

·信号与信息处理·

## 拟合阶次对基于多项式拟合的相位—高度映射关系的影响

万安军, 赵勋杰

(苏州大学 物理与光电·能源学部, 江苏 苏州 215006)

**摘要:** 相位—高度映射系统标定对相位测量轮廓术三维重建与检测的精度起到决定性的作用, 主要研究拟合阶次对基于多项式拟合的相位—高度映射系统标定精度的影响。通过1~6阶次的多项式拟合标定和三维高度重建, 发现拟合阶次为1~4时可以取得较好的高度重建精度(绝对误差 $\Delta < 5 \mu\text{m}$ )。对1~4阶次的多项式拟合标定系数进行进一步地研究分析, 并发现当拟合阶次为2时, 拥有较高的重建精度(绝对误差:  $\Delta = 1.36 \mu\text{m}$ ; 相对误差:  $\delta = 1.34\%$ )和稳定性(平均标准差:  $\bar{\sigma} = 0.262$ )。

**关键词:** 多项式拟合; 相位—高度映射; 系统标定; 相位测量轮廓术; 三维重建

中图分类号: TN911.23; TP368

文献标识码: A

文章编号: 1673-1255(2018)-03-0029-06

## Effect of Fitting Order on Phase-height Mapping Based on Polynomial Fitting

WAN An-jun, ZHAO Xun-jie

(College of Physics, Optoelectronics and Energy of Soochow University, Suzhou 215006, China)

**Abstract:** The calibration of phase-height mapping system plays a decisive role in the accuracy of three-dimensional reconstruction and detection of phase measurement profilometry. The influence of fitting order on the calibration accuracy of phase-height mapping system based on polynomial fitting is mainly studied. Through the calibration of one to six orders polynomial fitting and three-dimensional height reconstruction, it is found that the fitting height of one to four orders can achieve a good height reconstruction accuracy, and the absolute error  $\Delta$  is less than  $5 \mu\text{m}$ . The polynomial fitting calibration coefficients of one to four orders are further studied and analyzed. It is found that when the fitting order is two, it has higher reconstruction accuracy and stability, and the absolute error  $\Delta$  is  $1.36 \mu\text{m}$  the relative error  $\delta$  is  $1.34\%$  and the standard deviation  $\bar{\sigma}$  is  $0.262$ .

**Key words:** polynomial fitting; phase-height mapping; system calibration; phase measurement profilometry; three-dimensional reconstruction

相位测量轮廓术<sup>[1]</sup>(PMP)三维重建在工业产品检测、医疗诊断、虚拟现实、文物修复和人体形体测量等领域展现出巨大的应用潜力,其三维重建过程可分为三部分<sup>[2]</sup>:结构光栅的产生和投影,相位提取与相位展开<sup>[3]</sup>和相位—高度映射系统标定。然而,相位测量轮廓术三维重建中的相位—高度映射系统标定的精度与效率对三维重建的精度与速度起到决定性的作用,因此相位—高度映射系统标定成为研究的热点。经过多年的研究发展,现有的相位—高度映射系统标定方法有:几何三角法<sup>[4]</sup>(geomet-

ric triangulation method)、逆向摄像机法<sup>[5]</sup>(inverse camera method)、伪摄像机法<sup>[6]</sup>(peseudo-camera method)和多项式拟合法<sup>[7]</sup>(polynomial fitting method)。上述几种方法都有各自的优缺点<sup>[8]</sup>,几何三角法的优点是不需要单独对投影仪进行标定,缺点是标定过程比较复杂、效率低,整个系统的几何参数难以精确测量。逆向摄像机法的优点是不需要精密的辅助标定设备,操作比较简单,但缺点是摄像机标定误差会传递到投影仪标定,影响整个系统的标定精度。伪摄像机法的优点是摄像机和投影仪

收稿日期: 2018-05-09

作者简介: 万安军(1992-),男,贵州遵义人,硕士研究生,主要研究方向为计算机技术及应用。

进行独立标定,不会像逆向摄像机法一样产生摄像机标定误差的传递,但其缺点是该方法只适用于连续的光栅条纹,并且需要单独对投影仪进行标定,特征点的匹配精度有限。相对于前面的标定方法,多项式拟合标定方法有着更加优良的特性,比如:避免投影仪的参数标定,对光学系统结构没有特殊的要求,不需要对系统结构参数进行精确测量,标定精度高,操作过程简单。但是,多项式拟合方法也有自己的缺点,比如:标定效率低,需要额外的高精度移动装置或者高精度的标准量块,移动装置的精度或者标准量块的精度会影响最终的标定精度。

