

·激光技术·

## 节点数不同的不确定激光时空网络的标度函数投影同步

荣婷婷

(辽宁师范大学 物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

**摘要:**研究了具有自适应标度函数的一类节点数不同的离散型不确定激光时空网络的标度函数投影同步问题。通过设计适当的控制器,不但实现了节点数不同的离散型不确定时空网络的投影同步,而且表示网络拓扑结构的耦合矩阵元、反馈强度以及标度函数也被同时确定。选取一维环形腔激光器模型和电光双向耦合格子模型构成的时空网络为例进行了仿真实验,网络节点数目根据实际需要任意设定,发现不确定时空网络的同步性能非常稳定,说明该方法具有一定的可行性。

**关键词:**投影同步;时空网络;不确定参数;Lyapunov 稳定性定理

中图分类号:TP316.8

文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2017)-05-0032-07

## Scaling Function Projective Synchronization between Uncertain Laser Spatiotemporal Networks with Different Number of Nodes

RONG Ting-ting

(College of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

**Abstract:** A class of scaling functions projective synchronization between uncertain laser spatiotemporal networks with different number of nodes is researched. Through designing appropriate controllers, not only the projective synchronization between discrete uncertain spatiotemporal networks with different number of nodes is realized, but also the coupling matrix element representing the topological structure of the network, the feedback strength and scale function are determined at the same time. By taking the spatiotemporal network composed of one-dimensional ring cavity laser model and electro-optical bidirectional coupled lattice model as an example to simulate, the number of network nodes is arbitrarily set according to actual needs, and it is found that the synchronization performance of the uncertain spatiotemporal network is very stable, which shows that this method is feasible.

**Key words:** projective synchronization; spatiotemporal network; uncertain parameter; Lyapunov stability theorem

网络同步作为一个重要的网络集体行为以及在各领域所体现的广泛应用价值,已经成为网络动力学研究的热点<sup>[1-5]</sup>。最初,网络同步的研究对象是参数已知和连接恒定的网络模型,即网络的拓扑结构不随时间改变的静态网络<sup>[6-8]</sup>。但在真实世界的网络中,很难准确知道网络的参数和网络连接情况,即网络是拓扑结构随时间改变的动态网络<sup>[9-11]</sup>。因此,发展一个有效的对复杂网络的参数和拓扑结构识别的方法是十分必要的。当前,人们已经提供

了大量的识别复杂网络中未知参量及拓扑结构的方法。比如,Wang等人基于线性矩阵不等式设计了适当的控制器,实现了不确定网络之间的混合同步和参数识别<sup>[12]</sup>。Ghada等人基于Lyapunov稳定性定理,采用自适应控制方案,识别了不确定复杂动态网络的自适应投影滞后同步中的未知参数<sup>[13]</sup>。Han等人通过提出双向耦合控制条件,实现了具有不同节点动态的延迟网络的投影同步,同时未知参数得到了有效的识别<sup>[14]</sup>。Xu等人利用Lyapunov函

收稿日期:2017-09-08

作者简介:荣婷婷(1992-),女,硕士,从事非线性物理研究。

数法和一些不等式技巧,建立了几个同步的判据,使具有拓扑切换的时变时滞神经网络达到了同步<sup>[15]</sup>。这些理论方法为进一步研究动态网络同步问题奠定了坚实的基础。但是,以上的方法仍存在一定的局限性,网络模型选用的都是连续型时变网络。当由连续型网络过渡到离散型网络,时变网络过渡到时空网络时,上述同步方法将不再适用。目前,对于离散型不确定时空网络同步的研究所提出的方法较少,因此进一步深入研究关于离散型不确定时空网络的方法是十分必要的。

网络的同步类型有很多种,比如完全同步<sup>[16]</sup>、指数同步<sup>[17]</sup>、相位同步<sup>[18]</sup>、时间同步<sup>[19]</sup>、滞后同步<sup>[20]</sup>、投影同步<sup>[21]</sup>等。其中,投影同步中的标度函数由于其不确定的标度因子增加了网络实际应用的灵活性,从而引起了人们浓厚的兴趣。Wang等人利用Lyapunov稳定性定理,推导出自适应控制方案,实现了具有时变耦合强度的不确定复杂网络的函数投影滞后同步<sup>[22]</sup>。Xu等人研究了具有自适应标度函数的不确定复杂网络拓扑辨识和自适应同步,与现存的函数投影同步不同的是,当网络同步时标度函数也得到了识别<sup>[23]</sup>。Du等人通过设计误差反馈控制方案,使不存在外部干扰和存在外部干扰两种情况下的复杂动态网络实现了函数投影同步<sup>[24]</sup>。这些文献报道的函数投影同步,与传统的投影同步所不同的是驱动和响应网络同步的标度因子是一个函数,而不是一个常数。这种特性可以应用到安全通信中,进一步提高通信的安全性,因此对这种标度函数投影同步的研究是十分值得的。

