

## PBN 概念下的 GNSS/SINS 组合导航完好性算法

李晓东, 赵修斌, 庞春雷, 何智钦  
(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

**摘要:** 为满足 PBN 中 RNP 规范对导航性能监测与告警要求, 通过估计传统 GNSS/SINS 完好性算法检测统计量的变化率来提高故障检测效率, 并在此基础上, 提出一套基于量测分离的复合式平行滤波算法实现故障排除和量测重构, 算法具有较强的灵活性和适用性。仿真分析表明, 与传统方法相比, 该算法可检测出惯性元件故障, 检测效率更高, 并且适用于多重故障的情形。

**关键词:** 基于性能导航; 组合导航; 慢变故障; 故障检测与排除

**中图分类号:** V271.4      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2013)01-0044-05

## Integrity Monitoring of Integrated GNSS/SINS System Based on PBN

LI Xiaodong, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, HE Zhiqin  
(College of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** In accordance with the strict demand of Performance Based Navigation (PBN) on navigation performance monitoring, a set of integrity monitoring algorithm for integrated GNSS/SINS system was presented for increasing the fault detection efficiency. Based on which, a combined parallel filtering algorithm was used for fault exclusion. The simulation results showed that by using the algorithm, both GNSS and Inertial Measurement Unit (IMU) failure can be detected, and the detecting efficiency for Slowly Growing Errors (SGEs) was improved. In addition, the algorithm is adaptable to multiple measurement failures.

**Key words:** Performance Based Navigation(PBN); integrated navigation; Slowly Growing Error(SGE); Fault Detection and Exclusion(FDE)

### 0 引言

基于性能的导航(Performance Based Navigation, PBN)是国际民航组织在整合各国区域导航(RNAV)和所需导航性能(RNP)运行实践及技术标准的基础上,提出的一种新型运行概念。PBN 运行将主要依靠全球卫星导航系统(GNSS),考虑到运行的安全性和可靠性,RNP 规范要求 GNSS 接收机必须具备机载增强(ABAS)功能,以提供完好性监测和告警,并对故障检测告警能力作出了严格的规定<sup>[1-2]</sup>。本文讨论的机载增强形式是利用 GNSS 和惯导信息组合进行完好性监测。

GNSS 与 INS 组合,多采用高精度、高可靠性且具备冗余度的惯导系统作为参考系统<sup>[3]</sup>,基本忽略惯性元件发生故障的情况;但近年来出于对提高经济效益

需要的考虑,工程中广泛应用微小型、低成本的捷联惯导元件(如 MEMS),其可靠性较低,惯性元件的故障检测与排除成为必须要解决的问题。同时,在假设惯导系统高可靠性的基础上,国外学者针对卫星导航系统,基于不同的滤波器结构,主要提出了 3 种完好性监测算法:残差 $\chi^2$ 检验法(RCTM)、多解分离法(MSS)和自主完好性检测外推法(AIME)<sup>[4-6]</sup>。其中,RCTM 算法和 MSS 算法是基于当前历元观测的“快照法”,而 AIME 算法则是包含历史观测量的“连续”法。比较来看:对于检测难度较大的慢变故障(SGEs),RCTM 算法难以适用;MSS 算法的可用性可以严格证明,但衡量算法可靠性的水平保护限(HPL)要求较高,导致算法可用性降低;AIME 算法计算量小,水平保护限较低,但单一的 AIME 算法不具备排除故障量测的能力<sup>[7]</sup>;此外,MSS 算法及 AIME 算法只针对单一故障,并且对慢变故障的检测速率仍有待提高。

针对上述问题,并综合 MSS 算法和 AIME 算法的

优缺点,本文系统提出一套复合式平行滤波完好性算法,对组合导航完好性监测进行了 3 方面的改进:1) 将捷联惯导系统(SINS)位置解算与 GNSS 星历结合,附加为虚拟的伪距量测,对其进行完好性监测;2) 在 AIME 算法基础上进行改进,形成速率检测型完好性算法,大幅提高慢变故障的检测效率,同时降低了水平保护限;3) 借鉴 MSS 算法思想,通过量测隔离进行故障排除,以适用于存在多个故障的情况。

