

·激光技术·

多重边激光时空网络之间的同步及参量识别

颜 哲

(辽宁师范大学 物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

摘 要:研究了多重边激光时空网络之间的同步及参量识别问题。设计了较为实用的网络控制器,并运用Lyapunov稳定性定理,构造合适的Lyapunov函数,从而获得了多重边时空网络之间的同步准则。同时,对网络节点的未知参量以及网络控制器中的耦合矩阵元进行了有效的识别。最后,用环形腔激光器模型作为网络节点进行数值模拟,验证了同步效果,并对模拟图像进行了分析与讨论。

关键词:同步;多重边;激光时空网络;参量识别

中图分类号:TN241

文献标识码:A

文章编号:1673-1255(2017)-05-0017-07

Synchronization between Multi-links Laser Spatiotemporal Networks and Parameter Identification

YAN Zhe

(College of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: The problems about synchronization between multi-links laser spatiotemporal networks and parameter identification are researched. A practical network controller is designed, the Lyapunov stability theorem is used to construct a proper Lyapunov function, and the synchronization criteria for multi-links spatiotemporal networks is obtained. At the same time, the uncertain parameters of the network nodes and the coupling matrix elements of the network controller can be identified effectively. The ring cavity laser model is used as the network nodes for numerical simulation. The synchronization effect is verified. And the simulation images are analyzed and discussed.

Key words: synchronization; multi-links; laser spatiotemporal networks; parameter identification

自然界中的网络同步现象随处可见。网络同步不仅包括网络与节点间的同步,还包括复杂网络之间的相互同步。网络之间同步的实例在自然界中广泛存在,如SARS病毒、禽流感等疾病在两个社区之间的传播^[1];互联网和万维网之间信息的传播和共享^[2-3]。由此可见,网络之间的同步研究具有广泛的实际意义。近年来,两个复杂网络之间的同步问题引起了国内外学者的广泛关注。Lei等人通过间歇牵制控制来实现两个延迟复杂动力学网络之间的自适应外同步^[4];文献

[5]、文献[6]报导了延迟耦合复杂动力学网络的同步问题^[5-6];Wu等人通过自适应控制实现了具有不同节点数的广义复杂动态网络的投影滞后同步^[7-9];Han等人研究了具有不同节点数和未知参量的两个延迟网络的投影同步^[10-11]。

由于实际网络会受到外界的干扰,从而使网络出现某些不确定性,例如网络节点的参量未知等。因此,关于识别网络同步中出现的未知参量问题的研究更具有实际意义。为此,Wei和Zhou研究了Liu混沌系统的自适应同步及参量识别^[12];

收稿日期:2017-09-14

基金项目:辽宁省理论物理重点学科项目(905061)资助

作者简介:颜哲(1991-),女,硕士,从事非线性理论研究.

Wang 等人研究了随机参量未知的两类混沌系统的自适应修正函数投影滞后同步^[13-14];Li 等人研究了不同结构的不确定网络群的参量识别与同步^[15]。

复杂网络是由大量节点通过边的相互连接构成,具有复杂的拓扑结构。大多数现有的工作都集中于具有完全规则拓扑结构的多重边网络研究,例如星型耦合网络、环状耦合网络等。Li 等人利用开闭环控制器,实现了具有相同拓扑结构的两个复杂网络之间的同步^[16]。Tang 等人实现了两个不同拓扑结构的复杂网络之间的自适应同步^[17]。Zhai 等人对具有相互作用和时变拓扑结构的耦合线性系统进行了同步分析^[18-20]。网络的拓扑结构常常影响其功能行为。例如,社交网络的拓扑结构影响信息和疾病的传播,城市交通网络的拓扑结构影响城市的经济建设和运行效率^[21-23]。但许多实际的多重边网络具有不规则或任意拓扑结构。因此,对具有任意不同拓扑结构的两个多重边复杂网络的同步进行研究是十分必要的。