文中主要研究多项式拟合的相位—映射系统标定方法,研究分析拟合阶次对基于多项式拟合的相位—映射系统标定精度的影响。文献[7]中对多项式拟方法进行性能分析,主要针对大视场和长距离下人体外形三维重建的应用,文中主要针对工业检测中小视场和短距离的高精度三维重建和检测。

## 1 相位—高度映射原理

相位测量轮廓术是投影仪向待测物体投影出一定相位移动的多幅光栅条纹图像,摄像机采集经过物体高度调制的光栅条纹图像,然后通过对光栅条纹图像的计算得到物体表面对应位置的相位信息,最后通过系统标定得到物体的三维信息。

通常投影仪投影的是光强呈正弦变化的光栅图像,物体表面光栅条纹的光强分布函数表达式<sup>[9]</sup>为下式

$$I_n(x, y) = I_a(x, y) + I_b(x, y) \cos\left[\varphi(x, y) + \frac{2\pi(n-1)}{N}\right] \quad (1)$$

其中  $\{I_n; n=1 \dots N\}$ ,  $N$  为相移步数;  $I_n(x, y)$  为第  $n$  幅光栅图像在  $(x, y)$  位置的光强;  $\varphi(x, y)$  为高度调制之后的相位值。在式(1)中可知,  $I_a(x, y)$ 、 $I_b(x, y)$ 、 $\varphi(x, y)$  是未知数,求解  $\varphi(x, y)$ , 至少需要三个相关的方程,及需要至少三幅光栅图像(三步相移)才能求解出  $\varphi(x, y)$ 。通过三角函数的相关计算可以得到式(2)。

$$\tan\varphi(x, y) = -\frac{I'_c(x, y)}{I'_b(x, y)} = -\frac{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \sin \frac{2\pi(n-1)}{N}}{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \cos \frac{2\pi(n-1)}{N}} \quad (2)$$

在实际的应用中,当  $N=3$  时为三步相移法<sup>[10]</sup>;当  $N=4$  时为四步相移法<sup>[11]</sup>。如图1所示,四步相移法是利用四幅相位相差  $\pi/2$  的正弦条纹图像求解变形条纹的相位。

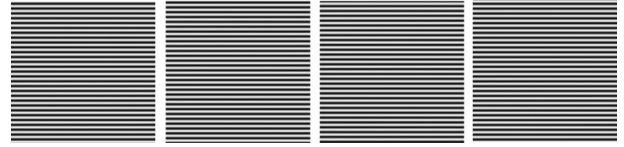


图1 四步相移光栅图

根据式(2)可求得对应的相位表达式

$$\varphi(x, y) = \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}\right) \quad (3)$$

同理可得三步相移法的相位表达式为

$$\varphi(x, y) = \arctan\left(\sqrt{3} \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_3 - I_1}\right) \quad (4)$$

通过对式(3)或式(4)进行相位展开,可得基准面的相位  $\varphi_{\text{base}}(x, y)$  和待测物体的相位  $\varphi_{\text{object}}(x, y)$ , 即相位差  $\Delta\varphi(x, y) = \varphi_{\text{object}}(x, y) - \varphi_{\text{base}}(x, y)$ 。借助外界高精度的移动装置获取对应位置的相位差和高度值,然后通过多项式拟合的方法得到相位差与高度之间的多项式拟合参数<sup>[12]</sup>,如式(5)

$$H(x, y) = a_n \Delta\varphi^n(x, y) + a_{n-1} \Delta\varphi^{n-1}(x, y) + \dots + a_1 \Delta\varphi(x, y) + a_0 \quad (5)$$

其中,  $n$  为拟合阶次;  $H(x, y)$  为  $(x, y)$  位置的拟合高度值;  $\Delta\varphi(x, y)$  为  $(x, y)$  位置的相位差;  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  为多项式拟合系数。