## 1 附加式 GNSS/SINS 紧耦合

如图 1 所示,经“数字平台”进行导航解算后的 SINS 输出与 GNSS 广播的星历数据结合,转换为虚拟伪距测量  $\rho_{\text{SINS}}$ ,独立地附加到 GNSS 伪距量测中,通过紧耦合方式进行接收机位置估计。此时 SINS 与星历数据结合等效为一颗虚拟可见星。

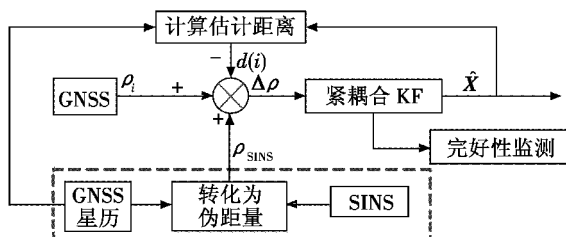


图 1 附加式紧耦合结构

Fig. 1 Piggy back architecture

### 1) 状态方程。

以地心地固坐标系为参考坐标系,选取状态量为

$$\mathbf{X} = [\Delta \mathbf{p} \quad \Delta \mathbf{v} \quad \Delta \mathbf{c} \quad \Delta \mathbf{a}] \quad (1)$$

式中:  $\Delta \mathbf{p}$  为三维位置误差向量;  $\Delta \mathbf{v}$  为三维速度误差向量;  $\Delta \mathbf{c}$  为由接收机钟漂和频漂对应的距离误差组成的二维向量;  $\Delta \mathbf{a}$  为三维加速度误差向量。由此可得到状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}\mathbf{W}(t) \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{G}$  为系统噪声驱动阵;  $\mathbf{W}$  为系统噪声向量。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{F}_{3,3} & \mathbf{0}_{2 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{11 \times 11} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{F}_{3,3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ; 系统噪声  $\mathbf{W}$  的方差阵  $\mathbf{Q}$  为对角阵。

### 2) 量测方程。

图 1 中:  $\rho_{\text{SINS}}$  表示 SINS 系统与星历数据结合转换得到的虚拟伪距;  $\rho_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示 GNSS 接收机到第  $i$  颗卫星的伪距;  $d(i)$  表示滤波器输出的位置估计与第  $i$  颗卫星的距离;  $\Delta \rho$  表示相应的  $n+1$  维差值

向量,并作为量测<sup>[8]</sup>,即  $\mathbf{Z} = \Delta \rho = \boldsymbol{\rho} - \mathbf{d}$ 。

进一步建立量测方程为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{V}$  为量测噪声向量;  $\mathbf{H}$  为  $(n+1) \times 11$  维观测矩阵。

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1 \times 3}^{(1)} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{H}_{1,3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_{1 \times 3}^{(i)} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{H}_{i,3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_{1 \times 3}^{(n+1)} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{H}_{n+1,3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{H}_{i,3} = [1 \quad 0]$ ;  $\mathbf{e}_{1 \times 3}^i = [-e_x^i \quad -e_y^i \quad -e_z^i]$ 。

向量中各元素分别表示 GNSS 接收机到第  $i$  颗卫星(含虚拟卫星)单位观测矢量在 ECEF 坐标系中的三轴分量<sup>[9]</sup>。

量测噪声的  $n+1$  阶方差阵  $\mathbf{R}$  可近似为

$$\mathbf{R} = k\mathbf{I} \quad (7)$$

式中,  $k$  为可调常数。将状态方程和观测方程离散化,然后代入卡尔曼滤波方程组进行递推运算,即可得到组合导航结果。

由此可知, SINS 位置输出与星历中任意一颗卫星数据构成外部伪距测量,解决了进行 SINS 自主完好性检测时缺少冗余观测量的问题,从而实现对 SINS 系统的故障检测与排除;此外,由 SINS 测量转换的虚拟伪距,可以根据星历数据来选择虚拟卫星构造最佳的几何构型,降低几何误差因子 GDOP,提高定位精度。

## 2 速率检测型完好性监测算法

告警时间(TTA)是衡量完好性监测水平的重要指标,在相同误警率和漏警率条件下,告警时间越短监测性能越好。对于相同的慢变故障, MSS 算法和 AIME 算法在同等条件下所需的检测时间基本持平<sup>[7]</sup>。为进一步缩短 TTA,在 AIME 算法的基础上提出了一种更为高效的算法。

