

## 混沌粒子群优化粒子滤波算法

陈志敏, 薄煜明, 吴盘龙, 于胜龙  
(南京理工大学自动化学院, 南京 210094)

**摘要:** 针对基于粒子群优化算法的粒子滤波计算复杂度大, 并且容易陷入局部最优, 提出了一种新的基于混沌的粒子群优化粒子滤波算法。该算法在粒子群优化的基础上, 引入混沌序列, 利用混沌运动的遍历性、随机性等特点改善了初始样本的质量, 同时利用混沌扰动避免搜索过程陷入局部最优, 使算法具有更快的收敛速度和更好的全局搜索能力。最后利用 UNGM 模型将该算法与标准粒子滤波和粒子群粒子滤波进行仿真对比, 并利用纯角度目标跟踪模型验证了算法的有效性。实验结果表明, 该算法改善了粒子群优化算法的粒子滤波易陷入局部最优的现象, 提高了粒子滤波的精度和速度, 具有较高的应用价值。

**关键词:** 粒子滤波; 混沌; 粒子群优化; Logistic 映射

**中图分类号:** V271.4; TP273

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1671-637X(2013)01-0036-05

## A Chaos Particle Swarm Optimization Particle Filter Algorithm

CHEN Zhimin, BO Yuming, WU Panlong, YU Shenglong

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Particle Filter based on Particle Swarm Optimization algorithm (PSO-PF) has high calculation complexity and is easily trapped in local optimum. To solve these problems, a novel particle filter based on chaos particle swarm was proposed. On the basis of PSO, this algorithm introduced chaos sequence, by use of the ergodicity and randomness of chaos, the quality of the original sample was improved. In the meanwhile, chaos perturbation was utilized to avoid the search being trapped in local optimum. Therefore, the algorithm had faster convergence speed and better global search capability. UNGM model was used for simulation to compare the algorithm with Particle Filter (PF) and PSO-PF, and Bearings-only tracking (BOT) model was used to verify the effectiveness of the algorithm. The simulation results show that this algorithm not only reduces the local optimization, but also improves the velocity and precision, so it has a high application value.

**Key words:** Particle Filter(PF); chaos; particle swarm optimization; Logistic mapping

### 0 引言

粒子滤波(Particle Filter, PF)<sup>[1]</sup>是一种基于蒙特卡罗方法的滤波技术, 由于其状态函数和观测函数并未要求非线性环境下, 所以 PF 不受系统线性和高斯噪声的限制, 被广泛应用于目标跟踪、定位导航、故障检测等领域。针对 PF 的权值退化问题, 文献[2]提出了重采样方法。但是, 重采样算法仅复制大权值样本, 会导致粒子的匮乏, 这在文献[3-4]都已证明。

将智能算法融入 PF, 成为 PF 技术的一大突破。将粒子群优化算法(PSO)引入 PF 中, 得到粒子群优化粒子滤波算法(PSO-PF)<sup>[5]</sup>, 通过引入最新的量测值, 并利用 PF 优化采样过程, 使得采样分布向高后验概率区域运动。PSO-PF 改善了 PF 的粒子退化的现象, 其可调参数少, 精度较高, 易于实现, 但是该算法往往会陷入局部最优, 并且迭代次数多, 计算复杂度较大, 难以满足实际工程应用的需要。

本文提出一种基于混沌粒子群优化的粒子滤波算法(CPSO-PF), 该算法利用混沌初始化粒子的初始位置, 提高了样本的质量, 并且对当前粒子产生混沌扰动, 促使粒子跳出局部极值, 从而有利于在全局范围内寻找到最优值, 提高了滤波的精度和稳定性, 同时减少了迭代次数。

收稿日期: 2011-11-22

修回日期: 2012-01-09

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61104196); 国家自然科学基金青年基金(61203266); 高等学校博士学科点专项科研基金博士类(20113219110027)

作者简介: 陈志敏(1986—), 男, 江苏镇江人, 博士生, 研究方向为粒子滤波、目标跟踪。

## 1 PF 原理

PF 是一种将蒙特卡罗方法和贝叶斯理论结合的方法<sup>[6-7]</sup>,其在状态空间里寻找一组随机样本对后验概率密度进行近似,用样本均值代替积分运算,从而获得最小方差估计。PF 的关键思想是利用一组加权的随机样本  $x_k = \{x_k^i, w_k^i\}_{i=1}^N$  来近似表征后验概率密度

$$P(x_k | y_{1:k}) \approx P_{N_k}(x_k | y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N_k} w_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (1)$$