## 2 标定实验

### 2.1 实验设备

实验系统实物图如图2所示。

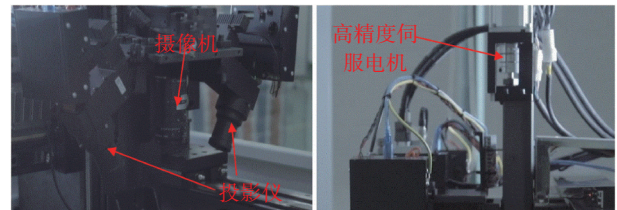


图2 实验系统实物图

实验系统机械结构主要由2个投影仪、一个摄像机和一个高精度伺服电机组成。其中投影仪的

分辨率为1 024×1 280(宽×长),视场大小为50×60 mm(宽×长);摄像机的分辨率为3 068×4 088(宽×长),视场大小为30×40 mm(宽×长);伺服电机移动精度为1 μm。计算机软件配置:Win10(64 bit, Enterprise Edition)+VS2015+OpenCV3.2+MATLAB2016。计算机硬件配置:安装内存4 GB;处理器 Intel(R) core(TM)i5-2430M CPU @2.40 GHz。

### 2.2 参数标定

设定基准面的高度为0,向下为负(-),向上为正(+),通过伺服电机带动光学结构(由投影仪与摄像机组成)进行上下等间距移动(间距为50 μm),并取得高度(单位:μm)等于-250, -200, …, 200, 250位置处相对于基准面的相位差为 $\Delta\phi_{-250}$ ,  $\Delta\phi_{-200}$ , …,  $\Delta\phi_{200}$ ,  $\Delta\phi_{250}$ 共11组数据对。通过式(5)对11组数据对分别进行1~6阶次多项式拟合,由于像素之间是相互独立的,所示各个像素多项式拟合参数也是相互独立,最后对各阶次拟合参数进行处理(偏移100,放大100倍),并保存为图像数据(PNG格式),以2阶次拟合为例,图3及为保存的参数图像。

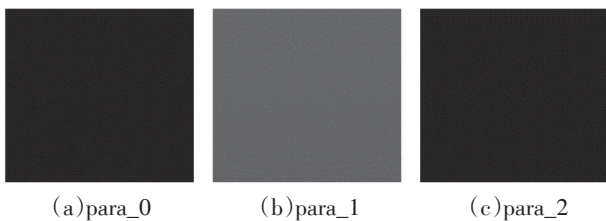


图3 2阶次拟合参数

图3中的图3a、图3b和图3c分别为对应2阶次拟合下的常数项系数、一次项系数和二次项系数,因此2阶次拟合下的高度重建公式为

$$H(x, y) = \text{para\_2}(x, y) * \Delta\phi^2(x, y) + \text{para\_1}(x, y) * \Delta\phi(x, y) + \text{para\_0}(x, y) \quad (6)$$

其中,  $H(x, y)$  为  $(x, y)$  位置处的重建高度;  $\Delta\phi(x, y)$  为  $(x, y)$  位置处的相位差。其余阶次可类推。

### 2.3 标定精度

如图4所示,该校正板为第三方验证过的标准校正板,校正板的中间有16个凸起(1~8号为圆形凸起,9~16号为矩形凸起)的标定标准块,表1和表2列出了对应的高度值。

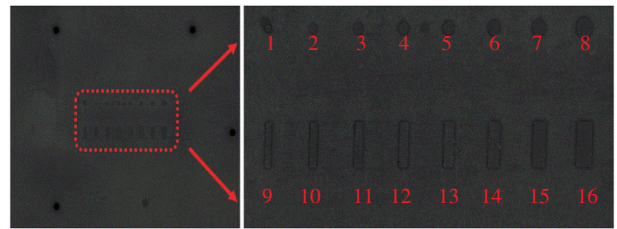


图4 校正板

对校正板进行三维重建,并检测出1~16号在1~6阶次下的高度值(如表1和表2所示)。

表1 标定板的标准值与测量值(单位/μm)

	1号	2号	3号	4号
标准值	100.8	101.1	101.3	101.8
1阶	96.098	99.764	99.709	100.6
2阶	97.846	100.46	100.28	101.5
3阶	96.543	97.704	98.243	100.99
4阶	98.553	96.402	97.268	98.585
5阶	117.78	123.21	160.05	108.62
6阶	504.33	340.07	600.83	343.46
	5号	6号	7号	8号
标准值	101.5	101.5	101.9	101.9
1阶	100.95	101.86	101.38	102.14
2阶	101.56	102.59	102.1	102.63
3阶	99.816	100.79	100.51	100.13
4阶	97.402	98.313	97.591	100.11
5阶	140.01	163.83	128.23	132.26
6阶	346.54	314	392.55	344.11

表2 标定板的标准值与测量值(单位/μm)