尽管目前多重边网络同步问题的研究逐渐受到人们的关注,但是有关多重边时空网络与网络之间的同步及参量识别的讨论还相对较少。本章主要针对两个具有任意不同拓扑结构的激光时空网络之间的同步及网络节点的参量识别问题进行研究。基于网络拆分的思想,根据边的性质不同,把复杂网络拆分成较为简单的子网络。根据 Lyapunov 稳定性定理,设计网络控制器,从而得出网络同步的更新规则,使激光时空网络之间达到同步。同时,还可以对控制器中的未知矩阵元和网络节点方程中的未知参量进行有效识别。

1 多重边时空网络模型及同步机理

考虑单个节点随时空演化所满足的状态方程为

$$\frac{\partial x_i(r,t)}{\partial t} = f(x_i(r,t)) = F(x_i(r,t)) + G(x_i(r,t))\alpha_i \quad (1)$$

其中, $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T \in R_n, i = 1, 2, \dots, N$ 为第 i 个节点的状态变量; $f \in R^n$ 是连续可微的函数; $F(x_i(r,t))$ 是方程中不含有不确定参量的部分; $G(x_i(r,t))$ 是方程中含不确定参量的部分; $\alpha_i \in R^n$ 是网络第 i 个节点系统中的未知参量。

将式(1)所表示的系统作为节点构成多重边网络,这里考虑多重边网络由 N 个节点, m 个子网络构成,其驱动网络和响应网络的状态方程分别可以

表示成下列形式

$$\frac{\partial x_i(r,t)}{\partial t} = F(x_i(r,t)) + G(x_i(r,t))\alpha_i + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N a_{(lij)} H_l x_j(r, t - \tau_l) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

$$\frac{\partial y_i(r,t)}{\partial t} = F(y_i(r,t)) + G(y_i(r,t))\alpha_i + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N b_{(lij)} H_l y_j(r, t - \tau_l) + u_i(r,t) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

其中, $\tau_l > 0 (l = 1, 2, \dots, m-1)$ 是第 l 个子网络相对于不存在时滞的零子网络 ($\tau_0 = 0$) 的时滞时间; $H_l (l = 0, 1, \dots, m-1)$ 为网络内部耦合矩阵; $u_i(r,t)$ 是响应网络第 i 个节点的控制器。 $A_{(l)} = (a_{(lij)})_{N \times N} (l = 0, 1, \dots, m-1)$ 和 $B_{(l)} = (b_{(lij)})_{N \times N} (l = 0, 1, \dots, m-1)$ 分别是驱动网络和响应网络第 l 个子网络的拓扑结构。以驱动网络拓扑结构 $a_{(lij)}$ 为例,若节点 i 与节点 $j (j \neq i)$ 之间有连接且连接的边数量为 k , 则 $a_{(lij)} = a_{(lji)} = k$; 若两节点之间无连接, 则 $a_{(lij)} = a_{(lji)} = 0$, 并且有 $a_{(lij)} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N a_{(lji)}$ 。图1、

图2所示为驱动网络和响应网络的任意拓扑结构图 ($N = 10, m = 2$)。

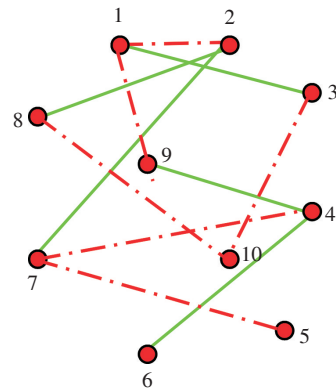


图1 驱动网络

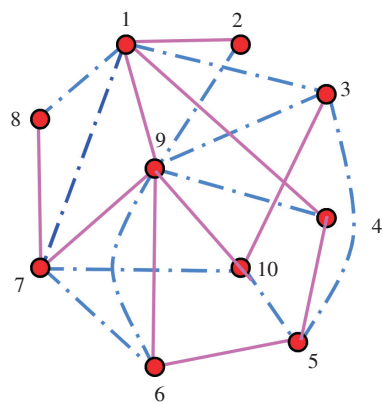


图2 响应网络

上图实线部分为 $\tau_l = \tau_0$ 的零子网络,虚线部分为 $\tau_l = \tau_1$ 的子网络。

网络节点间采取双向连接。以驱动网络中零子网络的第一个节点为例构造拓扑结构,第一个节点与第三个节点有一条边连接,则 $a_{(0)13} = 1$,与第二个节点没有连接,则 $a_{(0)12} = 0$,第一个节点与其他节点一共有一条边连接,则 $a_{(0)11} = -1$ 。