在已有的研究成果基础上,讨论了具有自适应标度函数的一类节点数不同的离散型不确定时空网络的投影同步问题,重点讨论了不确定拓扑结构、未知参数的辨识和标度函数的确定问题。通过设计适当的控制器,不但实现了节点数不同的离散型不确定时空网络的投影同步,而且表示网络拓扑结构的耦合矩阵元、反馈强度以及标度函数也被同时确定。最后,选择一维环形腔激光器模型和电光双向耦合格子模型构成的时空网络为例进行了仿真实验,网络节点数目根据实际需要任意设定,发现不确定时空网络的同步性能非常稳定。当网络存在稳定的同步现象时,耦合矩阵元、反馈强度趋于确定值,不确定标度因子得到识别,说明该同步

方案具有一定的可行性和有效性,并且节点数目的不同不影响网络同步性能的稳定性。

## 1 节点数不同的离散型时空网络同步机理分析

考虑一个由  $N_1$  个线性耦合的动态节点组成的离散型时空网络,每一个节点的状态方程为

$$x_i(m, n+1) = f(x_i(m, n)) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_1} a_{ij} \Gamma x_j(m, n) \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_1$$

其中,  $x_i(m, n) = (x_{i1}(m, n), x_{i2}(m, n), \dots, x_{in}(m, n))^T \in R^n$  是第  $i$  个节点的状态向量;第  $i$  个节点的动态函数是  $x_i(m, n+1) = f(x_i(m, n))$ ;  $\xi_i$  是网络内部节点之间的耦合强度;  $\Gamma \in R^{n \times n}$  是内耦合矩阵;  $A = (a_{ij})_{N_1 \times N_1}$  是表示网络耦合强度和拓扑结构的耦合配置矩阵,其中  $a_{ij}$  定义如下:如果存在节点  $j$  到  $i(i \neq j)$  的连接,则  $a_{ij} > 0$ , 否则  $a_{ij} = 0$ 。矩阵  $A$  的对角元素定义如下

$$a_{ii} = - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_1} a_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, N_1 \quad (2)$$

取方程(1)给出的网络作为驱动网络,则由  $N_2$  个动态节点组成的响应网络由下式给出

$$y_i(m, n+1) = g(y_i(m, n)) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n) \Gamma y_j(m, n) + u_i(m, n) \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_2$$

其中,  $y_i(m, n) = (y_{i1}(m, n), y_{i2}(m, n), \dots, y_{in}(m, n))^T \in R^n$  是第  $i$  个节点的状态向量;第  $i$  个节点的动态函数是  $y_i(m, n+1) = g(y_i(m, n))$ ;  $\xi_i$ ,  $\Gamma$  与方程(1)定义相同;  $B = (b_{ij}(m, n))_{N_2 \times N_2}$  是待定的时空耦合配置矩阵;  $u_i(m, n)(i = 1, 2, \dots, N_2)$  是设计的自适应控制器;并且假设  $N_1 \geq N_2$ 。

定义驱动网络(1)和响应网络(3)的同步误差为

$$e_i(m, n) = y_i(m, n) - h_i(m, n)x_i(m, n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (4)$$

其中,  $h_i(m, n)$  是自适应标度函数。由方程(1)和方程(3),可以得到误差随时间演化的关系为

$$e_i(m, n+1) = y_i(m, n+1) - h_i(m, n)x_i(m, n+1) - h_i(m, n+1)x_i(m, n) = g(y_i(m, n)) +$$

$$\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n) \Gamma y_j(m, n) + u_i(m, n) - h_i(m, n) \cdot$$

$$[f(x_i(m, n)) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_1} a_{ij} \Gamma x_j(m, n)] - h_i(m, n+1) \cdot$$

$$\begin{aligned}
x_i(m, n) &= g(y_i(m, n)) - h_i(m, n)f(x_i(m, n)) + \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n)\Gamma y_j(m, n) - h_i(m, n)\xi_i \sum_{j=1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m, n) + \\
u_i(m, n) - h_i(m, n+1)x_i(m, n) &= g(y_i(m, n)) - h_i(m, n) \cdot \\
&f(x_i(m, n)) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n)\Gamma y_j(m, n) - h_i(m, n) \cdot \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m, n) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma y_j(m, n) - \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma y_j(m, n) + \\
u_i(m, n) - h_i(m, n+1)x_i(m, n) &= g(y_i(m, n)) - \\
&h_i(m, n)f(x_i(m, n)) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n)\Gamma y_j(m, n) + \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma e_j(m, n) - \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma y_j(m, n) - h_i(m, n) \cdot \\
&\xi_i \sum_{j=N_2+1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m, n) + u_i(m, n) - h_i(m, n+1)x_i(m, n)
\end{aligned} \tag{5}$$

