

测试、试验与仿真

Duffing型电路信号的特性与仿真分析

杜秀云

(辽宁师范大学 物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

摘要:研究了Duffing型电路的非线性特性。介绍了能够产生非线性现象的实验电路。依据Kirchhoff电路原理,得到Duffing型电路方程的一般表示式。进一步通过编制MATLAB程序对Duffing型电路方程进行模拟仿真。模拟结果显示,Duffing型电路系统能够呈现丰富的动力学行为,并且模拟结果与实验结果一致。

关键词:非线性;Duffing型电路;仿真模拟;动力学行为

中图分类号:TP27 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-1255(2017)-04-0064-04

Characteristic and Simulation Analysis of Duffing Circuit Signal

DU Xiu-yun

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: The nonlinear characteristics of Duffing circuit are researched. An experimental circuit capable of generating nonlinear phenomena is introduced. According to the Kirchhoff circuit principle, the general expression formula of Duffing circuit equation is obtained. Furthermore, MATLAB program is used to simulate the Duffing circuit equation. Simulation results show that the Duffing circuit system can present dynamical behaviors, and the simulation results are in accordance with the experimental results.

Key words: nonlinearity; Duffing circuit; simulation; dynamical behavior

Duffing型电路由电阻、电容和非线性元件构成,其电路方程是含有非线性项和驱动项的二阶微分方程。该电路的输出信号呈现多种非线性现象,在诸多领域有着广泛的应用。在利用Duffing型电路等非线性电路系统进行加密通讯以及信息处理时,与激光系统、人工神经网络系统等相比较,非线性电路系统具有设计简洁,存储容量高以及抗干扰能力强等优势^[1-3]。自Pecora和Carroll首先在电路实验中发现了非线性现象,并提出了在实验上利用其特性进行加密通讯以及信息处理方案以来^[4],电路中的非线性特性研究以其广泛的应用价值而备受关注。另外,能够产生非线性现象的电路系统种类也很多,如集成电路、数字滤波器、A/D转换器以及锁相环等。因此,在进行非线性特性的理论与应用

研究时,非线性电路系统成为人们首选的系统之一,许多有价值的成果已被报道^[5-9]。其中典型的如,Cuomo和Oppenheim设计了仿真Lorenz系统的非线性电路,完成了Cuomo-Oppenheim电路的通讯模拟实验^[10];Volos等实现了两个相互耦合Duffing型电路的信号同步传输研究^[11];Kyprianidis等报道了利用主被动控制法设计两个双螺旋电路信号传输的实验方案^[12]。

由电路系统产生的许多非线性现象具有一些独特的基本特征。首先是对初始条件的微小变化具有高度的敏感依赖性。只要初始条件略有差别或微小的扰动都会使系统的最终状态出现明显的差异。其次,具有伸长和折叠的特性。伸长是指系统内部局部不稳定引起的点之间距离的扩大,折叠

收稿日期:2017-08-03

基金项目:辽宁省理论物理重点学科项目(905061)资助

作者简介:杜秀云(1976-),女,博士,从事电子学及相关理论研究。

是系统整体稳定所形成的点之间距离的限制。三是具有丰富的层次和自相似结构。同时,许多非线性现象还具有分形结构,由分维数来描述其特征。

文中研究了 Duffing 型电路的非线性特性。首先介绍了能够产生非线性现象的实验电路。依据 Kirchhoff 电路原理,得到 Duffing 型电路方程的一般表示式。进一步通过编制 MATLAB 程序对 Duffing 型电路方程进行模拟仿真。模拟结果显示, Duffing 型电路系统能够呈现丰富的动力学行为,并且模拟结果与实验结果一致。

