

·测试、试验与仿真·

拓扑切换特性光学双稳态离散型网络仿真研究

顾佳佳, 田 静, 王周洋

(辽宁师范大学 物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

摘要:研究了具有拓扑切换特性的光学双稳态离散型不确定网络与目标信号之间的投影同步问题。将具有拓扑切换特性的离散型网络进行适当的分离配置,并采用主动控制法设计了合适的控制器。进一步构造一个特殊的Lyapunov函数使网络在短时间内达到同步,并获得了参数识别的更新规则。最后,进行数值仿真验证了所设计的控制器的有效性。

关键词:光学双稳态离散型模型;投影同步;拓扑切换

中图分类号:O439 文献标识码:A 文章编号:1673-1255(2017)-01-0069-06

Simulation Research on Optical Bistable Discrete Network with Topology Switching Characteristics

GU Jia-jia, TIAN Jing, WANG Zhou-yang

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: The projective synchronization problem between the optical bistable discrete uncertain network with topology switching characteristics and the target signal is researched. The network is configurated separately and suitably and the active control method is used to design a suitable controller. A special Lyapunov function is constructed further to make the network to achieve synchronization in a short time and the update rules for parameter identification are obtained. Numerical simulation is carried out to verify the effectiveness of the designed controller.

Key words: optical bistable discrete model; projective synchronization; topology switching

近年来,复杂网络在诸如电光通信,保密技术以及远程传输等领域都有着很重要的应用,这些应用引起了人们对它研究的浓厚兴趣。随着研究的不断深入以及信息技术的发展,可提供解决问题的方法也越来越丰富,使得复杂网络的理论日益完善。人们通过对大量复杂网络的模拟发现,对于大多数实际的复杂网络,一般具有以下几个特征^[1]:网络行为的统计性,节点动力学行为和连接结构的复杂性,网络连接的稀疏性以及网络的时空演化复杂性等。

在复杂网络的同步行为研究中,以往的研究只是针对具有一定固定结构的网络,即拓扑结构不随时间变化。但现实的网络大多数是随着时间和空

间连续变化的。因此,具有拓扑切换特性的复杂网络的研究具有更广泛应用^[6-10]。而拓扑切换的复杂网络在实际应用中表现出来的高度符合现实的特性激发了学者们的研究热情。例如,文献[11]利用M-矩阵方法研究了带有耦合时滞和切换拓扑复杂网络的同步问题。文献[12]提出了脉冲切换复杂时滞网络鲁棒 H_∞ 控制方法。以线性矩阵不等式的形式给出了脉冲切换复杂时滞网络全局稳定的充分条件,并得到了鲁棒 H_∞ 控制律。文献[13]研究了耦合时变网络同步问题,通过网络切换结构对应的Laplace算子算出耦合矩阵的第二最大本征值达到网络同步。文献[14]研究了具有切换拓扑与非恒等节点的复杂网络同步化问题。构建了低维系统

收稿日期:2016-12-07

作者简介:顾佳佳(1990-),女,辽宁北票人,硕士研究生,从事非线性理论研究。

的公共 Lyapunov 函数,提出了在误差向量范数有界意义下的复杂网络全局同步化判据,保证系统在任意切换策略下实现复杂网络的同步化。显然,以往的研究对网络的拓扑切换结构有一定的限制,只有参数满足一定要求时才能达到同步。可真实世界网络的拓扑结构并不如所希望的那样,如何实现任意切换拓扑结构的复杂网络同步问题更值得研究人员深入研究。并且以往的研究多数针对于连续的网络,离散型网络也占据了实际生活的很大部分,它的同步方案在用之前的方法也很难实现同步控制。而投影同步^[15-18]由于标度因子选取的不同使其具有较高的保密性,也使得其在实际生活中有较高的应用价值。因此,具有拓扑切换特性的离散型不确定网络的投影同步还有很多前沿问题值得更深入的研究。