构造网络的 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}
V(m, n) &= \sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m, n)| + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n) - k_i| + \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n) - a_{ij} - b_i|
\end{aligned} \tag{6}$$

其中,  $k_i$ ,  $b_i$  是可调节的常数;  $k_i(m, n)$  是反馈强度;  $\mu$ ,  $\beta$  是任意的正数,  $i = 1, 2, \dots, N_2$ 。

由误差的动态系统(5)可得到  $V(m, n)$  的导数如下

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V(m, n+1) - V(m, n) = \sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m, n+1)| + \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n+1) - k_i| + \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n+1) - a_{ij} - b_i| - \\
&\sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m, n)| - \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n) - k_i| - \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n) - a_{ij} - b_i| = \sum_{i=1}^{N_2} |g(y_i(m, n)) - \\
&h_i(m, n)f(x_i(m, n)) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n)\Gamma y_j(m, n) + \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma e_j(m, n) - \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma y_j(m, n) - h_i(m, n) \cdot \\
&\xi_i \sum_{j=N_2+1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m, n) + u_i(m, n) - h_i(m, n+1)x_i(m, n)| +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n+1) - k_i| + \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n+1) - a_{ij} - b_i| - \\
&\sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m, n)| - \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n) - k_i| - \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n) - a_{ij} - b_i|
\end{aligned} \tag{7}$$

设计控制器为

$$\begin{aligned}
u_i(m, n) &= -g(y_i(m, n)) + h_i(m, n)f(x_i(m, n)) + \\
&h_i(m, n)\xi_i \sum_{j=N_2+1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m, n) - k_i(m, n)e_i(m, n) - \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}\Gamma y_j(m, n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2
\end{aligned} \tag{8}$$

则有

$$\begin{aligned}
\Delta V &= \sum_{i=1}^{N_2} \left| \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma e_j(m, n) + \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}(m, n)\Gamma y_j(m, n) - \right. \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} a_{ij}\Gamma y_j(m, n) - \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}\Gamma y_j(m, n) - k_i(m, n)e_i(m, n) - \\
&h_i(m, n+1)x_i(m, n) \left. + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n+1) - k_i| + \right. \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n+1) - a_{ij} - b_i| - \sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m, n)| - \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n) - k_i| - \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n) - a_{ij} - b_i|
\end{aligned} \tag{9}$$

定义  $\lambda_i$  是  $\tilde{A} = (a_{ij})_{N_2 \times N_2}$  的特征值, 则

$$\begin{aligned}
\Delta V &= \sum_{i=1}^{N_2} |(\xi_i \lambda_i - k_i)e_i(m, n) - (k_i(m, n) - k_i)e_i(m, n) + \\
&\xi_i \sum_{j=1}^{N_2} (b_{ij}(m, n) - a_{ij} - b_i)\Gamma y_j(m, n) - x_i^T(m, n)x_i(m, n)e_i(m, n) + \\
&x_i^T(m, n)x_i(m, n)e_i(m, n) - h_i(m, n+1)x_i(m, n) \left. + \right. \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n+1) - k_i| - \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m, n) - k_i| + \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n+1) - a_{ij} - b_i| - \\
&\sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m, n) - a_{ij} - b_i| - \sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m, n)| \leq \\
&\sum_{i=1}^{N_2} |(\xi_i \lambda_i - k_i - x_i^T(m, n)x_i(m, n))e_i(m, n) + \\
&x_i^T(m, n)x_i(m, n)e_i(m, n) - h_i(m, n+1) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& |x_i(m,n)| + \sum_{i=1}^{N_2} |-(k_i(m,n) - k_i)e_i(m,n)| + \\
& \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m,n+1) - k_i| - \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\mu} |k_i(m,n) - k_i| + \\
& \xi_i \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} |(b_{ij}(m,n) - a_{ij} - b_i)\Gamma y_j(m,n)| + \\
& \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m,n+1) - a_{ij} - b_i| - \\
& \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} \frac{1}{\beta} |b_{ij}(m,n) - a_{ij} - b_i| - \sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m,n)|
\end{aligned} \quad (10)$$