1 Duffing 型电路与输出特性

Duffing 型电路的实验装置如图 1 所示^[13]。

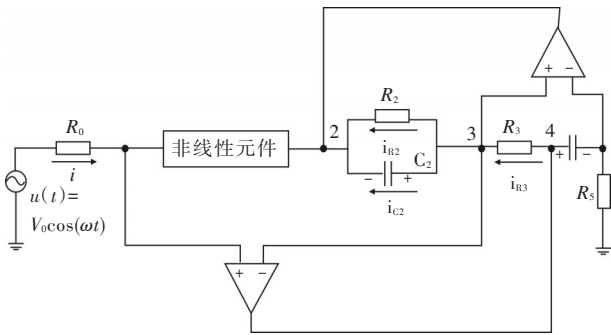


图1 Duffing 电路的实验装置

其中电路中的非线性元件由图 2 构成。

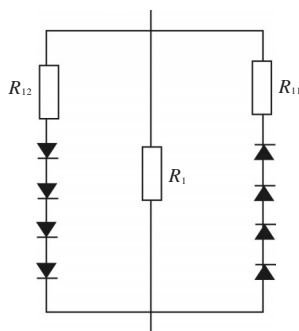


图2 Duffing 型电路中的非线性元件

在实验中 Duffing 型电路各元件配置为： $R_0 = 2.05 \text{ k}\Omega$ ， $R_1 = 8.11 \text{ k}\Omega$ ， $R_2 = 5.248 \text{ k}\Omega$ ， $R_3 = R_5 = 1 \text{ k}\Omega$ ， $R_{11} = R_{12} = 0.557 \text{ k}\Omega$ ， $C_2 = 105.9 \text{ nF}$ ， $C_4 = 9.79 \text{ nF}$ ， $V_0 = 2 \text{ V}$ ， $f = 1.273 \text{ kHz}$ 。

利用 Kirchhoff 节点电流和回路电压方程组,对应图 1 中电路元件,Christos 等人推导出各元件电流和电压之间关系,给出了标度变换后的 Duffing 型电

路方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -\varepsilon y - ax - bx^3 + B \cos \omega t \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\varepsilon = \frac{1}{C_2 \cdot R_2}$, $a = \frac{p \cdot R_0}{C_2 \cdot C_4 \cdot R_3 \cdot R_5}$, $b = \frac{\varepsilon \cdot R_0}{C_2 \cdot C_4 \cdot R_3 \cdot R_5}$, $B = \frac{V_0}{C_2 \cdot C_4 \cdot R_3 \cdot R_5}$, 这里 p 是与电感通量相关的常数。 x 和 y 是与电压和电压的变化率相关的量。

实验测定,当参量 $a = 0.25$, $b = 1$, $\varepsilon = 0.18$, $\omega = 0.8$, $B = 20$ 时, Duffing 型电路的输出信号呈现丰富的非线性动力学行为。图 3 显示了在上述参数下图 1 所示的 Duffing 型电路的输出信号相图,它表示信号输出在相空间 (x, y) 中的轨迹。

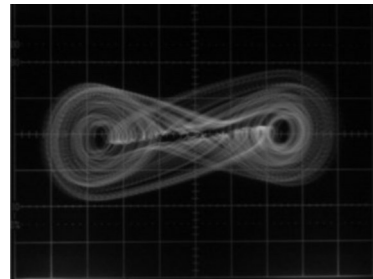


图3 Duffing 型电路的输出信号相图

2 Duffing 型电路特性的仿真分析

编制 MATLAB 程序对 Duffing 型电路方程进行模拟仿真,其流程图如图 4 所示。

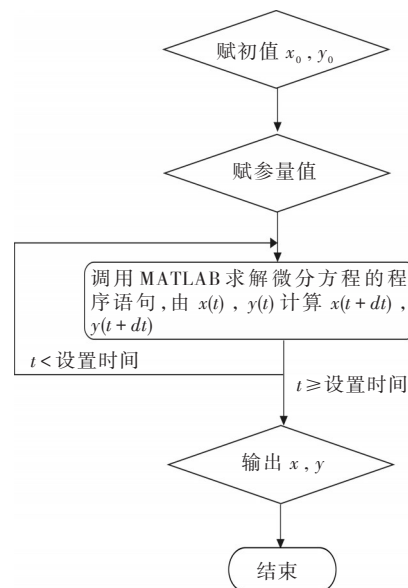


图4 仿真流程图

在仿真模拟过程中,保持 Duffing 型电路方程的参量值为实验测定值不变,调用 MATLAB 求解微分方程的程序语句,通过输入不同的 Duffing 型电路方程变量的初始值,仿真模拟 Duffing 型电路输出信号的相图和系统变量输出信号随时间演化的波形图。

图 5 是仿真模拟出的 Duffing 型电路的相图。

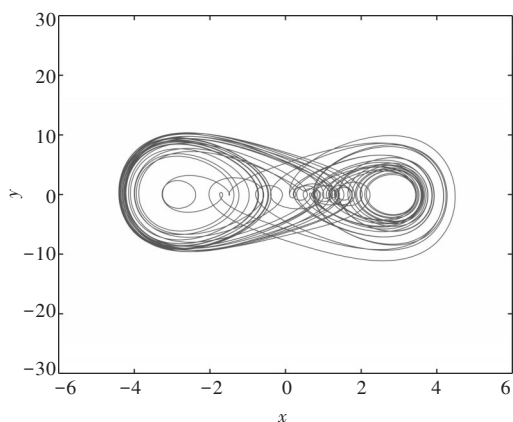


图 5 Duffing 型电路的相图

由图可以看出,它与图 3 所示的实验测定的 Duffing 型电路的输出信号的相图性质完全一致。系统从任一初始状态 $x_0 = 0.1, y_0 = 0.1$ 出发,最终演化到相空间的吸引子局域。轨线进入局域后,两条距离非常近的轨线将发生指数分离而又不相交,并且对初始条件依赖的非常敏感。与该相图对应的 Duffing 型电路变量输出信号随时间演化的波形如图 6 所示。