基于此,研究了具有拓扑切换特性的光学离散型不确定网络与目标信号之间的投影同步问题。将具有拓扑切换特性的光学离散型网络进行适当的分离配置,并采用主动控制法设计了合适的控制器。进一步构造一个特殊的 Lyapunov 函数使网络在短时间内达到同步,并得到了参数识别的更新规则。选取光学混合型双稳态离散型混沌系统作为仿真实例进行仿真实验,验证了理论分析的有效性。

1 网络的同步原理

考虑一个具有拓扑切换特性的离散型动力学网络与一个目标的同步,网络由 N 个节点组成,网络方程可表示为

$$\begin{aligned} x_i(n+1) = & F(x_i(n), \hat{k}_i(n)) + \varepsilon_i \sum_{j=1}^N c_{ij}^{s(n)} x_j(n) + u_i(n) = \\ & f(x_i(n)) + g(x_i(n)) \cdot \hat{k}_i(n) + \varepsilon_i \sum_{j=1}^N c_{ij}^{s(n)} x_j(n) + u_i(n) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, n 表示离散化的步数; $x_i(n) \in R^m$ 为网络的节点状态变量; $f: R^m \rightarrow R^m$ 是网络不含参数部分; $g: R^m \rightarrow R^m$ 是网络含有参数部分; $\hat{k}_i(n)$ 是网络方程未知参数 k 的识别参量; ε_i 是网络节点之间的耦合强度; $s(n)$ 是切换信号,用来描述网络拓扑结构改变的分段常值函数; $c_{ij}^{s(n)}$ 是与切换函数 $s(n)$ 一一对应的

耦合矩阵。如果 $i=j$, $c_{ij}^{s(n)}=0$; 否则 $c_{ij}^{s(n)} \neq 0$ 。 $u_i(n)$ 为网络的控制器。

目标系统为

$$s(n+1) = F(s(n), k) = f(s(n)) + g(s(n)) \cdot k \quad (2)$$

定义误差为

$$e_i(n) = x_i(n) - \alpha_i s(n) \quad (3)$$

由式(3)可以进一步得到随时间的演化关系为

$$\begin{aligned} e_i(n+1) = & x_i(n+1) - \alpha_i s(n+1) = f(x_i(n)) + \\ & g(x_i(n)) \cdot \hat{k}_i(n) + \varepsilon_i \sum_{j=1}^N c_{ij}^{s(n)} x_j(n) + \\ & u_i(n) - \alpha_i f(s(n)) - \alpha_i g(s(n)) \cdot k \end{aligned} \quad (4)$$

构造网络的 Lyapunov 函数为

$$V = \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} |\hat{k}_i(n) - k| \quad (5)$$

其中, θ_i 和 β_i 为大于零的调节参数。

$$\Phi_i(n) = c\varphi_i(n) + e_i(n) \quad (6)$$

其中, c 为大于零的常数,待定函数 $\varphi_i(n)$ 满足如下迭代关系

$$\varphi_i(n+1) = \varphi_i(n) + \rho_i e_i(n) \quad (7)$$

其中, ρ_i 为大于零的常数。设网络未知参数的更新规则可表示为如下形式

$$\hat{k}_i(n+1) = k + Q_i(n)(\hat{k}_i(n) - k) \quad (8)$$

对式(5)求导,并将式(6)、式(7)、式(8)代入可得到下式

$$\begin{aligned} \Delta V = & V_i(n+1) - V_i(n) = \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n+1)| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} |\hat{k}_i(n+1) - k| - \\ & \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} |\hat{k}_i(n) - k| = \\ & \sum_{i=1}^N \theta_i |c\varphi_i(n) + c\rho_i e_i(n) + e_i(n+1)| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} |Q_i(n)(\hat{k}_i(n) - k)| - \\ & \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} |\hat{k}_i(n) - k| = \\ & \sum_{i=1}^N \theta_i |c\varphi_i(n) + c\rho_i e_i(n) + f(x_i(n)) + g(x_i(n)) \cdot \hat{k}_i(n) + \\ & \varepsilon_i \sum_{j=1}^N c_{ij}^{s(n)} x_j(n) + u_i(n) - \alpha_i f(s(n)) - \alpha_i g(s(n)) \cdot k| - \\ & \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) |\hat{k}_i(n) - k| \end{aligned} \quad (9)$$