式中:  $x_k$  为  $k$  时刻的状态值;  $y_{1:k}$  为 1 至  $k$  时刻的观测值;  $w_k^i$  为  $k$  时刻粒子  $i$  的权重。当式(1)随着观测值递推更新时,可用样本均值代替原先需要依据后验概率密度函数进行的积分运算,从而获得最小的方差估计,这里所谓的“粒子”指代样本。

## 2 PSO-PF 算法

### 2.1 基本 PSO 算法

PSO 算法<sup>[8]</sup>是基于群体智能优化理论的算法,通过群体中粒子的竞争与合作产生的群体智能指导优化<sup>[9]</sup>。PSO 算法可以表述为:随机初始化一个粒子束为  $m$  的粒子群。其中:迭代次数为  $n$ ;第  $i$  个粒子的位置为  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ ;速度  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$ 。每次迭代,粒子通过个体极值  $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{in})$  和全局极值  $G = (g_1, g_2, \dots, g_n)$  更新自己的速度和位置,从而达到寻优效果<sup>[10]</sup>。更新公式为

$$V_i = k \times V_i + c_1 \times \text{Rand}() \times (P_i - X_i) + c_2 \times \text{Rand}() \times (G - X_i) \quad (2)$$

$$X = X_i + V_i \quad (3)$$

式中:  $\text{Rand}$  为介于  $(0, 1)$  之间的随机数;  $k$  为惯性系数;  $c_1$  和  $c_2$  为学习因子。

### 2.2 标准 PSO-PF 算法描述

常规的 PF 的重要性采样过程不是最优,而将 PSO 融入 PF,可以优化 PF 的采样,使得粒子集在更加趋向于高似然区域,从而解决了粒子的贫乏问题。PSO 与 PF 结合,关键是利用粒子的历史最优状态值  $P_{pbest}$  和种群中的目标函数值最大的粒子的状态值  $P_{gbest}$ ,通过式(4)和式(5)对粒子的速度和位置进行更新,从而使粒子不断地逼近真实状态。

$$V_k^i = |\text{Rand } n| \times (P_{pbest} - X_{k-1}^i) + |\text{Rand } n| \times (P_{gbest} - X_{k-1}^i) \quad (4)$$

$$X_k^i = X_{k-1}^i + V_{k-1}^i \quad (5)$$

## 3 CPSO-PF 算法

### 3.1 混沌及运动特性

混沌是在自然界广泛存在的一种非线性现象,它

具有随机性、遍历性及规律性等特点<sup>[11]</sup>。

混沌可以定义为由确定性方程得到的随机性的运动状态<sup>[12]</sup>,本文算法利用 Logistic 映射得到混沌序列,其迭代公式为

$$z_{i+1} = \mu z_i (1 - z_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \mu \in (2, 4] \quad (6)$$

式中,  $\mu$  为控制参量,当  $\mu = 4, 0 \leq z_0 \leq 1$  时, Logistic 处于完全混沌状态,此时利用混沌运动的特性可以进行优化搜索。优化搜索的基本思想是产生与待优化变量数目相同的一组混沌序列,将其映射到样本中,使样本呈现混沌状态。同时将混沌的遍历范围映射到待优化变量的支撑区间,然后利用混沌变量进行搜索,本文的仿真在  $\mu = 4$  时进行。由于混沌运动具有随机性、遍历性,使得基于混沌的搜索方法更具有优越性。

### 3.2 CPSO-PF 的改进及算法步骤

1) 在标准粒子群优化粒子滤波 (PSO-PF) 中,初始化是一个简单的随机化的过程,对于样本的质量不能保证,容易出现样本分布的叠加和间隙。针对该问题,本文算法将混沌引入 PSO-PF 得到 CPSO-PF,其利用混沌运动的遍历性,产生初始样本,提高了样本的质量。

2) PSO-PF 在利用式(4)和式(5)更新粒子的速度和新的位置的时候,本质上是利用本身信息、个体极值信息和全局信息来指导下一步迭代位置。这实际上是一个正反馈的过程,当本身信息和个体极值信息占优势时,该算法容易陷入局部最优解。针对该问题,本文算法对当前粒子附加混沌扰动,使粒子更容易跳出局部极值区间,减轻了局部最优现象,提高了全局搜索能力,使得算法更容易在全局范围内寻找到最优值。