定义反馈强度  $k_i(m,n)$  和响应网络中待定的耦合矩阵  $b_{ij}(m,n)$  的自适应律, 以及自适应标度函数  $h(m,n)$  如下

$$k_i(m,n+1) = \pm(1 - \mu|e_i(m,n)|) \cdot |k_i(m,n) - k_i| + k_i \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (11)$$

$$b_{ij}(m,n+1) = \pm(1 - \xi_i \beta |\Gamma y_j(m,n)|) \cdot |b_{ij}(m,n) - a_{ij} - b_i| + a_{ij} + b_i \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (12)$$

$$h_i(m,n+1) = x_i^T(m,n)x_i(m,n)e_i(m,n)x_i^{-1}(m,n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (13)$$

将上述自适应律及标度函数代入式(10)中, 则可得

$$\begin{aligned}
\Delta V &= \sum_{i=1}^{N_2} |(\xi_i \lambda_i - k_i - x_i^T(m,n)x_i(m,n))e_i(m,n)| - \\
& \sum_{i=1}^{N_2} |e_i(m,n)| = \sum_{i=1}^{N_2} (|\xi_i \lambda_i - k_i - x_i^T(m,n)x_i(m,n)| - 1) \cdot \\
& |e_i(m,n)|
\end{aligned} \quad (14)$$

选取适当的  $k_i$ , 使  $|\xi_i \lambda_i - k_i - x_i^T(m,n)x_i(m,n)| - 1 \leq 0$ , 即  $\Delta V \leq 0$ , 因此驱动网络(1)和响应网络(3)实现了同步。

## 2 仿真模拟与讨论

为了验证同步方案的可行性, 以一维环形腔激光器模型和电光双向耦合格子模型构成的离散型时空网络为例进行仿真模拟。

一维环形腔激光器模型的时空系统可描述为

下列形式

$$\begin{aligned}
x_i(m,n+1) &= (1 - \varepsilon_1)f_1(x_i(m,n)) + \\
& \frac{\varepsilon_1}{2}[f_1(x_i(m+1,n)) + f_1(x_i(m-1,n))] \\
& i = 1, 2, \dots, N_1
\end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $n$  表示离散化的时间;  $m$  为空间格点坐标 ( $m = 1, 2, \dots, L$ );  $L$  为系统尺寸。  $f_1(x_i(m,n)) = x_i(m,n)\exp(\frac{a}{1+x_i(m,n)} - \Delta)$ , 且系统的参数为  $a = 15$ ,  $\varepsilon_1 = 0.2$ ,  $\Delta = 11$ 。

一维电光双向耦合格子模型的时空系统可描述成下列形式

$$\begin{aligned}
y_i(m,n+1) &= (1 - \varepsilon_2)f_2(y_i(m,n)) + \\
& \frac{\varepsilon_2}{2}[f_2(y_i(m+1,n)) + f_2(y_i(m-1,n))] \\
& i = 1, 2, \dots, N_2
\end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $n$  表示离散化的时间,  $m$  为空间格点坐标 ( $m = 1, 2, \dots, L$ ),  $L$  为系统尺寸。  $f_2(y_i(m,n)) = \frac{1}{2}A[1 - r\cos(y_i(m,n) + \pi)]$ , 且系统的参数为  $A = 10$ ,  $\varepsilon_2 = 0.4$ ,  $r = 0.8$ 。

选择一维环形腔激光器模型的时空系统作为驱动网络节点的状态方程, 设节点数  $N_1 = 20$ , 一维电光双向耦合格子模型的时空系统作为响应网络节点的状态方程, 设节点数  $N_2 = 10$ , 将状态方程(15)和方程(16)分别按照式(1)和式(3)的连接构成驱动网络和响应网络, 即

$$\begin{aligned}
x_i(m,n+1) &= (1 - \varepsilon_1)f_1(x_i(m,n)) + \\
& \frac{\varepsilon_1}{2}[f_1(x_i(m+1,n)) + f_1(x_i(m-1,n))] + \\
& \xi_i \sum_{j=1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m,n) \quad i = 1, 2, \dots, N_1
\end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
y_i(m,n+1) &= (1 - \varepsilon_2)f_2(y_i(m,n)) + \\
& \frac{\varepsilon_2}{2}[f_2(y_i(m+1,n)) + f_2(y_i(m-1,n))] + \\
& \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_{ij}\Gamma y_j(m,n) + u_i(m,n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2
\end{aligned} \quad (18)$$