由 Lipschitz 条件可得

$$|F(x_i(n), k) - F(s(n), k)| \leq L_i |x_i(n) - s(n)| \quad (10)$$

则有下式

$$\begin{aligned}
\Delta V = & \sum_{i=1}^N \theta_i |c\varphi_i(n) + c\rho_i e_i(n) + f(x_i(n)) + g(x_i(n)) \cdot k - \\
& g(x_i(n)) \cdot k - f(s(n)) - g(s(n)) \cdot k + f(s(n)) + \\
& g(s(n)) \cdot k + g(x_i(n)) \cdot \hat{k}_i(n) + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} x_i(n) - \\
& \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} \alpha_i s(n) + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} \alpha_i s(n) - \alpha_i f(s(n)) - \alpha_i g(s(n)) \cdot \\
& k + u_i(n) | - \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) \cdot \\
& |\hat{k}_i(n) - k| = \sum_{i=1}^N \theta_i |c\varphi_i(n) + c\rho_i e_i(n) + F(x_i(n), k) - \\
& F(s(n), k) + (1 - \alpha_i) f(s(n)) + (1 - \alpha_i) g(s(n)) \cdot k + \\
& \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} e_i(n) + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} \alpha_i s(n) + u_i(n) | + \sum_{i=1}^N \theta_i |g(x_i(n))| \cdot \\
& |\hat{k}_i(n) - k| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) |\hat{k}_i(n) - k| - \\
& \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| \leq \sum_{i=1}^N \theta_i |c\varphi_i(n) + c\rho_i e_i(n) + l_i(x_i(n) - \\
& s(n) + \alpha_i s(n) - \alpha_i s(n)) + (1 - \alpha_i) f(s(n)) + \\
& (1 - \alpha_i) g(s(n)) \cdot k + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} e_i(n) + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} \alpha_i s(n) + u_i(n) | + \\
& \sum_{i=1}^N \theta_i |g(x_i(n))| |\hat{k}_i(n) - k| + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) \cdot \\
& |\hat{k}_i(n) - k| - \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| = \sum_{i=1}^N \theta_i |c\varphi_i(n) + \\
& (c\rho_i + l_i + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)}) e_i(n) + (l_i(\alpha_i - 1) + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} \alpha_i) s(n) + \\
& (1 - \alpha_i) f(s(n)) + (1 - \alpha_i) g(s(n)) \cdot k + u_i(n) | + \\
& \sum_{i=1}^N (\theta_i |g(x_i(n))| + \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) |\hat{k}_i(n) - k| - \\
& \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| \quad (11)
\end{aligned}$$

其中, $\lambda_i^{s(n)}$ 为耦合矩阵 $c_{ij}^{s(n)}$ 的本征值, 实数 $l_i > 0$ 。

设计控制器为

$$\begin{aligned}
u_i(n) = & -c\varphi_i(n) - (c\rho_i + l_i + \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)}) e_i(n) - (l_i(\alpha_i - 1) + \\
& \varepsilon_i \lambda_i^{s(n)} \alpha_i) s(n) - (1 - \alpha_i) f(s(n)) - (1 - \alpha_i) g(s(n)) \cdot k \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta V = & \sum_{i=1}^N (\theta_i |g(x_i(n))| + \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) |\hat{k}_i(n) - k| - \\
& \sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\text{令 } \sum_{i=1}^N (\theta_i |g(x_i(n))| + \frac{1}{\beta_i} (|Q_i(n)| - 1) |\hat{k}_i(n) - k|) = 0 \quad (14)$$

得到

$$Q_i(n) = -\beta_i \theta_i |g(x_i(n))| + 1 \quad (15)$$

$$Q_i(n) = \beta_i \theta_i |g(x_i(n))| - 1$$

将式(15)中任意一个代入式(8)得到未知参数更新规则的具体表示式为

$$\hat{k}_i(n+1) = (1 - \beta_i \theta_i |g(x_i(n))|) \hat{k}_i(n) + \beta_i \theta_i |g(x_i(n))| k \quad (16)$$