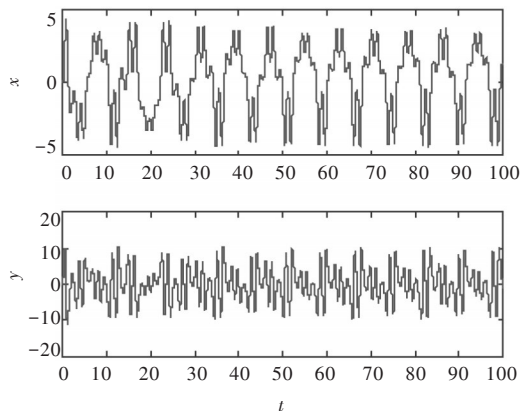


图 6 变量输出信号随时间演化的波形
($x_0 = 0.1, y_0 = 0.1$)

另外,保持实验参量值不变,仅仅改变 Duffing 型电路系统的初始状态 x_0 和 y_0 的数值,仿真模拟发现,系统变量输出信号随时间演化的波形将发生

改变。图 7 和图 8 分别给出 Duffing 型电路系统的初始状态 $x_0 = -0.5, y_0 = -0.5$ 以及 $x_0 = -1.5, y_0 = 0.5$ 时变量输出信号随时间演化的波形。

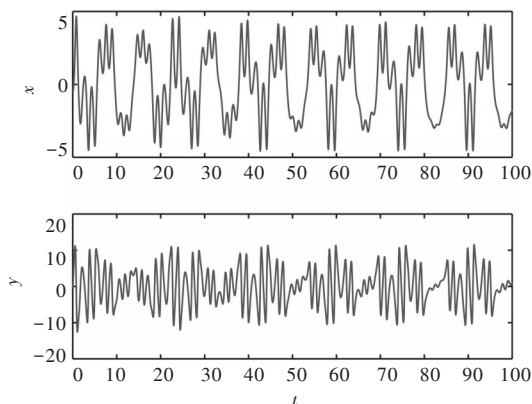


图 7 变量输出信号随时间演化的波形
($x_0 = -0.5, y_0 = -0.5$)

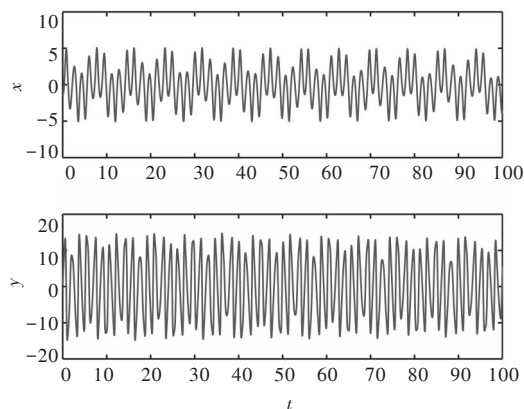


图 8 变量输出信号随时间演化的波形
($x_0 = -1.5, y_0 = 0.5$)

可以看到,Duffing 型电路系统对初始状态的改变具有高度的敏感依赖性。初始状态略有改变会使系统变量输出信号随时间演化的波形出现明显的差异。

3 结论

着重研究了 Duffing 型电路的非线性特性。以 Duffing 型电路的实验为基础,在介绍 Duffing 型电路的动力学方程和参数的基础上,仿真模拟了 Duffing 型电路输出信号的相图和系统变量输出信号随时间演化的波形图。数值模拟结果显示,Duffing 型电路系统能够呈现丰富的动力学行为,并且模拟结果与实验结果一致。Duffing 型电路的非线性特性在

控制以及工程领域有着广泛的应用。例如,利用 Duffing 振子的随机共振效应进行微弱信号的检测;利用 Duffing 型电路系统对初值的敏感性进行保密通讯等。因此,研究 Duffing 型电路的非线性特性有着重要的理论意义和实用价值。进一步利用 Duffing 型电路进行信号的有效传输方案的设计与仿真实现将是我们下一步的工作。