根据图1、图2网络节点间的连接,驱动网络的两个子网络的拓扑结构分别为

$$a_{(0)ij} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a_{(1)ij} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

响应网络的两个子网络的拓扑结构分别为

$$b_{(0)ij} = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$b_{(1)ij} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

为了使驱动网络和响应网络达到同步,定义网络之间的误差变量为

$$e_i(r,t) = y_i(r,t) - x_i(r,t) \quad (6)$$

$$e_i(r,t - \tau_l) = y_i(r,t - \tau_l) - x_i(r,t - \tau_l)$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq l \leq m - 1 \quad (7)$$

则误差随时空的演化关系可以表示为

$$\frac{\partial e_i(r,t)}{\partial t} = F(y_i(r,t)) - F(x_i(r,t)) + [G(y_i(r,t)) - G(x_i(r,t))] \alpha_i + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N b_{(0)ij} H_l y_j(r,t - \tau_l) - \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N a_{(1)ij} H_l x_j(r,t - \tau_l) + u_i(r,t) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

下面的工作是设计控制器 $u_i(r,t)$,使响应网络(3)与驱动网络(2)趋于同步,即满足下式

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i(r,t)\| = 0, 1 \leq i \leq N \quad (9)$$

为此,构造网络的 Lyapunov 函数为

$$V(r,t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(r,t) e_i(r,t) + \frac{1}{2\lambda} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (b_{(0)ij} + \hat{c}_{(0)ij} - a_{(1)ij})^2 + \frac{1}{2\eta} \sum_{i=1}^N (\hat{\alpha}_i - \alpha_i)^T (\hat{\alpha}_i - \alpha_i) + \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N \int_{t-\tau_l}^t e_j^T(r,\theta) e_j(r,\theta) d\theta \quad (10)$$

上式中, $\hat{\alpha}_i$ 代表驱动网络和响应网络节点系统中未知参量 α_i 的辨识量。

V 的导数是

$$\frac{\partial V(r,t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^N e_i^T(r,t) \frac{\partial e_i(r,t)}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (b_{(0)ij} + \hat{c}_{(0)ij} - a_{(1)ij}) \frac{\partial \hat{c}_{(0)ij}}{\partial t} + \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial \hat{\alpha}_i}{\partial t} \right)^T (\hat{\alpha}_i - \alpha_i) + \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r,t) e_j(r,t) - e_j^T(r,t - \tau_l) e_j(r,t - \tau_l)]$$

将式(8)代入式(11)中得

$$\frac{\partial V(r,t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^N e_i^T(r,t) [F(y_i(r,t)) - F(x_i(r,t)) + [G(y_i(r,t)) - G(x_i(r,t))] \alpha_i + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N b_{(0)ij} H_l y_j(r,t - \tau_l) - \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N a_{(1)ij} H_l x_j(r,t - \tau_l) + u_i(r,t)] + \frac{1}{\lambda} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (b_{(0)ij} + \hat{c}_{(0)ij} - a_{(1)ij}) \frac{\partial \hat{c}_{(0)ij}}{\partial t} + \quad (12)$$

$$\frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial \hat{\alpha}_i}{\partial t} \right)^T \times (\hat{\alpha}_i - \alpha_i) +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) e_j(r, t) - e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)]$$