则式(9)变为

$$\Delta V = -\sum_{i=1}^N \theta_i |\Phi_i(n)| \leq 0 \quad (17)$$

根据Lyapunov定理,网络中的未知参数得到识别,网络实现了预期的同步要求,并且同步过程中体现出网络的切换拓扑特性。

2 仿真模拟与分析

选择光学混合型双稳态离散型混沌系统作为网络节点的动力学方程进行仿真模拟实验,验证上述同步原理。

光学混合型双稳态离散型混沌系统的状态方程为

$$x(n+1) = k \sin^2(x(n) - x_c)$$

其中,参量 $x_c = 0.85\pi$ 。系统的最大Lyapunov指数随参量 k 的演化关系如图1所示。对应的变量 k 的分岔图如图2所示。

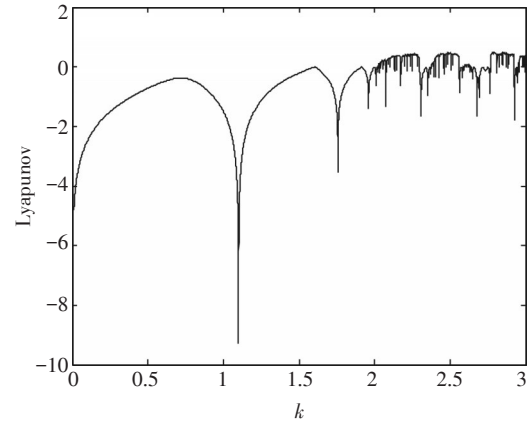


图1 最大Lyapunov指数随参量 k 的演化

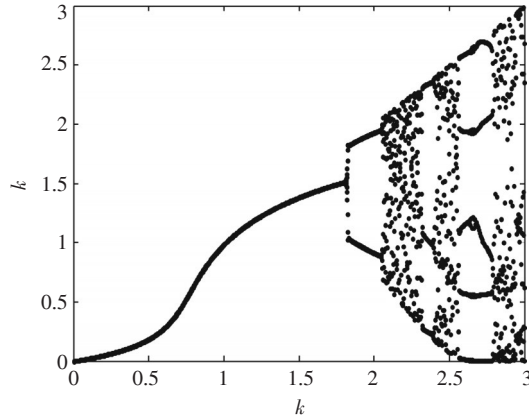


图2 状态参量随参量 k 的分岔图

文中研究的是网络与一个切换信号的同步问题。常见的切换信号主要有两种形式：一个是随时间不断改变的单变量函数形式，一种是分段常值函数形式。文中选择常值函数形式作为切换信号，即在某段时间内系统对应着某种连接方式。为方便研究，选取[0, 500]这段时间，节点 $N=5$ 。在给定的切换信号下系统的拓扑结构对应以下三种变换形式。三种可能的拓扑切换结构如图3所示。信号随时间变化规律如图4所示。