### 2.1 AIME 算法

传统的 RAIM、RCTM 及 MSS 完好性算法关注的是单一历元的新息,称为“快照法(Snap Shot)”,而 AIME 算法是考察多历元新息的一种连续性算法。AIME 算法在文献[8,10]中分别进行了不同程度的再现,本文侧重从信息分配的角度进行阐释。

参照卡尔曼滤波基本方程,由某历元开始递推  $k$  步,任意一步新息向量  $\mathbf{r}$  可表示为

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{Z}(i) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}_{i/i-1} \quad (8)$$

式中,  $\hat{\mathbf{X}}_{i/i-1}$  表示第  $i$  步历元的状态预测,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ 。新息向量  $\mathbf{r}$  的协方差矩阵为

$$\mathbf{A}(i) = \mathbf{H}\mathbf{P}_i\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{P}_i$  表示第  $i$  步预测均方误差阵;  $\mathbf{R}$  表示量测噪声序列的方差阵。

考察上述  $k$  步历元的新息向量, 根据“信息分配原则”, 首先构造总信息量为

$$\mathbf{A}_k^{-1} = \sum_{i=1}^k \mathbf{A}^{-1}(i) \quad (10)$$

则各历元新息的信息分配阵为

$$\boldsymbol{\beta}(i) = \frac{\mathbf{A}^{-1}(i)}{\mathbf{A}_k^{-1}} \quad (11)$$

对  $k$  步历元新息进行加权求和, 构造总的新息量为

$$\mathbf{r}_k = \sum_{i=1}^k \boldsymbol{\beta}(i) \mathbf{r}(i) = (\mathbf{A}_k^{-1})^{-1} \sum_{i=1}^k \mathbf{A}^{-1}(i) \mathbf{r}(i) \quad (12)$$

根据最大似然估计理论<sup>[11]</sup>构造检验统计量为

$$\mathbf{S}_k^2 = \mathbf{r}_k^T \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{r}_k \quad (13)$$

根据不同的完好性检测需求可以设置不同的外推历元数  $k$ 。在无故障时检验统计量服从中心化  $\chi^2$  分布, 否则为非中心化  $\chi^2$  分布, 自由度与量测维数相同, 从而, 可以根据相应的虚警率和误警率确定检测门限  $T_D$  及水平保护限值 HPL<sup>[12]</sup>。相关仿真分析表明, AIME 算法的 HPL 值大大低于相同条件的 MSS 算法<sup>[13]</sup>。

## 2.2 AIME 改进(速率检测型算法)

如图 2 所示, 采用 2.1 小节中阐述的附加式紧耦合滤波器, 并提取 AIME 方法的检测统计量  $\mathbf{S}_k$ , 将其作为速率检测滤波器的量测, 估计  $\mathbf{S}_k$  的变化率, 在判决器中与判决门限进行比较, 从而提供及时的告警。其中, 速率检测型滤波器构造如下所述。

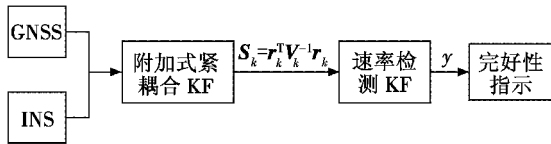


图2 速率检测型完好性算法

Fig. 2 Rate detector algorithm

1) 状态方程。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}\mathbf{W}(t) \quad (14)$$

其中, 速率检测卡尔曼滤波器中的状态向量为

$$\mathbf{X} = [p \quad v \quad \mathbf{a} \quad b]^T \quad (15)$$

式中:  $p$  为统计量  $\mathbf{S}_k$  的值;  $v$  为统计量变化速度;  $\mathbf{a}$  为统计量变化加速度;  $b$  为构造的量测纠偏量, 用以抵消  $\mathbf{S}_k$  的残余误差。状态转移矩阵  $\mathbf{F}$  为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中,  $\lambda$  为受系统噪声影响的可调常量。

2) 量测方程。

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{X}(t) + \mathbf{V} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad -1]$ 。

$$\mathbf{Z} = \mathbf{r}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} \quad (18)$$

