度计测量重力矢量以及通过磁强计测量地磁场矢量,以此来观测飞行器姿态^[9]。为了构建卡尔曼滤波方程,取描述飞行器姿态的修正罗德里格参数作为状态变量,取加速度计和磁强计信号作为观测变量。

由于微机械陀螺仪信号的漂移误差会给姿态解算的精度带来很大的影响,因此有必要对陀螺仪的漂移误差进行实时估计,将陀螺仪的漂移量引入状态向量。选择状态向量为

$$X^T = [\rho^T \quad \omega_b^T] \quad (22)$$

其中: $\rho^T = [\rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3]$,表示飞行器姿态的修正罗德里格参数; $\omega_b^T = [\omega_{bx} \quad \omega_{by} \quad \omega_{bz}]$,为陀螺仪输出偏移量。

依据式(5)得出系统状态方程为

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} f_1(\rho, \omega) \\ \omega_b \end{bmatrix} \quad (23)$$

其中, $f_1(\rho, \omega) = \dot{\rho} = \frac{1}{4} [(1 - \rho^T \rho) I + 2[\rho \times] + 2\rho \rho^T] \omega$ 。

如果基于矢量观测确定飞行器姿态,则至少需要两个矢量^[10],这里选择重力和地磁场两个矢量为观测矢量。导航坐标系一般采用北、东、地坐标系,在此坐标系下,重力矢量为固定值 $A = [0, 0, g]^T$,地磁场矢量可以实际测得为 $M = [F \cos I, 0, F \sin I]^T$ (g 为当地重力加速度, F 为磁场强度, I 为当地磁倾角)。此时基于加速度计/地磁的姿态估计系统观测方程为

$$F = C[A, M]^T + V_k \quad (24)$$

式中:矩阵 F 为系统输出矩阵;矩阵 C 为由式(3)求出的坐标变换矩阵;矩阵 V_k 为观测噪声。

4 实验及结果分析

本文以微小型飞行器姿态测量系统为平台,该系统由陀螺仪、加速度计和磁强计组成,控制器通过 I²C 总线采集传感器数据,利用相关传感器数据进行上述姿态估计算法的运算,最终得出此时系统的航向和姿态角。其中,SRUKF 滤波器状态向量的初始值根据系统初始航向和姿态角设定;滤波器系统噪声和测量噪

声方差由控制器根据所采集的陀螺仪、加速度计和磁强计数据实时计算得出。

为了验证该算法的有效性,本文分别进行如下 3 个实验。

实验 1 将系统静置于水平面,只利用陀螺仪解算 3 个姿态角。经过 240 s 的测试,由于陀螺仪本身的漂移,解算出的姿态角误差较大且出现发散,如图 1 所示。

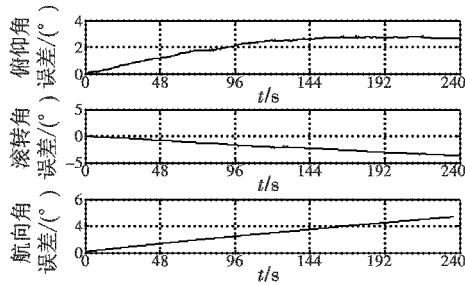


图 1 陀螺仪姿态解算误差

Fig. 1 Gyro attitude solution error

实验 2 与实验 1 同条件,系统加入改进 SRUKF 滤波算法。同样经过 240 s 的测试,可以看出 3 个姿态角误差均收敛,并且俯仰角和滚转角误差均小于 0.05°,航向角误差小于 0.1°,如图 2 所示。

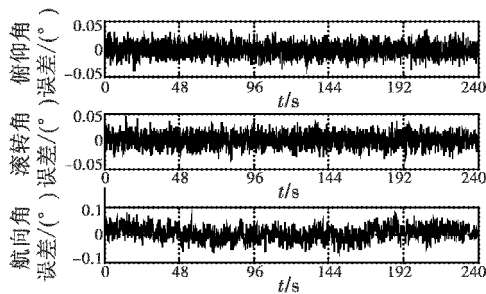


图 2 滤波后静态姿态角误差

Fig. 2 Static attitude angle error with filter

实验 3 将系统置于转台上,分别将俯仰、滚转和航向角设置为幅值为 10°,相位为 π ,频率为 50 Hz 的正弦信号,以验证该系统在加入改进 SRUKF 滤波算法后的动态性能。如图 3 所示,姿态角误差未出现发散现象,俯仰角和滚转角误差小于 0.5°,航向角误差小于 1°,具有良好的稳定性。

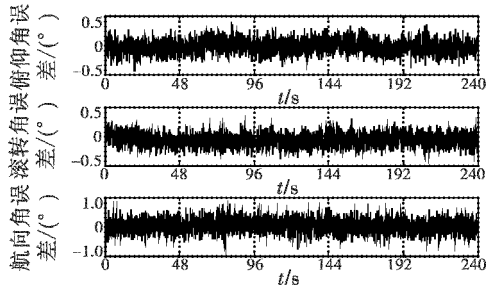


图 3 滤波后动态姿态角误差

Fig. 3 Dynamic attitude angle error after filtering

5 结论

本文介绍了 MRP 参数基本原理,并基于 MRP 参数建立了飞行姿态解算状态方程,简化了飞行姿态解算方法。将专家系统引入 SRUKF 姿态估计算法后,通过专家系统的判别,实时调整滤波器中测量噪声值,有效地抑制了外部环境干扰对系统的影响。静态和动态实验结果表明,该方法具有较好的测量精度,静态和动态都能满足飞行器对姿态精度的要求,但是专家系统的判别条件还不完善,缺乏后期的学习能力。如何提高专家系统的判别能力,还有待进一步研究。

参考文献

- [1] 付梦印,邓志红,闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 2 版. 北京:科学出版社,2010.
- [2] 刘兴川,张盛,李丽哲,等. 基于四元数的 MARG 传感器姿态测量算法[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2012,52(5):627-631.
- [3] 薛亮,苑伟政,常洪龙,等. 用于微型飞行器姿态估计的四元数扩展卡尔曼滤波算法[J]. 纳米技术与精密工程,2009(7):163-167.
- [4] 杨淑洁,曾庆双,伊国兴. 低成本无人机姿态测量系统研究[J]. 传感器与微系统,2012,31(2):15-18.
- [5] HANEPETER S, JUNKINE J L. Stereographic orientation parameters or attitude dynamics; A generalization of the rodriguee parameters[J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1996, 44(1):1-19.
- [6] CHEN Jizheng, YUAN Jianping, FANG Qun. Flight vehicle attitude determination using the modified Rodrigues parameters [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 29(5): 1622-1626.
- [7] RAYMOND K, PER J N, JAN T G. Satellite attitude control by quaternion-based backstepping[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(1):227-232.
- [8] 张红梅,邓正隆,高玉凯. UKF 在基于修正罗德里格参数的飞行器姿态确定中的应用[J]. 宇航学报,2005, 26(2):164-167.
- [9] 郭庆,魏瑞轩,许洁,等. 基于 MRP/NPUP 的地磁/加速度计测量的姿态估计新方法[J]. 宇航学报,2011, 32(2):336-341.
- [10] 周王森,鲍其莲. 组合导航系 UKF 滤波算法设计[J]. 上海交通大学学报,2009,43(3):389-392.
- [11] 渠晋,宋艳君,臧洁,等. 加速度计/磁强计无陀螺捷联惯导姿态解算研究[J]. 光电与控制,2012,19(2): 40-43.