	9号	10号	11号	12号
标准值	100.7	100.7	101.2	101.2
1阶	101.15	101.89	102.12	101.69
2阶	101.9	102.65	102.53	102.35
3阶	100.51	100.74	100.91	100.75
4阶	100.92	99.506	95.702	99.053
5阶	139.93	141.75	136.95	128.88
6阶	518.46	430.12	508.57	630.38
	13号	14号	15号	16号
标准值	101.2	100.8	101.6	101.9
1阶	102.73	103.22	102.63	103.36
2阶	103.27	103.82	103.06	104.02
3阶	101.96	102.55	101.93	102.47
4阶	100.6	101.49	99.752	100.34
5阶	153.75	125.57	118.03	129.34
6阶	402.41	486.93	534.61	488.84

图5是1~6阶次下测量值与第三方认证的标准值的对比图。

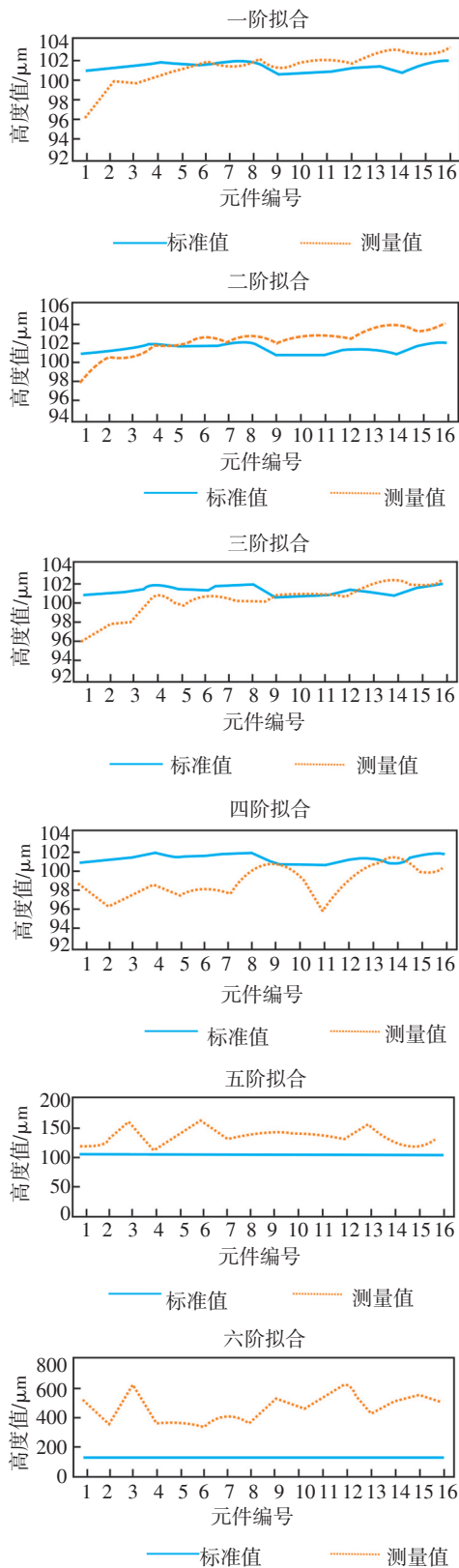


图5 各阶次拟合测量值与标准值对比分析

图6为1~6阶次下测量值与第三方认证的标准值绝对误差的对比图。

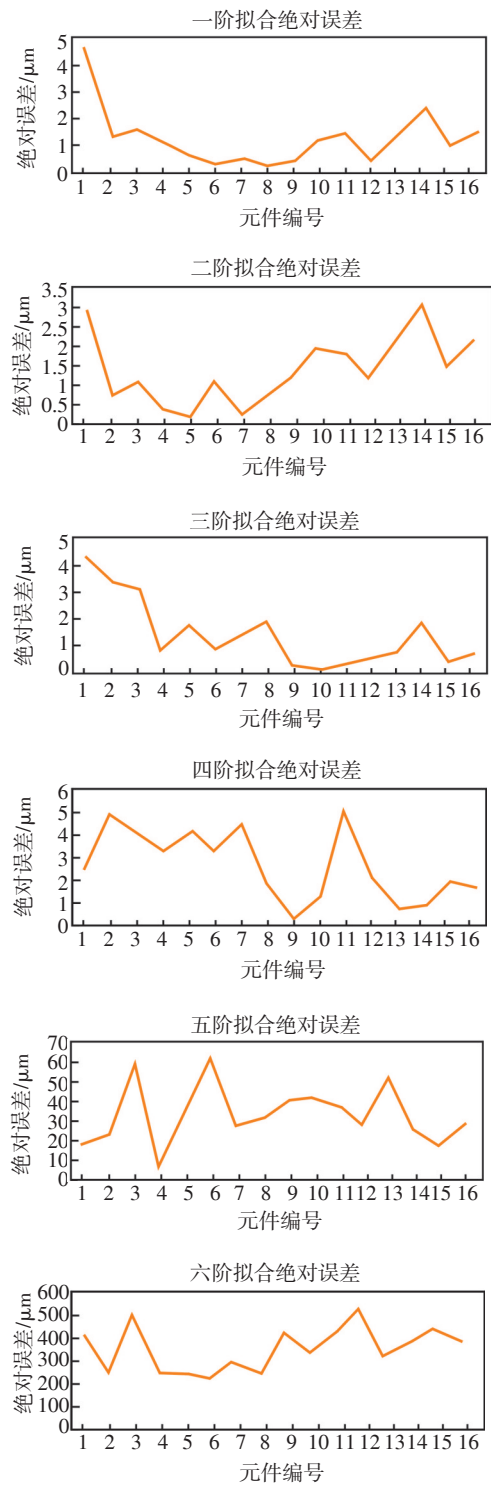


图6 各阶次拟合测量值与标准值绝对误差对比分析

由图5和图6可得,在1~4阶次下,可得绝对误差 $\Delta < 5 \mu\text{m}$ (高度值在  $100 \mu\text{m}$  左右);5、6次拟合的

绝对误差分别在  $40\ \mu\text{m}$  和  $300\ \mu\text{m}$  左右,大大偏离检测高度。所以,1~4阶次拟合比较适用于多项式拟合的相位—高度映射系统标定,同时也符合文献[7]得出的结论。在1~4阶次的拟合中,1、3、4阶次拟合所得到的绝对误差均在  $4\sim 5\ \mu\text{m}$  之间;2阶次拟合所得到的绝对误差  $\Delta < 3\ \mu\text{m}$ ,并且其平均相对误差