3) 输出方程。

$$y = \mathbf{C}\mathbf{X} \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{C} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$ ; 变化速率  $y$  即为速率检测算法的检验统计量。

当 GNSS/SINS 组合系统无故障时,  $y$  服从均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的高斯分布, 当单一慢变故障发生时,  $y$  服从均值为  $\mu$ 、方差为  $\sigma^2$  的高斯分布, 并作如下假设: 1) 无故障  $H_0$  时,  $E(y) = 0, y \sim N(0, \sigma^2)$ ; 2) 有故障  $H_1$  时,  $E(y) \neq 0, y \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。

由假设条件, 当无故障时系统处于正常检测状态, 如果出现检测告警则为误警。如果给定误警概率为  $P_{FA}$ , 共有  $n$  个量测可用(包括虚拟伪距), 则有

$$P(y > T_D) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{T_D}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy = P_{FA}/n \quad (20)$$

构造  $J(T_D)$  函数为

$$J(T_D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{T_D}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy \quad (21)$$

从而可以简化式(20), 得

$$J(T_D/\sigma) = P_{FA}/n \quad (22)$$

进一步得到检测门限为

$$T_D = \sigma J^{-1}(P_{FA}/2n) \quad (23)$$

需要说明的是, 之所以不在 MSS 算法上进行改进, 是由于它的检验统计量是主辅滤波器位置估计的差异<sup>[14]</sup>。当卡尔曼滤波器的动态模型发生变化时, 需要频繁地转换计算, 而 AIME 算法针对量测新息, 具有更好的独立性和通用性。

## 3 复合式平行 FDE

从第 2 节的速率检测型算法可以看出, 单一的速率检测滤波不具备故障排除(FE)的能力, 因此借鉴 MSS 算法思想, 通过构造复合式平行滤波器进行量测分离, 从而实现故障检测和排除功能(FDE)。

如图 3 所示, 主滤波器的位置估计和完好性指示是基于  $n$  颗可见星和 SINS“伪卫星”提供的所有量测 ( $n+1$  维),  $n+1$  个一级子滤波器分别将某一量测分离出去后利用  $n$  维量测进行滤波, 以此类推, 二级子滤波器排除某 2 个量测后进行位置估计和完好性检测。

系统工作过程中, 主滤波器若检测到故障产生告警时, 考察一级子滤波器组的完好性, 当有且只有 1 个子滤波器无告警时, 可推断并排除单一故障量测; 否则, 进一步考察二级子滤波器组的完好性情况, 显然, 导致这种情况出现的故障量测在 2 个以上。另外, 在故障排除过程中要根据可见星数和卫星几何构型做出

完好性检测和故障排除的可用性指示。

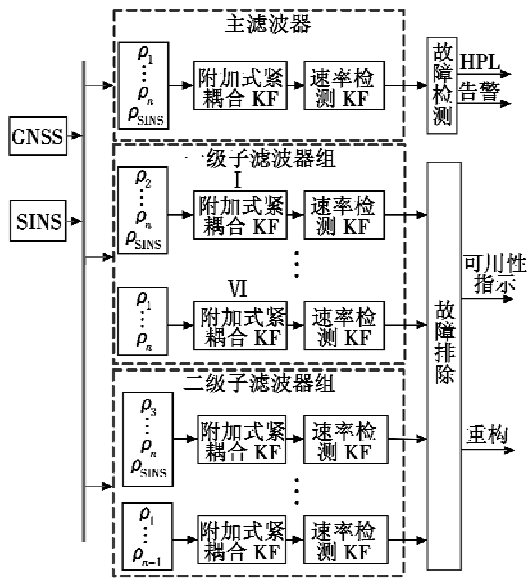


图 3 复合式平行 FDE 结构

Fig. 3 Parallel filters using the piggy back architecture

值得注意的是,进一步假设出现 3 个以上量测故障时,该算法仍然可以通过增加三级以上的子滤波器组或者联合一、二级滤波器的检测结果进行逻辑推断,最终达到排除故障的目的。