CPSO-PF 的算法步骤如下。

1) 在  $k=0$  时刻,在初始时刻从重要性函数中采样  $N$  个粒子  $\{x_{0,k}^i, i=1, \dots, N\}$  作为样本,并记录其支撑区间  $[a_0, b_0]$ 。重要性密度函数表示为

$$x_k^i: q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k) = p(x_k^i | x_{k-1}^i) \quad (7)$$

令适应度函数为

$$Y = \exp\left[-\frac{1}{2R_k}(z_{\text{new}} - z_{\text{pred}})\right] \quad (8)$$

式中:  $z_{\text{new}}$  为最新量测值;  $z_{\text{pred}}$  为量测估计值。

2) 计算重要性权重。

$$w_k^i = w_{k-1}^i p(z_k | x_{k-1}^i) = w_{k-1}^i \frac{p(z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k)} = w_{k-1}^i p(z_k | x_k^i) \quad (9)$$

3) 产生  $[0, 1]$  之间的随机数  $z_0$ , 根据混沌计算式(6),得到新的  $N$  维向量  $z = \{z_1, z_2, z_3, \dots, z_N\}$ , 利用式(10)将其映射到重要性函数采样点的区间  $[a_0, b_0]$  内,即

$$x^i = [a + (b - a) \cdot z^i] \quad (10)$$

式中,  $\circ$  表示向量之间的点乘。得到  $N$  个混沌赋值后的初始样本为  $x_0^i = \{x_0^1, x_0^2, x_0^3, \dots, x_0^N\}$ 。

4) 根据式(6)得到  $u_i = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_N\}$ ,  $x_e$  为当前粒子的个体极值。

根据速度更新公式

$$V_k^i = |Rand\ n| \times (pb - x_k^i) + |Rand\ n| \times (pg - x_k^i) \quad (11)$$

式中:  $pb$  为最优状态值;  $pg$  为种群中的目标函数值最大的粒子状态值。

更新粒子的速度, 并将速度限制在  $v_{max}$  内; 将  $u$  映射到混沌扰动的范围  $[-\beta, \beta]$  内, 扰动量为

$$Vx_i = -\beta + 2\beta u_i \quad (12)$$

$$x_k^i = x_k^i + v_{k-1} \quad (13)$$

$$x_k^i = x_k^i + v_{k-1} + Vx_i \quad (14)$$

比较适应度, 若  $Y(x_k^i) > Y(x_k^i)$ ,  $x_k^i = x_k^i$ , 反之  $x_k^i$  不变。

$$pb_k^i = \begin{cases} pb_k^i, & Y(x_e) < Y(pb_k^i) \\ x_e, & Y(x_e) > Y(pb_k^i) \end{cases} \quad (15)$$

$$pg_k \in \{x_k^1, x_k^2, x_k^3, \dots, x_k^N | Y(x) = \max\{Y(x_k^1), Y(x_k^2), Y(x_k^3), \dots, Y(x_k^N)\}\} \quad (16)$$

当粒子最优值的目标值符合初始设定的阈值  $\varepsilon$  时, 说明粒子已分布在真实值附近; 或循环到达最大迭代次数时, 此时停止粒子的优化迭代。否则重新执行步骤4)。

5) 计算优化后的粒子重要性权值, 并进行权重归一化。

$$w_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i \quad (17)$$

6) 状态输出。

$$\tilde{x} = \sum_{i=1}^N w_k^i x_k^i \quad (18)$$

## 4 实验结果

### 4.1 单变量非静态增长模型

利用单变量非静态增长模型(UNGM)进行仿真, 过程模型为

$$x(t) = 0.5x(t-1) + \frac{25x(t-1)}{1 + [x(t-1)]^2} + 8\cos[1.2(t-1)] + w(t) \quad (19)$$

量测模型为

$$z(t) = x(t)^2/20 + v(t) \quad (20)$$

式中,  $w(t)$  和  $v(t)$  均为零的高斯噪声。该系统为似然函数呈双峰的高度非线性系统, 传统的滤波方法较难处理该系统<sup>[13]</sup>。用PF、PSO-PF、CPSO-PF进行状态估计跟踪,

均方根误差公式为  $E_{RMS} = \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \tilde{x}_t)^2 \right]^{1/2}$ 。

1) 令粒子数  $N = 100$ , 过程噪声方差  $Q = 10$ , 量测噪声方差  $R = 1$ , 如图1所示, 取单次仿真结果进行500次蒙特卡罗仿真, 结果如表1所示。