其中, 网络耦合强度  $\xi_i = 0.004$ , 驱动网络的耦合配置矩阵采用单向星形结构, 即

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

响应网络中待定的耦合配置矩阵可由式(12)确定,即

$$b_{ij}(m,n+1) = \pm(1 - \xi_i \beta |\Gamma y_j(m,n)|) \cdot |b_{ij}(m,n) - a_{ij} - b_i| + a_{ij} + b_i \quad i = 1, 2 \dots N_2 \quad (19)$$

选取参数  $\beta = 1.6$ ,  $b_i = 2.8$ , 为简单起见, 选取内耦合矩阵  $\Gamma$  为对角元素为1的对角矩阵。按照式(4), 网络的同步误差方程为

$$e_i(m,n) = y_i(m,n) - h_i(m,n)x_i(m,n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (20)$$

上式中的标度函数可由式(13)确定, 即

$$h_i(m,n+1) = x_i^T(m,n)x_i(m,n)e_i(m,n)x_i^{-1}(m,n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (21)$$

按照式(8), 自适应控制器构造如下形式

$$u_i(m,n) = -[(1 - \varepsilon_2)f_2(y_i(m,n) + \frac{\varepsilon_2}{2}(f_2(y_i(m+1,n)) + f_2(y_i(m-1,n)))) + h_i(m,n)[(1 - \varepsilon_1)f_1(x_i(m,n) + \frac{\varepsilon_1}{2}(f_1(x_i(m+1,n)) + f_1(x_i(m-1,n)))] + h_i(m,n)\xi_i \sum_{j=N_2+1}^{N_1} a_{ij}\Gamma x_j(m,n) - k_i(m,n)e_i(m,n) - \xi_i \sum_{j=1}^{N_2} b_j\Gamma y_j(m,n) \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (22)$$

上式中的反馈强度可由式(11)确定, 即

$$k_i(m,n+1) = \pm(1 - \mu |e_i(m,n)|) \cdot |k_i(m,n) - k_i| + k_i \quad i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (23)$$

这里选取参数  $\mu = 0.02$ 。根据式(14), 通过计算, 参数  $k_i$  的取值范围为  $-1.25 \geq k_i \geq -3.25$ 。在这个范围

内, 任意选取参数  $k_i = -1.5$ 。

在仿真模拟过程中, 网络节点的状态方程的空间坐标被分为  $m = 100$  个格点, 周期性边界条件为  $x_i(0,n) = x_i(m,n) = 0 (i = 1, 2 \dots, 20)$ ;  $y_i(0,n) = y_i(m,n) = 0 (i = 1, 2 \dots, 10)$ ;  $k_i(0,n) = k_i(m,n) = 0 (i = 1, 2 \dots, 10)$ ;  $b_{ij}(0,n) = b_{ij}(m,n) = 0 (i, j = 1, 2 \dots, 10)$ ;  $h_i(0,n) = h_i(m,n) = 0 (i = 1, 2 \dots, 10)$ 。

节点状态变量  $x_i(m,n)$  和  $y_i(m,n)$  的初始值在  $(-1.5, 1.5)$  区间内随机选取, 反馈强度的初始值  $k_i(m,n)$  在  $(0.1, 0.4)$  区间内随机选取, 耦合配置矩阵元  $b_{ij}(m,n)$  的初始值在  $(0, 0.1)$  区间内随机选取, 标度函数  $h_i(m,n)$  的初始值在  $(0, 1)$  区间内随机选取。驱动网络和响应网络的误差随时空演化规律如图1~图10所示。由图可知, 误差  $e_i(m,n)$  随时空的演化在初始阶段有明显的差异。当时间序列达到50时, 网络间的误差逐渐稳定并趋于零, 说明两个离散型不确定时空网络达到了同步。