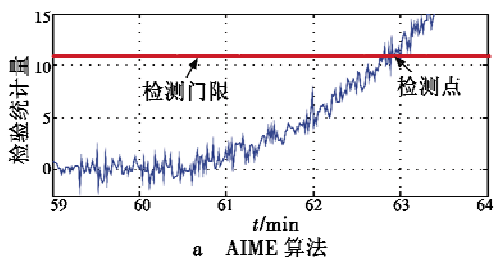
### 4 仿真分析

为了验证本文所设计的速率检测型算法及复合式平行滤波器性能,建立了一套完整的数学虚拟仿真平台,包括轨迹产生器、GNSS 模拟器、SINS 模拟器、GNSS/SINS 紧耦合卡尔曼滤波器以及完好性检测模块等。设置 15° 遮蔽角,选取可见星数为 5,分别记作:SV1、SV2、SV3、SV4、SV5;数据更新率 1 Hz;SINS 数据更新率 100 Hz;仿真时间 7200 s,误检率  $P_{FA}$  为  $10^{-5}$ ,漏检率  $P_{MA}$  为  $10^{-3}$ 。

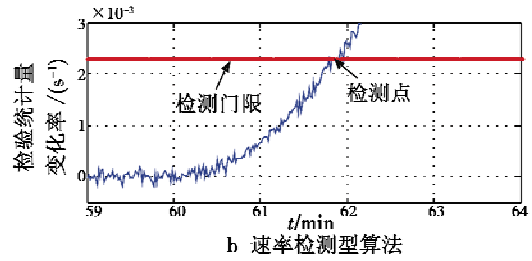
#### 4.1 速率检测型完好性算法仿真

仿真首先针对 2 小节提到的两种完好性算法,相同滤波结构下对同一量测(例如 SV2)在同一时间点引入 0.1 m/s 的慢变故障,比较 AIME 算法与速率检测型算法的故障检测效率。

如图 4 所示,AIME 算法的告警时间约为 174 s,而速率检测型算法仅为 108 s 左右。



a AIME 算法



b 速率检测型算法

图 4 两种完好性算法效率比较

Fig. 4 The comparison of two algorithms

#### 4.2 复合式平行 FDE 仿真

为验证 3 小节的复合式平行滤波结构的故障检测排除能力,分别设置单一故障和双重故障,并着重考察对 SINS 的故障响应情况。

在 60 min 处,滤波器处于稳态时,引入陀螺仪在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的慢变故障分别为  $1 (^{\circ})/h$ 、 $2 (^{\circ})/h$  和  $1 (^{\circ})/h$ ,以及加速度计的故障分量分别为  $10^{-3} g$ 、 $2 \times 10^{-3} g$  和  $3 \times 10^{-3} g$ 。图 5 所示为 6 个一级子滤波器的检测统计量随时间变化曲线。可以看出,引入故障约 8 min 后,5 条曲线先后到达检测门限产生告警,而不含 SINS 虚拟伪距量测的子滤波器(VI)检测统计量无明显变化,从而可断定 SINS 故障,并将 VI 重构为主滤波器。

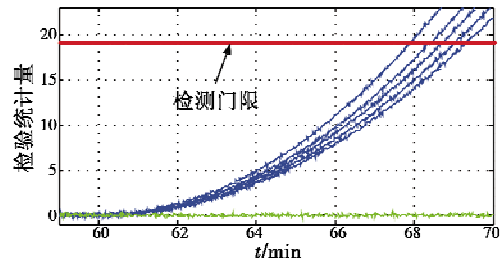


图 5 SINS 故障检测排除

Fig. 5 The case of multiple filter test statistics for occurrence of SINS failure

同样,在 60 min 处,SINS 故障的同时,再对某卫星(SV5)量测引入 3 m/s 的慢变故障。如图 6 所示,系统首先检测到 SV5 故障,随后检测出 SINS 故障,为简明起见,图中只展示两条故障检测曲线。由于排除 SV5 量测后可见星数减少,所以故障检测门限也发生了相应的变化。