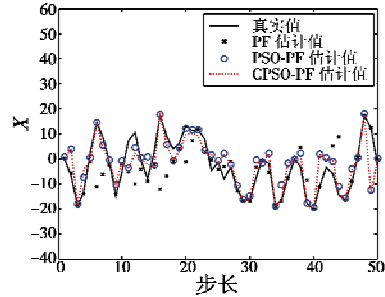


图1 不同算法的状态估计值

Fig.1 State estimation of different algorithms

表1 UNGM模型仿真结果数据比较

Table 1 Comparison of simulation parameters by UNGM model

参数	算法	均方根误差	运算时间/s
$N = 100, Q = 10,$ $R = 1$	PF	2.6732	0.3427
	PSO-PF	1.6874	0.5201
	CPSO-PF	1.3242	0.4563
$N = 100, Q = 20,$ $R = 1$	PF	5.6372	0.3454
	PSO-PF	2.8648	0.5237
	CPSO-PF	2.4182	0.4607

2) 当取粒子数  $N = 100$ , 过程噪声方差  $Q = 20$ , 量测噪声方差  $R = 1$  时, 如图2所示取单次仿真结果, 进行500次蒙特卡罗仿真, 结果如表2所示。

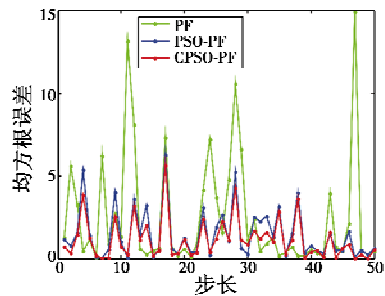


图2 不同算法的均方根误差曲线

Fig.2 RMSE of different algorithms

表2 3种算法的平均代价

Table 2 Average cost of the three algorithms

算法	PF	PSO-PF	CPSO-PF
平均代价平均值	0.3622	0.2236	0.1563
平均代价最小值	0.0367	0.0281	0.0152

由表1实验结果及图1~图4可以看出, 基于PSO的两种PF的误差明显小于标准PF, 这是由于粒子群优化是一个寻优的过程, 提高了样本的质量。而CPSO-PF的误差最小, 并且由表1可以看出, CPSO-PF减少了基于粒子群的PF的运算时间, 提高了滤波的实时性, 这是因为样本经过混沌初始化, 其质量有较大幅度的提高,

并且在滤波中加入了混沌扰动,促使粒子跳出局部最优,减少粒子在陷入局部极值、状态值变化不明显时的迭代次数,使得算法更多地因为达到设定的最优值阈值  $\varepsilon$  而停止循环,减少了算法循环到达最大迭代次数才停止循环的概率,从而提高了运算的速度。综合精度和时间的考虑,CPSO-PF 滤波器具有最佳的性能。

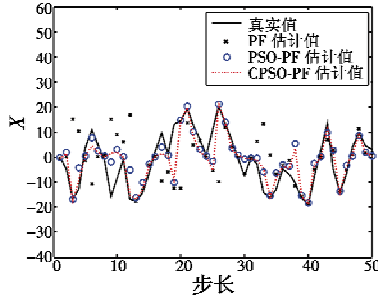


图 3 不同算法的滤波状态估计

Fig. 3 State estimation of different algorithm

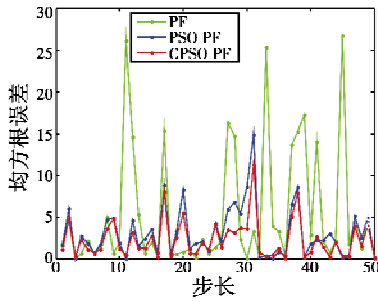


图 4 不同算法的均方根误差曲线

Fig. 4 RMSE of different algorithm

#### 4.2 纯角度二维目标跟踪模型

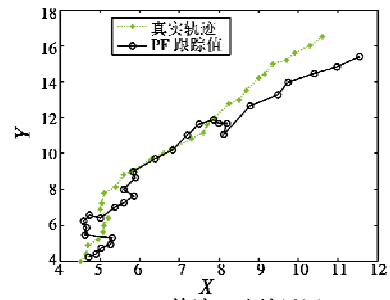
纯角度跟踪模型<sup>[14]</sup> (Bearings-Only Tracking, BOT) 是一种重要的目标跟踪模型,往往用来测试算法在实际目标跟踪应用前的理论可靠性。其假定目标在二维空间中运动,传感器智能观测被跟踪目标的方位角,该模型具有典型的非线性特性,其中,  $V_x$  与  $V_y$  的状态只与自身前一时刻的状态相关,而  $X$  与  $Y$  的状态除了与自身状态相关外,还与  $V_x$  与  $V_y$  的状态相关,变化复杂度高于 UNGM 模型,更有利于验证本文算法的有效性。BOT 模型的运动方程为