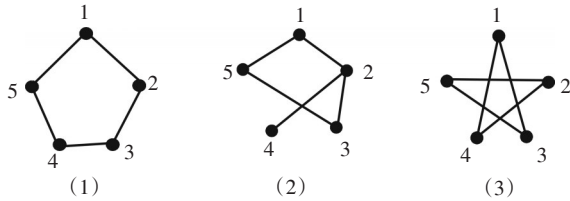


图3 三种拓扑切换结构

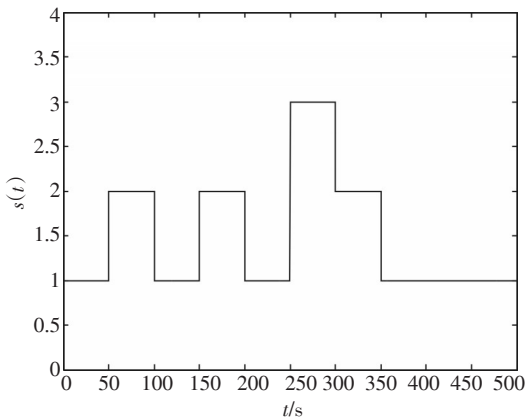


图4 切换信号

当 $t = [200, 250)$ 时，切换信号的矩阵元 $c_{ij}^{s(t)}$ 对应图3(1)的拓扑结构，即此时对应切换信号 $s(t)=1$ 。当 $t = [250, 300)$ 时，切换信号的矩阵元 $c_{ij}^{s(t)}$ 对应图3(3)的拓扑结构，即此时对应切换信号 $s(t)=3$ 。当 $t = [300, 350)$ 时，切换信号的矩阵元 $c_{ij}^{s(t)}$ 对应图3(2)的拓扑结构，即此时对应切换信号 $s(t)=2$ 。显然，切换信号的矩阵元 $c_{ij}^{s(t)}$ 与切换信号函数 $s(t)$ 一一对应。与切换信号对应的三种拓扑切换的耦合拓扑矩阵的矩阵元为

$$c_{5 \times 5}^1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c_{5 \times 5}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c_{5 \times 5}^3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

当选取混合型双稳态离散型混沌系统作为网络节点时，其参数 k 对应原理中的 \hat{k}_i ，为未知参数，根据文中原理部分。

引入的未知参数的识别函数根据式(8)设计为

$$\hat{k}_i(n+1) = k + Q_i(n)(\hat{k}_i(n) - k) \tag{18}$$

其中

$$Q_i(n) = -\beta_i \theta_i |H \sin^2(x_i(n) - x_c)| + 1 \tag{19}$$

将式(19)代入式(18)得到未知参数的更新规则为

$$\hat{k}_i(n+1) = (1 - \beta_i \theta_i |H \sin^2(x_i(n) - x_c)|) \hat{k}_i(n) + \beta_i \theta_i |H \sin^2(x_i(n) - x_c)| k \tag{20}$$

选取参量 $\beta_i = 1, \theta_i = 1, \varepsilon_i = 0.015, \alpha_i = 1, \rho_k = 0.35, l_i = 0.15, c = 1, k = 2.1$ 对光学系统和一个目标的同步进行仿真模拟，证明光学系统和目标达到同步。

其中误差 $e_i(n) = x_i(n) - \alpha_i s(n), i = 1, 2, 3, 4, 5$ 随时间的演化在初始阶段存在一定差异，但在极短的时间内，系统与目标的误差稳定趋于零，达到混沌同步。从图5~图9可以看出，误差在[0, 150)振荡，[150, 500)内完全趋于零，网络与目标信号同步效果明显，达到完全同步。