设计以下更新规则为

$$u_i(r, t) = \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N \hat{c}_{(l)ij} H_l y_j(r, t - \tau_l) - [G(y_i(r, t)) - G(x_i(r, t))] \hat{\alpha}_i - \varepsilon_i e_i(r, t) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \hat{\alpha}_i}{\partial t} = \eta [G(y_i(r, t)) - G(x_i(r, t))]^T e_i(r, t) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \hat{c}_{(l)ij}}{\partial t} = -\lambda e_i^T(r, t) H_l y_j(r, t - \tau_l) \quad (15)$$

其中, ε_i 是一个正常数。

把上述更新规则代入式(12)中, 可得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(r, t)}{\partial t} = & \sum_{i=1}^N e_i^T(r, t) [F(y_i(r, t)) - F(x_i(r, t))] + \\ & [G(y_i(r, t)) - G(x_i(r, t))] \alpha_i + \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N b_{(l)ij} H_l y_j(r, t - \tau_l) - \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N a_{(l)ij} H_l x_j(r, t - \tau_l) + \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N \hat{c}_{(l)ij} H_l y_j(r, t - \tau_l) - \\ & [G(y_i(r, t)) - G(x_i(r, t))] \hat{\alpha}_i - \varepsilon_i e_i(r, t) - \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T(r, t) (b_{(l)ij} + \hat{c}_{(l)ij} - a_{(l)ij}) H_l y_j(r, t - \tau_l) + \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(r, t) \times [G(y_i(r, t)) - G(x_i(r, t))] (\hat{\alpha}_i - \alpha_i) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) e_j(r, t) - e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)] = \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(r, t) [F(y_i(r, t)) - F(x_i(r, t))] - \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N a_{(l)ij} H_l x_j(r, t - \tau_l) - \varepsilon_i e_i(r, t) + \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T(r, t) a_{(l)ij} H_l y_j(r, t - \tau_l) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) \times e_j(r, t) - e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)] \end{aligned} \quad (16)$$

假设1 假设存在非负常数 ξ_i , 满足 $\forall t \in R_+$, 有

$$\|F(y_i(r, t)) - F(x_i(r, t))\| \leq \xi_i (\|y_i(r, t) - x_i(r, t)\|), i = 1, 2, \dots, N$$

引理1 $\forall x, y \in R^n$, 有

$$2X^T Y \leq X^T X + Y^T Y$$

将假设1代入到式(16)中, 可以得到下面的等式

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(r, t)}{\partial t} \leq & \sum_{i=1}^N e_i^T(r, t) (\xi_i - \varepsilon_i) e_i(r, t) + \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T(r, t) [a_{(l)ij} H_l y_j(r, t - \tau_l) - \\ & a_{(l)ij} H_l x_j(r, t - \tau_l)] + \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) e_j(r, t) - \\ & e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)] \leq \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(r, t) (\xi_i - \varepsilon_i) e_i(r, t) + \\ & \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T(r, t) a_{(l)ij} H_l e_j(r, t - \tau_l) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) e_j(r, t) - \\ & e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)] \end{aligned} \quad (17)$$

将引理1代入到式(17)中, 有下式

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(r, t)}{\partial t} \leq & \sum_{i=1}^N (\xi_i - \varepsilon_i) \|e_i(r, t)\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T(r, t) a_{(l)ij} H_l H_l^T a_{(l)ij}^T e_i(r, t) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) e_j(r, t) - e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)] \leq \\ & \sum_{i=1}^N (\xi_i - \varepsilon_i) \|e_i(r, t)\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{(l)ij}^2 \|H_l\|^2 \|e_i(r, t)\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{j=1}^N [e_j^T(r, t) e_j(r, t) - e_j^T(r, t - \tau_l) e_j(r, t - \tau_l)] = \\ & \sum_{i=1}^N (\xi_i - \varepsilon_i) \|e_i(r, t)\|^2 + \sum_{i=1}^N h \|e_i(r, t)\|^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N e_j^T(r, t) e_j(r, t) = \\ & \sum_{i=1}^N (\xi_i - \varepsilon_i + h) \|e_i(r, t)\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N e_j^T(r, t) e_j(r, t) \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $h = \max_{1 \leq i \leq N} \left\{ \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} a_{(l)ij}^2 \|H_l\|^2 \right\}$ 。若 ε_i 取足够大的值