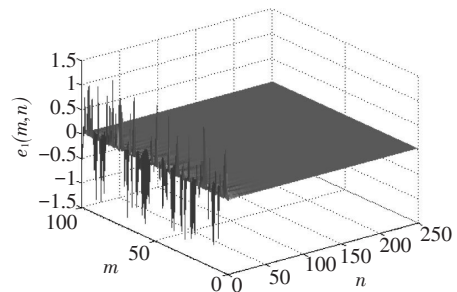


图1 误差  $e_i(m,n)$  随时空的演化



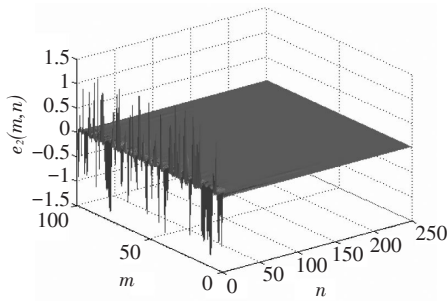


图2 误差  $e_2(m,n)$  随时空的演化

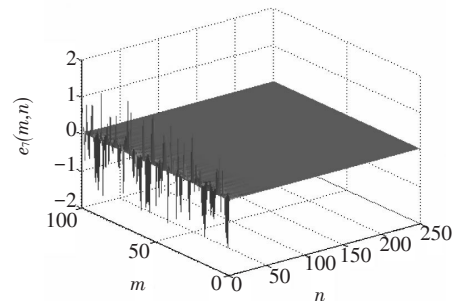


图7 误差  $e_7(m,n)$  随时空的演化

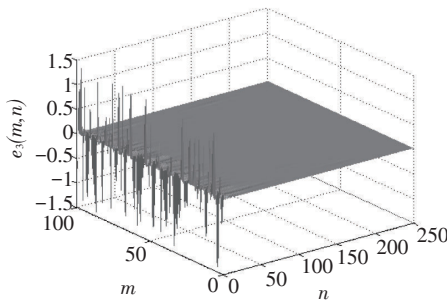


图3 误差  $e_3(m,n)$  随时空的演化

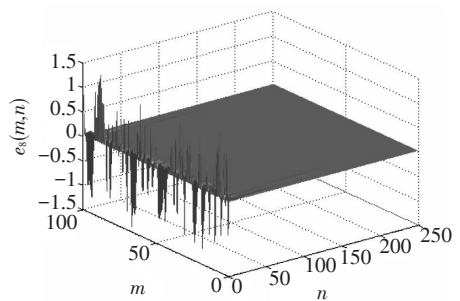


图8 误差  $e_8(m,n)$  随时空的演化

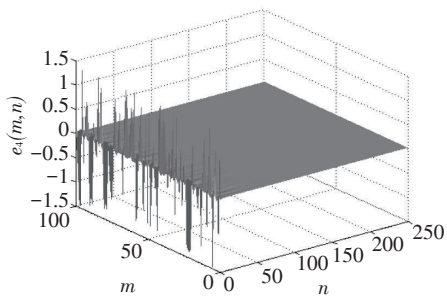


图4 误差  $e_4(m,n)$  随时空的演化

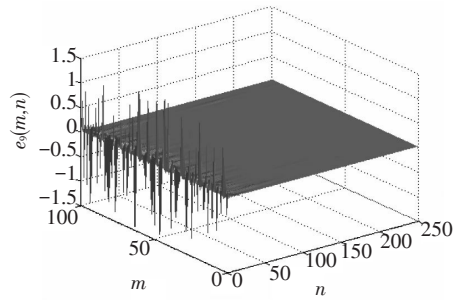


图9 误差  $e_9(m,n)$  随时空的演化

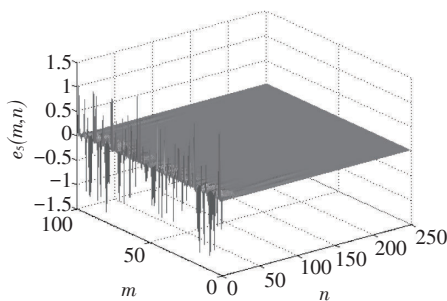


图5 误差  $e_5(m,n)$  随时空的演化

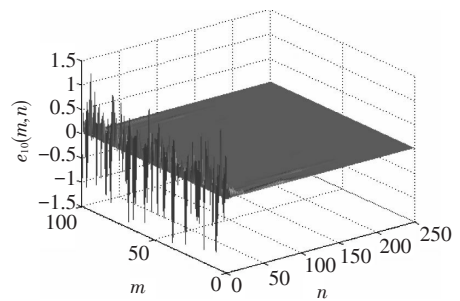


图10 误差  $e_{10}(m,n)$  随时空的演化

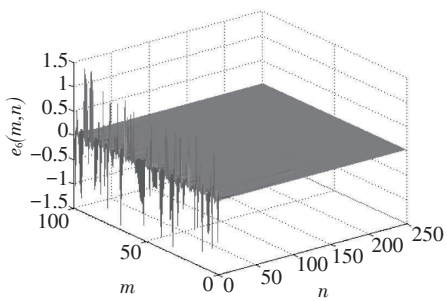


图6 误差  $e_6(m,n)$  随时空的演化

仿真模拟发现,当网络达到同步时,100个空间格点的自适应律及标度函数随时间演化的趋势大致相似,最后都趋近于定值。图11~图12展示的是其中任意一个格点数  $m = 45$  时,待定的耦合配置矩阵元  $b_{ij}(m,n)$  和反馈强度  $k_i(m,n)$  的识别过程。