$$X(t) = \phi X(t-1) + w(t) \quad (21)$$

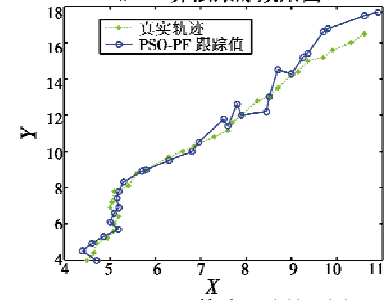
式中:  $X(t) = [X, V_x, Y, V_y]$ ;  $\phi$  为状态转移矩阵;  $w(t)$  为高斯系统噪声。BOT 模型的观测方程为

$$z(t) = \arctan(Y/X) + v(t) \quad (22)$$

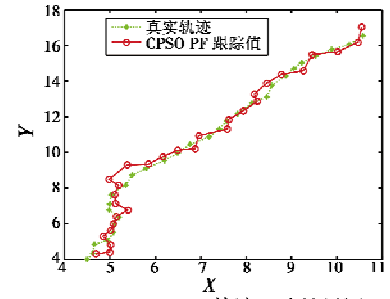
式中,  $v(t)$  为高斯观测噪声。设初始状态  $X_0 = [4.5, 0.2, 4, 0.15]$ ,  $w(t)$  服从  $N(0, 0.001)$ ,  $v(t)$  服从  $N(0, 0.005)$ , 粒子数为 400, 采样步数为 30, 单次仿真结果如图 5 所示。



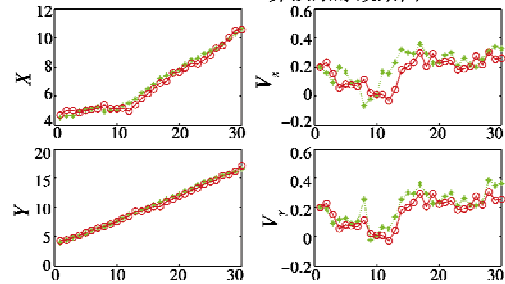
a PF 算法跟踪效果图



b PSO-PF 算法跟踪效果图



c CPSO-PF 算法跟踪效果图



d 各状态变量跟踪曲线

图 5 不同算法的跟踪效果图

Fig. 5 Different algorithms' performance in tracking

从实验结果可以看出,若利用 PF 和 PSO-PF 对目标进行跟踪,跟踪误差较大,而利用 CPSO-PF 的跟踪效果较为满意,跟踪轨迹及各个状态变量的跟踪误差较小,验证了本文算法的有效性,说明 CPSO-PF 在目标跟踪领域具有较好的应用前景。

#### 4.3 故障检测有效性仿真测试

选取单变量非静态增长突变模型,其过程模型和量测模型分别为

$$x(t) = 0.5x(t-1) + b \frac{x(t-1)}{1 + [x(t-1)]^2} + 8\cos[1.2(t-1)] + w(t) \quad (23)$$

$$z(t) = \frac{x(t)^2}{20} + v(t) \quad (24)$$

式中,  $w(t)$ 、 $v(t)$  为零均值高斯噪声。方差  $Q_w = 0.1$ ,  $Q_v = 1$ , 参数  $b = b_0 = 25$ , 活动窗宽度  $M = 20$ , 粒子数  $N = 500$ , 系统初始状态值  $x_0 = 1$ , 代价因子  $C_{\text{false}} = 0.2$ ,  $C_{\text{miss}} = 0.8$ , 采样时刻点数  $k = 0, 1, \dots, 600$ 。故障的产生由参数  $b$  的跳变模拟, 当  $0 \leq k \leq 300$  时, 系统工作正常;  $301 \leq k \leq 600$  时,  $b$  跳变为  $5b_0$ , 系统发生故障。分别利用 PF, PSO-PF, CPSO-PF 对该模型的故障进行诊断, 仿真结果如图 6 和表 2 所示。