满足 $\frac{\partial V(r,t)}{\partial t} \leq 0$, 即式(9)成立, 则驱动网络和响应网络达到同步。

2 数值仿真

假设网络有10个节点, 2个子网络, 用含有增益介质的环形腔激光器模型作为网络节点进行数值模拟, 对以任意拓扑结构连接的多重边网络的同步原理进行验证。

驱动网络节点以图1连接方式, 响应网络节点以图2连接方式为例进行数值模拟, 则驱动网络拓扑结构为 $a_{(0)ij}$ 和 $a_{(1)ij}$, 响应网络拓扑结构为 $b_{(0)ij}$ 和 $b_{(1)ij}$ 。

驱动网络可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i(r,t)}{\partial t} = & x_i(r,t) \exp\left(\frac{\alpha}{1+x_i(r,t)} - \Gamma\right) + \\ & D_i \nabla^2 x_i(r,t) + \sum_{j=1}^N a_{(0)ij} H_0 x_j(r,t) + \\ & \sum_{j=1}^N a_{(1)ij} H_1 x_j(r,t - \tau_1) \end{aligned} \quad (19)$$

其中, 参量 α 表示增益系数; Γ 表示腔损耗; D_i 为空间衍射耦合系数。

相应的响应网络为

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_i(r,t)}{\partial t} = & y_i(r,t) \exp\left(\frac{\alpha}{1+y_i(r,t)} - \Gamma\right) + D_i \nabla^2 y_i(r,t) + \\ & \sum_{j=1}^N b_{(0)ij} H_0 y_j(r,t) + \sum_{j=1}^N b_{(1)ij} H_1 y_j(r,t - \tau_1) + u_i(r,t) \end{aligned} \quad (20)$$

系统的参量分别取 $\alpha = 15$, $\Gamma = 11$, $D_i = 0.2$, 更新规则中的常数取 $\varepsilon_i = 2$, $\eta = 2$, $\lambda = 1.5$ 。应用式(13)~式(15)中的更新规则, 可以对系统中任意参量进行有效识别。这里设定 D_i 为需要识别的未知参量。其中初始条件 $x_i(r,0)$ 和 $y_i(r,0)$ 在 $[0, 1]$ 区间任意取值, $D_i(r,0)$ 在区间 $[0.2, 0.201]$ 之间取值。假设空间取100个网络格点, 周期性边界条件为 $x_i(1,t) = x_i(102,t) = 0$, $y_i(1,t) = y_i(102,t) = 0$, $d_i(1,t) = d_i(102,t) = 0$, 时滞时间 $\tau_1 = 0.02$ 。式(20)中的控制器 $u_i(r,t)$ 用式(13)表示, 控制器中的未知矩阵元可以表示为式(15), 参数识别器为式(14)。通过设计合适的网络控制器, 在驱动网络和响应网络节点状态方程有未知参量的情况下, 使驱动网络(19)和响应网络(20)达到完全同步, 同时未知参量 D_i 得到有效识别。

为了使同步效果更明显, 取空间任一格点进行数值模拟, 例如取第100个网络格点, 如图3所示为时滞 $\tau_i = \tau_0$ 时, 两个多重边时空网络的同步误差 $e_i(r,t)$ 随时间的演化。图4为时滞 $\tau_i = \tau_1$ 时的同步误差 $e_i(r,t - \tau_1)$ 随时间的演化。