$\delta = 1.34\%$ 。所以,在1~4次拟合中,2阶次拟合可取得较小的绝对误差,三维重建精度更高。

为验证多项式拟合标定的稳定性,对1~6阶次拟合标定下分别进行30次重复性测试,得各阶次测量值的标准差(如图7所示)和平均标准差(见表3)。

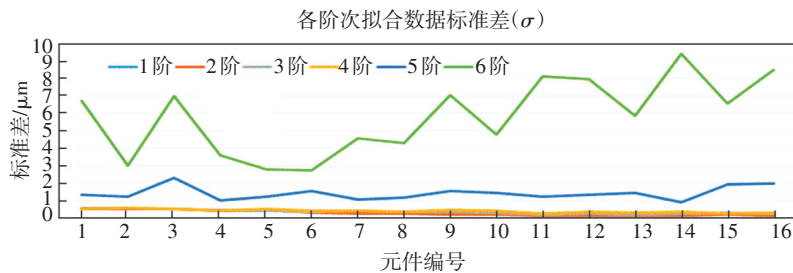


图7 各阶次拟合测量值的标准差

表3 平均标准差( $\bar{\sigma}$ )

	1阶次	2阶次	3阶次	4阶次	5阶次	6阶次
平均标准差	0.258	0.262	0.328	0.381	1.383	5.802

由图7可知,1~4阶次下的标准差均  $\sigma < 1$ ;5阶次下的标准差  $0.5 < \sigma < 2.5$ ;6阶次下的标准差  $2.5 < \sigma < 9.5$ 。在表2中,1~2阶次下的平均标准差  $\bar{\sigma} < 0.3$ ;3~4阶次下的平均标准差  $0.3 < \bar{\sigma} < 0.4$ ;5~6阶次下的平均标准差  $\bar{\sigma} > 1$ 。标准差越小,稳定性越好,由此可知:1~2阶次下的多项式拟合标定稳定性最好;3~4阶次下稳定性次之;5~6阶次下稳定性最差。

### 3 结论

相位测量轮廓术在物体三维重建与检测中有着广泛的应用,其中相位—高度映射系统标定对三维重建与检测精度起到决定性的作用,因此,相位—高度映射系统标定成为相位测量轮廓术三维重建研究中的一个热门课题。基于多项式拟合的相位—高度映射系统标定由于其自身的高精度、操作简单等优点得到广泛的应用。文献[7]中对多项式拟合方法中拟合阶次对三维重建精度的影响做了研究,但是待该文献中都是大视场和长距离下的应用场景,并且只是得出1~4阶次满足使用要