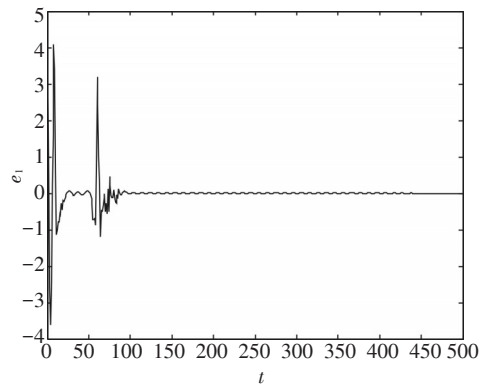


图5 误差随时间演化

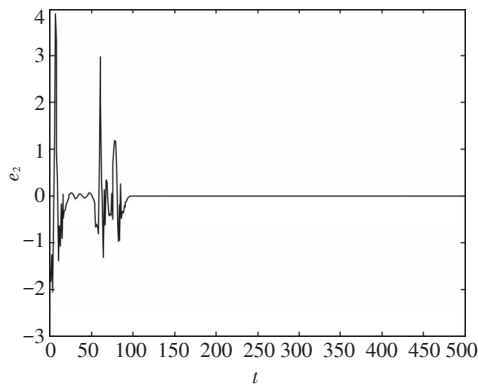


图6 误差随时间演化

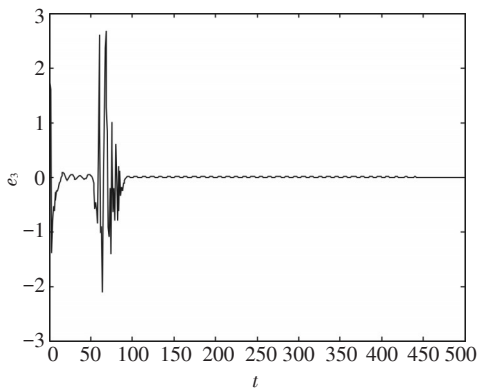


图7 误差随时间演化

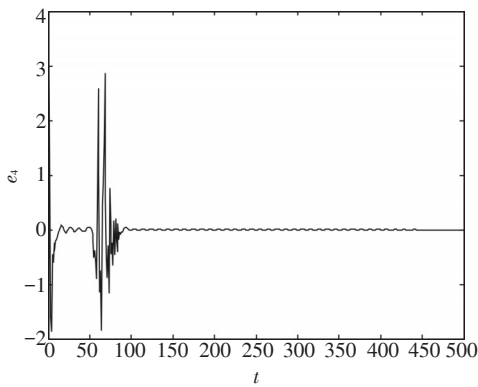


图8 误差随时间演化

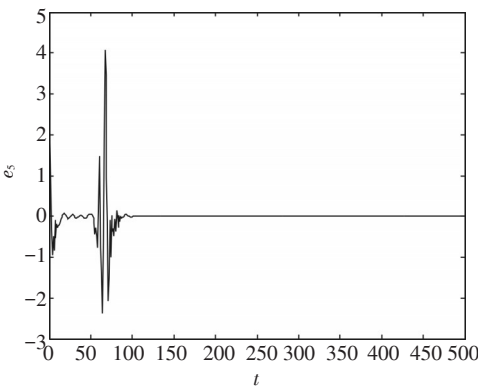


图9 误差随时间演化

通过图2的分岔图选取真实值 $k=2.1$,即此时为混沌状态如图10所示。

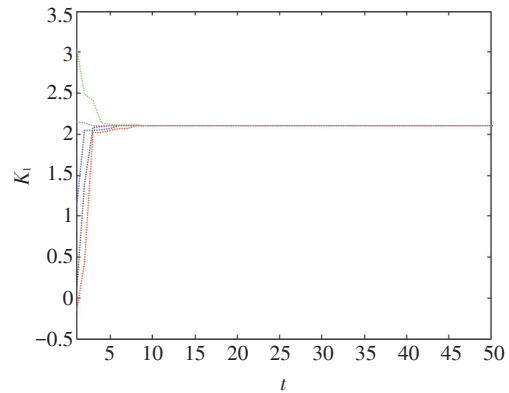


图10 未知参数 \hat{k}_i 的识别过程

从图10可以看出,未知参数的初始值不同,但经过很短的时间,未知参数都归于 $\hat{k}_i=2.1$,与真实值一致。即网络结构没有对同步产生影响,未知参数得到有效识别。

3 结论

研究了具有拓扑切换特性的离散型不确定网络与目标信号之间的投影同步问题。通过构造一个特殊的 Lyapunov 函数,实现了在信号的变换下,拓扑结构随之发生切换,在极短的时间内使含有参数识别的离散型复杂网络与目标系统达到同步。参数得到有效识别。这一结果可进一步用于探索包括任意切换各种开关的情况下,周期性的切换和快速切换,它提供了一个洞察切换动力系统的新方法。而投影函数同步使其安全性能得到更好的保证。数值模拟部分以光学混合型双稳态离散型混沌系统为例,仿真结果表明,虽然拓扑结构在变化,但可以在较短时间内达到同步,且同步效果明显。未知参数 \hat{k}_i 在取不同参数值时经过很短的时间达到与真实值 $k=2.1$ 一致,由此可以看出,不断随时间变化的网络结构并没有对同步产生影响,网络与目标达到了预期的同步效果。未知参数和误差图像完全符合,从混沌态快速达到同步状态。说明该方法实现了含有参数识别的离散型拓扑切换的复杂网络与一个目标的投影同步,控制器具有很好的稳定性。