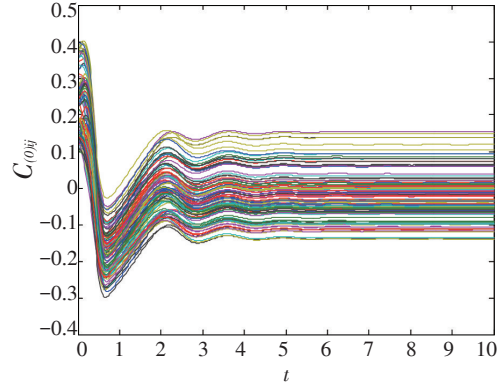


图3 误差 $e_i(r,t)$ 随时间的演化

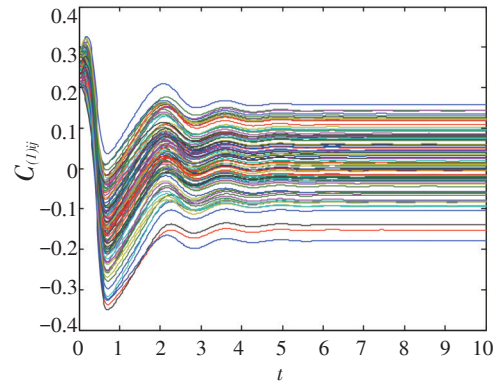


图4 误差 $e_i(r,t - \tau_1)$ 随时间的演化

由图3和图4可以看出, 两图的误差曲线完全相同, 说明两个多重边时空网络的同步效果与时滞时间无关。同步误差在 $t=4$ 之前的初始阶段有一定程度的振荡, 随着时间的演化很快收敛于零, 即两个网络达到同步。文中以10个节点为例, 进行数值仿真。矩阵元的识别如图5~图6所示。

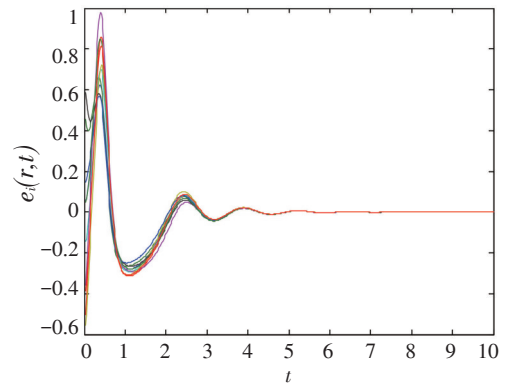
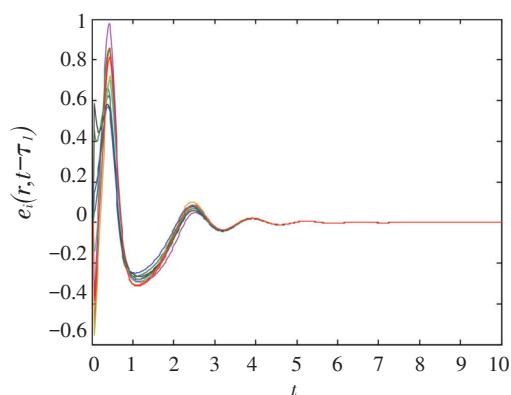
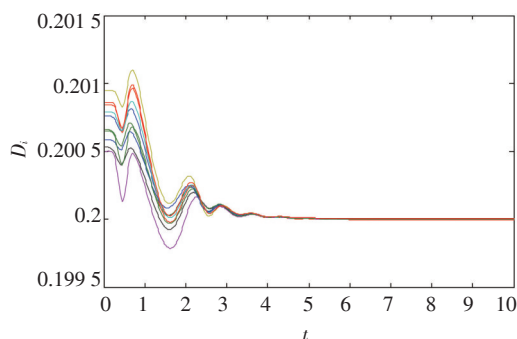


图5 矩阵元 $c_{(0)ij}$ 的识别

图6 矩阵元 c_{0ij} 的识别

$t=3$ 之前, 控制器中的未知矩阵元有一定程度的振荡, 经过短暂的时间后, 各个矩阵元趋于稳定, 即未知矩阵元得到有效识别。网络控制器中出现了未知矩阵元, 由式(15)可以看出, 只要驱动网络和响应网络确定, 矩阵元就能得以有效识别。如图7所示, 基于式(13)~式(15)的更新规则, 未知参量在短暂的时间内从最初选取的任意值逐渐趋于给定值 0.2, 说明在此过程中未知参量得以识别。