求。文中主要针对小视野、短距离且高精度的应用场合,并且综合得出,在  $500\ \mu\text{m}$  的量程内,2阶次多项式拟合可取得较好的精度和稳定性,其  $100\ \mu\text{m}$  左右的绝对误差  $\Delta = 1.36\ \mu\text{m}$ ,相对误差  $\delta = 1.34\%$ ,平均标准差  $\bar{\sigma} = 0.262$ 。

### 参考文献

- [1] Porras-Aguilar R, Falaggis K. Absolute phase recovery in structured light illumination systems: Sinusoidal vs. intensity discrete patterns [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 84:111-119.
- [2] 张佰春. 条纹投影三维测量的若干关键技术的研究[D]. 深圳大学,2017.
- [3] Zuo C, Huang L, Zhang M, et al. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 85:84-103.
- [4] Xiao Y, Cao Y, Wu Y. Improved algorithm for phase-to-height mapping in phase measuring profilometry [J]. *Optical Society of America*, 2012, 51(8):1149-1155.
- [5] Rao L, Da F, Kong W, et al. Flexible calibration method for telecentric fringe projection profilometry systems [J]. *Optics Express*, 2016, 24(2):1222-1237.
- [6] Wang Z, Liu M, Yang S, et al. Precise full-field distortion rectification and evaluation method for a digital projector [J]. 2016, 23(5):1-7.
- [7] Léandry I, Brèque C, Valle V. Calibration of a structured-light projection system: development to large dimen-

- sion objects [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(3):373-379.
- [8] 刘顺涛, 骆华芬, 陈雪梅, 等. 结构光测量系统的标定方法综述[J]. *激光技术*, 2015(02):252-258.
- [9] Li X, Zhang Z, Yang C. Reconstruction method for fringe projection profilometry based on light beams [J]. *Appl Opt*, 2016, 55(34):9895-9906.
- [10] Xu Y, Wang Y, Ji Y, et al. Three-frame generalized phase-shifting interferometry by a Euclidean matrix norm algorithm [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 84:89-95.
- [11] 符红. 结构光投影三维轮廓测量系统的标定[D]. 浙江大学, 2013.
- [12] Huang J, Wu Q. A new reconstruction method based on fringe projection of three-dimensional measuring system [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2014, 52:115-122.

(上接第28页)

探测器的非扫描激光雷达成像系统。该系统最大的特点是利用点元探测器代替面元探测器进行非扫描激光雷达成像, 打破了传统光学成像的模式。由于使用了具备探测光子水平的GM-APD探测器, 系统探测灵敏度得到了极大的提高; 成像系统的分辨率由空间光调制器DMD的分辨率及目标稀疏程度、复杂程度等因素决定, 在信号处理算法足够优化且硬件平台处理能力足够强大的前提下, 可以达到很高的分辨率。由于空中目标具有很好的稀疏特性, 因此该成像系统非常适用于地对空观测; 系统成像质量主要受目标反射特性、传输介质(如大气湍流影响)、探测器噪声和采样率等因素影响, 在传输介质及探测器噪声影响一定的情况下, 增加系统的采样率会获得更高的图像质量。基于压缩感知的非扫描激光雷达成像系统是激光雷达技术领域一个新的研究方向, 将会极大的推动远距离和高分辨率微弱目标探测技术的发展。

#### 参考文献

- [1] 魏继锋, 张凯. 光子计数成像技术及其新进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2007, 44(7):27-32.
- [2] 孙建锋, 闫爱民, 刘德安, 等. 远距离激光成像雷达进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2009, 46(8):49-54.
- [3] Candès E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [4] Donoho D L. Compressed sensing information theory[J]. *IEEE Transactions on*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [5] Richard Baraniuk, Mark Davenport, Ronald DeVore, et al. A simple proof of the restricted isometry property for random matrices[J]. *Constructive Approximation*, 2008, 28(3): 256-263.
- [6] Knipel. Challenges of a digital micromirror device modeling and design[J]. *SPIE*, 1996, 2783: 135-145.
- [7] WAN Jun-li, AI Qing. Temperature compensation for gain of avalanche photodiode in laser gyro[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2007, 26(7): 18-20.
- [8] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [9] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [10] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined linear equations by stage wise orthogonal matching pursuit[R]. Department of Statistics, Stanford University, USA, 2006.