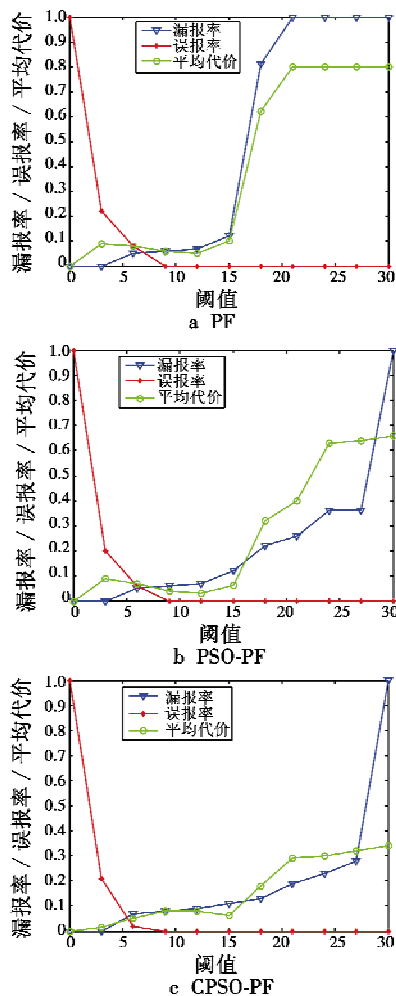


图 6 3 种算法的漏报率, 误报率和平均代价

Fig. 6 Missing report rate, false alarm rate and average cost of the three algorithms

从实验结果可以看出, CPSO-PF 在漏报率、误报率以及平均代价方面小于 PF 和 PSO-PF。以平均代价的平均值作为故障诊断效果的指标, CPSO-PF 具有最好的故障诊断效果, 验证了 CPSO-PF 的有效性, 说明本文改进算法在故障诊断中具有较高的应用价值。

## 5 结束语

本文利用混沌的遍历性、随机性等特点, 提出一种

新的 CPSO-PF 算法。该算法利用混沌对样本初始化, 提高了样本的质量, 同时每个时刻添加混沌扰动, 有利于粒子跳出局部最优, 增加滤波器全局寻优的能力。仿真结果表明, 本文算法减少了粒子陷入局部最优的概率, 提高了滤波的精度, 同时减少迭代次数, 降低运算时间, 具有较大的应用价值。

## 参考文献

- [1] 杜航原, 郝燕玲, 赵玉新. 基于集合卡尔曼滤波的改进 PF 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(7): 1653-1657.
- [2] GORDON N, SALMOND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[C]//IEEE Proceedings F: Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113.
- [3] DOUCET A, GODSILL S, ANDRIEU C. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering[J]. Statistics and Computing, 2000(10): 197-208.
- [4] KONG A, LIU J, WONG W H. Sequential imputations and Bayesian missing data problems[J]. Journal of the American Statistical Association, 1994, 89(425): 278-288.
- [5] 方正, 佟国峰, 徐心和. 粒子群优化粒子滤波方法[J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 273-277.
- [6] YU Yihua, ZHENG Xuanyuan. Particle filter with ant colony optimization for frequency offset estimation in OFDM systems with unknown noise distribution[J]. Signal Processing, 2011, 91(5): 1339-1342.
- [7] 刘云龙, 林宝军. 搜索能力自适应增强的群智能粒子滤波[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(7): 1517-1521.
- [8] LI Ying, BAI Bendu, ZHANG Yanning. Improved particle swarm optimization algorithm for fuzzy multi-class SVM[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(3): 509-513.
- [9] 杨啸天, 冯金富, 冯媛, 等. 基于遗传粒子群的多传感器目标分配算法[J]. 电光与控制, 2011, 18(3): 5-8.
- [10] 杨雪榕, 梁加红, 陈凌, 等. 多邻域改进粒子群算法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(11): 2453-2458.
- [11] WAKANO J Y, HAUERT C. Pattern formation and chaos in spatial ecological public goodsgames[J]. Journal of Theoretical Biology, 2011, 268(1): 30-38.
- [12] ZHU Zhiliang, ZHANG Wei, WONG Kwokgw, et al. A chaos-based symmetric image encryption scheme using a bit-level permutation[J]. Information Sciences, 2011, 181(6): 1171-1186.
- [13] XIANG Li, LIU Yu, SU Baoku. An evolutionary particle filter based EM algorithm and its application[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 17(1): 70-74.
- [14] 叶龙, 王京玲, 张勤. 遗传重采样粒子滤波器[J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 885-887.