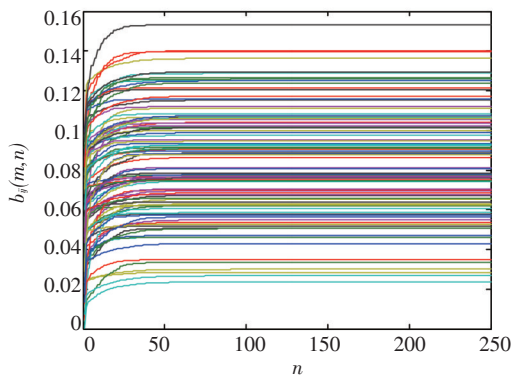


图 11  $b_j(m,n)(j=1,2,\dots,10)$  的识别过程

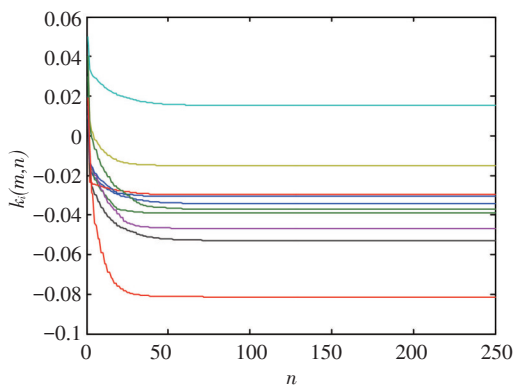


图 12  $k_i(m,n)(i=1,2,\dots,10)$  的识别过程

由图可知,耦合配置矩阵元和反馈强度在初始阶段有明显的波动。经过一个短暂的过渡阶段之后,待定的耦合配置矩阵元和反馈强度收敛于确定值并在之后无波动,说明对耦合配置矩阵元和反馈强度的识别是有效的。

### 3 结 论

研究了具有自适应标度函数的一类节点数不同的离散型不确定时空网络的投影同步问题。通过设计适当的控制器,不但实现了节点数不同的离散型不确定时空网络的投影同步,而且表示网络拓扑结构的耦合矩阵元、反馈强度以及标度函数也被同时确定。选取一维环形腔激光器模型和电光双向耦合格子模型构成的时空网络为例进行了仿真实验,网络节点数目根据实际需要任意设定,验证同步方法的可行性。结果表明,不确定时空网络的同步性能非常稳定。此外还发现,只要参数  $k_i$  在同步条件下推导出的取值范围内取任意值,驱动和响应网络间便可以实现同步,并且节点数的不同不影响同步的稳定性,说明该方法有一定的普适性。

### 参考文献

- [1] YANG Y, WANG Y, LI T Z. Outer synchronization of fractional-order complex dynamical networks[J]. *Optik*, 2016, 127(19):7395-7407.
- [2] HAJIPOUR A, AMINABADI S S. Synchronization of chaotic arneodo system of incommensurate fractional order with unknown parameters using adaptive method[J]. *Optik*, 2016, 127(19):7704-7709.
- [3] TSENG J P. A novel approach to synchronization of nonlinearly coupled network systems with delays[J]. *Statistical Mechanics and its Applications*, 2016, 452(10): 266-280.
- [4] CAO Y T, WEN S P, CHEN Z Q, et al. New results on anti-synchronization of switched neural networks with time-varying delays and lag signals[J]. *Neural Networks*, 2016, 81(15): 52-58.
- [5] WU Y, SUN Y H, CHEN L F. Robust adaptive finite-time synchronization of nonlinear resource management system [J]. *Neurocomputing*, 2016, 171(C):1131-1138.
- [6] XU Y H, LU Y J, XIE C R, et al. Impulsive synchronization of Lü chaotic systems via the hybrid controller[J]. *Optik*, 2016, 127(5):2575-2578.
- [7] PETEREIT J, PIKOVSKY A. Chaos synchronization by nonlinear coupling. *communications in nonlinear science and numerical simulation*[J]. *Optik*, 2017, 44(9): 344-351.
- [8] AHMED M A A, LIU Y, ZHANG W B, et al. Exponential synchronization for a class of complex networks of networks with directed topology and time delay[J]. *Neurocomputing*, 2017, 5(39):1-10.
- [9] KHAN M A, SAHOO B. Temporo-spatial synchronization of discrete Logistic map through complex network[J]. *Optik*, 2016, 127(8):1526-1531.
- [10] WANG X Y, LI H G, ZHAO X D. Adaptive neural tracking control for a class of uncertain switched nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis control input [J]. *Neurocomputing*, 2017, 219(C):50-58.
- [11] LEI X Q, CAI S M, JIANG X Q, et al. Adaptive outer synchronization between two complex delayed dynamical networks via aperiodically intermittent pinning control[J]. *Neurocomputing*, 2017, 127(22): 26-35.
- [12] HU T C. Hybrid synchronization and parameter identification of uncertain interacted networks[J]. *Optik*, 2016, 127(19):7557-7645.
- [13] AL-MAHBASH G, NOORANI M S M, BAKAR SA, et al. Adaptive projective lag synchronization of uncertain com-