图7 未知参量 D_i 的识别

3 结论

研究了具有任意不同拓扑结构的多重边激光时空网络之间的同步及网络节点的参量识别问题。通过构建合适的 Lyapunov 函数, 得到网络的自适应控制器, 使得时空动态响应网络与驱动网络之间逐渐达到了同步状态。同时, 网络节点的未知参量得以有效识别。基于上述理论, 选取环形腔激光器模型作为网络节点, 节点之间以任意不同拓扑结构进行连接, 构造两个多重边网络进行数值仿真, 从而对所设计的同步方案进行验证。结果表明, 加入有效的网络控制器后, 经过短暂的时间演化, 两

个多重边激光时空网络之间的误差逐渐趋于零, 即两个网络达到同步。同时, 网络节点的未知参量从最初给定的任意值趋于一个定值, 从而证明了该同步方案的正确性与有效性。

参考文献

- [1] MA J, WU F Q, WANG C N. Synchronization behaviors of coupled neurons under electromagnetic radiation[J]. International Journal of Modern Physics B, 2017, 31(2): 391-405.
- [2] THUAN M V, TRINH H, HIEN L V. New inequality-based approach to passivity analysis of neural networks with interval time-varying delay[J]. Neurocomputing, 2016, 194(6): 301-307.
- [3] WU Y, SUN Y H, CHEN L F. Robust adaptive finite-time synchronization of nonlinear resource management system [J]. Neurocomputing, 2016, 171(C): 1131-1138.
- [4] LEI X Q, CAI S M, JIANG S Q, et al. Adaptive outer synchronization between two complex delayed dynamical networks via aperiodically intermittent pinning control[J]. Neurocomputing, 2017, 222(C): 26-35.
- [5] DONG Y, LI H J. Synchronization stability of continuous/discrete complex dynamical networks with interval time-varying delays[J]. Neurocomputing, 2010, 73(4-6): 809-819.
- [6] TANG Z, JU H P, LEE T H, et al. Random adaptive control for cluster synchronization of complex networks with distinct communities[J]. International Journal of Adaptive Control & Signal Processing, 2016, 30(3): 534-549.
- [7] WU X J, LU H T. Projective lag synchronization of the general complex dynamical networks with distinct nodes[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2012, 17(11): 4417-4429.
- [8] AL-mahbashi G, NOORANI Msm, BAKAR Sa, et al. Adaptive projective lag synchronization of uncertain complex dynamical networks with disturbance[J]. Neurocomputing, 2015, 2015(1): 356.
- [9] WU Y, LIU L. Exponential outer synchronization between two uncertain time-varying complex networks with nonlinear coupling[J]. Entropy, 2015, 17(5): 3097-3109.
- [10] HAN M, ZHANG M, ZHANG Y. Projective synchronization between two delayed networks of different sizes with nonidentical nodes and unknown parameters[J]. Neurocomputing, 2016, 171(C): 605-614.
- [11] SUN W, WU Y, ZHANG J, et al. Inner and outer synchronization between two coupled networks with interactions[J].

- Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(8): 3166-3177.
- [12] WEI Y Y, ZHOU H P. Parameter identification adaptive synchronization of Liu chaotic system[J]. Journal of Henan Institute of Science and Technology, Natural Science Edition, 2017, 11(2): 69-81.
- [13] WANG Z Y, HUANG L H, YANG X X. Adaptive modified function projective lag synchronization for two different chaotic systems with stochastic unknown parameters[J]. Mediterranean Journal of Mathematics, 2016, 13(3): 1391-1405.
- [14] ALASWALHA M M, ALASWALHA A. Anti-synchronization of fractional order chaotic and hyperchaotic systems with fully unknown parameters using modified adaptive control[J]. Open Physics, 2016, 14(1): 304-313.
- [15] LI C, Lü L, SUN Y, et al. Parameter identification and synchronization for uncertain network group with different structures[J]. Physica A, 2016, 457(14): 624-631.
- [16] LI C P, SUN W G, KURTHS J. Synchronization between two coupled complex networks[J]. Physical Review E, 2007, 76(2): 046204.
- [17] TANG H W, CHEN L, LU J A, et al. Adaptive synchronization between two complex networks with nonidentical topological structures[J]. Physica A, 2008, 387(22): 5623-5630.
- [18] ZHAI S, XIAO M, LI Q. Synchronization analysis of coupled identical linear systems with antagonistic interactions and time-varying topologies[J]. Neurocomputing, 2017, 244(12): 53-62.
- [19] ZHAI S D. Modulus synchronization in a network of nonlinear systems with antagonistic interactions and switching topologies[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulations, 2016, 33(12): 184-193.
- [20] PROSKURNIKOV A V, MATVEEV A S, CAO M. Opinion dynamics in social networks with hostile camps: consensus vs. polarization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(6): 1524-1536.
- [21] LI X, WANG X F, CHEN G R. Synchronization in complex dynamical networks and its applications[J]. Journal of Ningxia University, 2010, 31(1): 44-48.
- [22] WU H Q, WANG L F, NIU P F, et al. Global projective synchronization in finite time of nonidentical fractional-order neural networks based on sliding mode control strategy[J]. Neurocomputing, 2017, 235(C): 264-273.
- [23] WANG D Y, LI L S. Mean-square stability analysis of discrete-time stochastic Markov jump recurrent neural networks with mixed delays[J]. Neurocomputing, 2016, 189(12): 171-178.

~~~~~

(上接第11页)

- 特性研究[J]. 制导与引信, 2005, 26(3): 15-17.
- [6] 国爱燕, 白廷柱, 胡海鹤, 等. 固体火箭发动机羽烟紫外辐射特性分析[J]. 光学学报, 2012, 32(10): 1016002.
- [7] 唐绍凡, 沈洪兵. 天基导弹紫外预警及紫外预警探测仪[J]. 航天返回与遥感, 2003(4): 25-27.
- [8] 国爱燕, 白廷柱, 唐义, 等. 固体火箭发动机羽烟紫外辐射仿真研究[J]. 光学学报, 2009, 29(s1): 295-299.
- [9] 李炳军, 江文杰, 梁永辉. 基于导弹羽烟紫外辐射的日盲型探测器[J]. 航天电子对抗, 2006, 22(6): 7-10.
- [10] 于远航, 王文生. 折衍混合紫外告警光学系统设计[J]. 激光技术, 2012, 36(3): 421-427.
- [11] 何彦峰. 浅析临近空间平台的军事应用[J]. 尖端科技, 2007, 6: 31-35.
- [12] 汪连栋, 曾勇虎, 高磊, 等. 临近空间高超声速目标雷达探测技术现状与趋势[J]. 信号处理, 2014, 30(1): 72-85.
- [13] 王红. 大相对孔径大视场紫外告警相机光学系统[J]. 光学精密工程, 2014, 22(12): 3212-3216.
- [14] 李博, 王淑荣, 王俊博. 天基紫外跟踪详查光学系统设计[J]. 中国激光, 2013, 40(9): 0916003-1-0916003-5.
- [15] Smathers H W, Horan D M, Cardon J G, et al. UVPI Imaging from the LACE Satellite[R]. The Starbird Rocket Plume, 1993.
- [16] Bechis K P. UV observations during the STARLAB space shuttle mission[J]. SPIE, 1989, 1158: 232-241.
- [17] Kordas J F, Lewis I T, Priest R E, et al. UV/visible camera for the clementine mission[J]. SPIE, 1995, 2478: 175-186.
- [18] Morrison D, Paxton L, Humm D, et al. On-orbit calibration of the special sensor ultraviolet scanning imager (SSUSI): a far-UV imaging spectrograph on DMSP F-16[J]. SPIE, 2002, 4485: 328-337.
- [19] Rusch D W, Thomas G E, McClintock W, et al. The cloud imaging and particle size experiment on the aeronomy of ice in the mesosphere mission[J]. Instrument Concept, Design, Calibration and on-orbit Performance Journal of Atmospheric and Solar-terrestrial Physics, 2009, 71: 356-364.