参考文献

- [1] Kyprianidis I M, Volos C K, Stouboulos I N, et al. Dynamics of two resistively coupled Duffing type electrical oscillators[J]. *J Bifurcat Chaos*, 2006, 16(6): 1765-1775.
 - [2] Kocarev L, Parlitz U. General approach for chaotic synchronization with applications to communication[J]. *Phys Rev Lett*, 1995, 74(25):5028-5031.
 - [3] Chedjou J C, Fotsin H B, Wofo P, et al. Analog simulation of the dynamics of a van der Pol oscillator coupled to a Duffing oscillator[J]. *IEEE Trans Circ Syst-I*, 2001, 48(6):748-757.
 - [4] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic system [J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64(8):821-824.
 - [5] Kyprianidis I M, Stouboulos I N. Synchronization of two resistively coupled non-autonomous and hyper-chaotic oscillators[J]. *Chaos Solitons Fract*, 2003, 17(2-3): 317-325.
 - [6] Zambrano S, Allaria E, Brugioni S, et al. Numerical and experimental exploration of phase control of chaos[J]. *Chaos*, 2006, 16(1):013111-9.
 - [7] Murali K, Lakshmanan M. Drive-response scenario of chaos synchronization in identical nonlinear system[J]. *Phys Rev E*, 1994, 49(6):4882-4885.
 - [8] Stavrinos S G, Deliolanis N C, Miliou A N, et al. Internal crisis in a second order nonlinear non-autonomous electronic oscillator[J]. *Chaos Solitons Fract*, 2008, 36(4): 1055-1061.
 - [9] Miliou A N, Antoniadis I P, Stavrinos S G, et al. Secure communication by chaotic synchronization: Robustness under noisy conditions[J]. *Nonlinear Anal: Real World Appl*, 2007, 8(3):1003-1012.
 - [10] Cuomo K M, Oppenheim A V. Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications [J]. *Phys Rev Lett*, 1993, 71(1): 65-68.
 - [11] Wembe E T, Yamapi R. Chaos synchronization of resistively coupled Duffing systems: numerical and experimental investigations[J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 2009, 14(4):1439-1453.
 - [12] Kyprianidis I M, Volos C K, Stavrinos S G, et al. Master-Slave double-scroll circuit incomplete synchronization[J]. *J Eng Sci Tech Rev*, 2010, 3(1):41-45.
 - [13] Volos C K, Kyprianidis I M, Stouboulos I N. Synchronization of two mutually coupled Duffing-type circuits[J]. *J Circ Syst Sign Proc*, 2007, 1(3):274-281.
-
- (上接第7页)
- [5] HEBLING J, YEH K-L, HOFFMANN M C, et al. Generation of high-power terahertz pulses by tilted-pulse-front excitation and their application possibilities [J]. *JOSA B*, 2008, 25(7): B6-B19.
 - [6] DAI J, XIE X, ZHANG X C. Detection of broadband terahertz waves with a laser-induced plasma in gases [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(10): 103903.
 - [7] TANI M, HERRMANN M, KONO S, et al. Generation and detection of terahertz pulsed radiation with photoconductive antennas and their application to imaging[J]. *Proceedings of the International Topical Meeting on Microwave Photonics*, F, 2009.
 - [8] 许景周. 太赫兹科学技术和应用 [M]. 北京:北京大学出版社, 2007.
 - [9] XU L, ZHANG X C, AUSTON D H. Terahertz beam generation by femtosecond optical pulses in electro-optic materials [J]. *Applied Physics Letters*, 1992, 61(15): 1784-6.
 - [10] COOK D J, HOCHSTRASSER R M. Intense terahertz pulses by four-wave rectification in air [J]. *Optics Letters*, 2000, 25(16): 1210-2.
 - [11] XIE X, DAI J, ZHANG X C. Coherent control of THz wave generation in ambient air [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(7): 075005.
 - [12] HOUARD A, LIU Y, PRADE B, et al. Polarization analysis of terahertz radiation generated by four-wave mixing in air [J]. *Optics Letters*, 2008, 33(11): 1195-7.
 - [13] ZHANG W. Resonant terahertz transmission in plasmonic arrays of subwavelength holes [J]. *European Physical Journal Applied Physics*, 2011, 43(1): 1-18.
 - [14] 田震. 太赫兹波段表面等离子激元波的主动控制和传感应用 [D]. 天津:天津大学, 2010.
 - [15] 谷建强. 太赫兹奇异介质研究 [D]. 天津:天津大学, 2010.