(下转第76页)

- [8] 王杨,于佳. 数字技术在光学全息领域的应用与前景展望[J]. 激光杂志, 2004, 25(4):13-15.
- [9] XU L, MIAO J M, ASUNDL A. Properties of digital holography based on in-line configuration[J]. Opt Eng, 2000, 39(12): 3214-3219.
- [10] JAVID B, NOMURA T. Securing information by use of digital holography[J]. Opt Lett, 2000, 25:28-30.
- [11] 杨坤. 数字全息物体位移测试[D]. 长春:长春理工大学, 2009.
- [12] 杨旭,陈波. 远距离数字离轴全息系统设计和实验分析[J]. 激光杂志, 2016, 37(10):74-77.
- [13] THOMAS J, NAUGHTON, JOHN B, et al. Efficient compression of digital hologram for Internet transmission of three-dimensional images[J]. IEEE, 2002.
- [14] CUCHE E, MARQUET P, DEPEURSING C. Spatial filtering for zero-order and conjugate-image elimination in digital off-axis holography[J]. App Opt, 2002, 39(23):4070-4075.
- [15] 吕且妮,葛宝臻,张以谟. 数字同轴和数字离轴全息系统分析[J]. 光学工程, 2005, 32(2):16-19.
- [16] CUCHE E, BEVILACACQUA F, DEPERURSING C. Digital holography for quantitative phase contrast imaging[J]. Appl Opt, 1999, 38:6994-7001.
- [17] 周灿林. 数字全息干涉位移场分离研究[J]. 光电子·激光, 2016, 27(2):191-197.

(上接第38页)

- plex dynamical networks with disturbance[J]. Advances in Difference Equations, 2015, 2015(1): 356-359.
- [14] HAN M, ZHANG M, ZHANG YM. Projective synchronization between two delayed networks of different sizes with nonidentical nodes and unknown parameters[J]. Neurocomputing, 2016, 171(C):605-614.
- [15] XU B B, HUANG Y L, WANG J L, et al. Passivity of linearly coupled reaction-diffusion neural networks with switching topology and time-varying delay[J]. Neurocomputing, 2016, 182(10):274-283.
- [16] LI Y, LI C D. Complete synchronization of delayed chaotic neural networks by intermittent control with two switches in a control period[J]. Neuro-computing, 2016, 173 (P3): 1341-1347.
- [17] NADERI B, KHEIRI H. Exponential synchronization of chaotic system and application in secure communication [J]. Optik, 2016, 127(5): 2407-2412.
- [18] KONG W Z, ZHOU Z, JIANG B, et al. Assessment of driving fatigue based on intra/inter-region phase synchronization[J]. Neuro-computing, 2017, 219(30):474-482.
- [19] YANG C, HUANG L H. Finite-time synchronization of coupled time-delayed neural networks with discontinuous activations[J]. Neuro-computing, 2017, 249(12):64-71.
- [20] WANG J A, MA X H, WEN X Y, et al. Pinning lag synchronization of drive-response complex networks via intermittent control with two different switched periods[J]. Statistical Mechanics and its Applications, 2016, 461 (30): 278-287.
- [21] JIANG S Q, CAI G L, CAI S J, et al. Adaptive cluster general projective synchronization of complex dynamic networks in finite time[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2017, 46(18): 161-163.
- [22] WANG S G, ZHENG S, ZHANG B W, et al. Modified function projective lag synchronization of uncertain complex networks with time-varying coupling strength[J]. Optik, 2016, 127(11): 4716-4725.
- [23] XU Y H, ZHOU W N, FANG J A, et al. Topology identification and adaptive synchronization of uncertain complex networks with adaptive double scaling functions[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2011, 16(11): 3337-3343.
- [24] DU H Y. Function projective synchronization in complex dynamical networks with or without external disturbances via error feedback control[J]. Neurocomputing, 2016, 173 (26): 1443-1449.