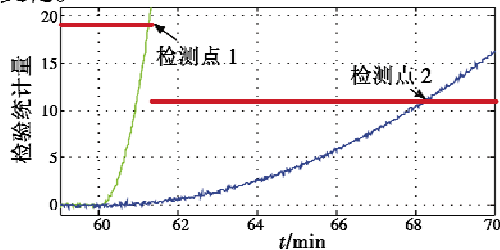


图 6 双重故障同时发生的检测排除

Fig. 6 The case of simultaneous onset of failure in INS and GNSS

## 5 小结

针对基于性能导航 PBN 对完好性的要求,本文以附加式紧耦合卡尔曼滤波结构和 AIME 完好性算法为基础,构造了速率检测型滤波器,并进一步拓展为复合式平行滤波完好性算法。仿真分析表明,该算法成功引入了对惯导系统的故障检测,提高了对慢变故障的检测效率,并且对多重故障情况依然有效。

### 参考文献

- [1] ICAO Doc 9613. Performance Based Navigation (PBN) manual[S]. 3rd ed. 2008.
  - [2] Federal Aviation Administration. Roadmap for performance-based navigation [Z]. Federal Aviation Administration, Washington, DC, July 2006.
  - [3] NIKIFOROV I. Integrity monitoring for multi-sensor integrated navigation systems [C]//Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of Navigation (ION GPS 2002), 2002:579-590.
  - [4] 秦永元,张洪钺,王叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理 [M]. 西安:西北工业大学出版社,1998.
  - [5] BRENNER M. Integrated GPS/Inertial fault detection availability [C]//Proceedings of ION GPS-95, Palm Springs, Virginia, USA, 1995:1949-1958.
  - [6] DIESEL J, KING J. Integration of navigation systems for fault detection, exclusion, and integrity determination, with-out WAAS [C]//Proceedings of the 1995 Technical Meeting of Navigation, 1995:683-692.
  - [7] LEE Y C, O'LAUGHLIN D G. A performance analysis of atightly coupled GPS/Inertial system for two integrity monitoring methods [J]. Journal of Navigation, ION GPS 1999:1187-1200.
  - [8] 刘海颖,冯成涛,王惠南. 一种惯性辅助卫星导航系统及其完好性检测方法[J]. 宇航学报,2011,32(4):775-780.
  - [9] 谢刚. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社,2009.
  - [10] 黄国荣,彭兴钊,郭创,等. 基于 GPS/SINS 紧耦合系统的新息外推法[J]. 计算机应用,2011,31(8):2289-2292.
  - [11] 赵树杰,赵建勋. 信号检测与估计理论[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
  - [12] DIESEL J, LUU S. GPS/IRS AIME; Calculation of thresholds and protection radius using chi-square methods [C]//Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of Navigation (ION GPS 1995), 1995:1959-1964.
  - [13] LIU H, ZHENG G, WANG H, et al. Research on integrity monitoring for integrated GNSS/SINS system [C]//The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation, Harbin, China, 2010:1990-1995.
  - [14] YOUNG R S Y, MCCRAW G A. Fault detection and exclusion using normalized solution separation and residual monitoring methods [J]. Navigation, 2003, 50(3):151-170.
- 
- (上接第 13 页)
- [4] MOON J, SATTIGERI R J, PRASAD J V R, et al. Adaptive guidance and control for autonomous formation flight [C]//American Helicopter Society 63rd Annual Forum, Virginia Beach, VA, 2007.
  - [5] SATTIGERI R J, CALISE A J, EVERS J H. An adaptive vision-based approach to decentralized formation control [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Providence, RI, 2004:1-24.
  - [6] TAHK M J, PARK C S, RYOO C K. Line-of-sight guidance laws for formation flight [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(4):708-716.
  - [7] 方挺. 无人机协同编队飞行中的视觉感知关键技术研究 [D]. 南京:南京航空航天大学,2008.
  - [8] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality [J]. Automatica, 2000, 36(6):789-814.
  - [9] RICHARDS A, HOW J. Decentralized model predictive control of cooperating UAVs [C]//Proceeding of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004, 4:4286-4291.
  - [10] BORRELLI F, KEVICZKY T, BALAS G J. Collision-free UAV formation flight using decentralized optimization and Invariant sets [C]//Proceeding of the 43rd IEEE Conference and Control, 2004, 1:1099-1104.
  - [11] ZHANG X Y, DUAN H B, YU Y X. Receding horizon control for multi-UAVs close formation control based on differential evolution [J]. Sci China Inf Sci, 2010, 53(2):223-235.