参考文献

- [1] Guo H, Chen C, Cao X H, et al. Resting-state functional connectivity abnormalities in first-onset unmedicated depression[J]. *Neural Regeneration Research*, 2014, 9(2): 153-163.
- [2] Barahona M, Pecora L M. Synchronization in small-world systems[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(5):265-9.
- [3] Wang X F, Chen G R. Synchronizatton in small-world dynamical networks[J]. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, 2011, 12(1):187-192.
- [4] Chen G R, Zhou J, Liu Z R. Global synchronization of coupled delayed networks and applications to chaotic cnn models[J]. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, 2011, 14(7):2229-2240.
- [5] Wang J A. Adaptive generalized synchronization between two different complex networks with time-varying delay coupling[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(2):020509-237.
- [6] Stilwell D J, Boltt E M, Roberson D G. Sufficient conditions for fast switching synchronization in time varying network topologies[J]. *Siam Journal on Applied Dynamical Systems*, 2005, 5(1):140-156.
- [7] Yao J, Hill D J, Guan Z H. Synchronization of complex dynamical networks with switching topology via adaptive control[J]. 2007:2819-2824.
- [8] Liu T, Zhao J. Synchronization of complex switched delay dynamical networks with simultaneously diagonalizable coupling matrices[J]. *Journal of Control Theory & Applications*, 2008, 6(4):351-356.
- [9] Alonso M, Geerlings P. Topology switching in heptaphyrins controlled by solvent, protonation, and meso substituents[J]. *Chemistry*, 2013, 19(5):1617-1628.
- [10] Webb K C, Snoeren A C, Yocum K. Topology switching for data center networks[J]. *Usenix Conference on Hot Topics in Management of Internet, Cloud, and Enterprise Networks and Services*, 2011:14-14.
- [11] Sun H Y, Li N, Zhao D P, et al. Synchronization of complex networks with coupling delays via adaptive pinning intermittent control[J]. *International Journal of Automation & Computing*, 2013, 10(4):312-318.
- [12] Zong G, Hou L, Wu Y. Robust guaranteed cost filtering for uncertain discrete-time switched system with mode-dependent time-varying delays[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2011, 30(1):17-33.
- [13] Wang L, Wang Q G. Synchronization in complex networks with switching topology[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(34):3070-3074.
- [14] Ji D H, Lee D W, Koo J H, et al. Synchronization of neutral complex dynamical networks with coupling time-varying delays[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2011, 65(4):349-358.
- [15] Agrawal S K, Das S. Function projective synchronization between four dimensional chaotic systems with uncertain parameters using modified adaptive control method[J]. *Journal of Process Control*, 2014, 24(5):517-530.
- [16] Ling L, Li C, Chen L, et al. Lag projective synchronization of a class of complex network constituted nodes with chaotic behavior[J]. *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 2014, 19(8):2843-2849.
- [17] Li X, Chen Y, Li Z B. Function projective synchronization of discrete-time chaotic systems[J]. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 2014, 63(1):1-25.
- [18] Sun J, Shen Y, Zhang X. Modified projective and modified function projective synchronization of a class of real nonlinear systems and a class of complex nonlinear systems[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 78(3):1755-1764.

《光电技术应用》期刊收录情况介绍

《光电技术应用》期刊已成为《中国核心期刊(遴选)数据库》收录期刊、《中文科技期刊数据库》收录期刊、《中国期刊全文数据库》全文收录期刊、《中国学术期刊综合评价数据库》统计源期刊、美国《乌利希期刊指南》收录期刊。期刊的影响因子连续几年上升,2015年入选《中国学术期刊影响因子年报》统计源期刊。

已与万方数据库签订合同,可以同步查询论文内容,更新及时。